

# 谱元法在多层粘弹性路基中位移计算的研究

汪昌勇,冯志强,李九一,陈荟键

(西南交通大学力学与工程学院,成都 610031)

**摘要:**研究以落锤式弯沉仪对路基的无损检测为工程背景,以线弹性得到的谱元法理论为基础,对路基的粘弹性层结构模型进行分析,得到了适用于粘弹性层的计算方法即式(24)和式(25)。此法主要是在经过快速傅立叶变换后的频域中进行,将得到的频域中的响应再次逆变换为时域中的响应,由此可避免遇到时域中难以解决的无穷积分的计算问题。研究进一步运用伯格模型,分别以泊松比随时间变化和泊松比不随时间变化为例,利用自编语言代码计算出粘弹性层受瞬态力作用下的响应,结果发现两种情况下都发生了符合动力学分析的位移响应滞后现象。

**关键词:**路基;粘弹性层;谱元法;伯格模型;落锤式弯沉仪;瞬态力

**中图分类号:**U416.217

**文献标志码:**A

## 引言

目前,在数值模拟方面,对大多数固体模型进行分析的方法通常是有限元法、边界元法等。在公路工程中,路基检测的方法一般分为两种,一种是钻取样本检测方法,另一种是无损检测法<sup>[1]</sup>。无损检测方法中的落锤式弯沉仪(Falling Weight Deflectometer, FWD)检测方法,是通过落锤式弯沉仪对路面施加瞬态载荷(该载荷可以很好的模拟行驶车载荷),并通过电脑获取传感器数据,进而分析公路质量的一种方法<sup>[2-3]</sup>。落锤式弯沉仪检测能够在短时间内获取数据并进行分析,适用于对公路的阶段性检测,能够及时得出公路质量结果,节约公路养护资金,减少交通事故的发生<sup>[4]</sup>。高速公路结构一般分为路面层、基层和底基层<sup>[5]</sup>。按路基性质区分,公

路分为刚性路基、柔性路基和半刚性路基<sup>[6]</sup>。Al-Khoury等人<sup>[7]</sup>通过对路基结构的研究,提出了一套新的理论方法即对线弹性多层结构进行计算和分析的谱元法理论。谱元法的基本思路是首先基于连续介质力学得到结构的受力平衡偏微分方程;然后利用傅里叶变换将时域内的偏微分方程转化为频域内的常微分方程;其次通过引进波谱形函数,把单元的任一位置的位移用结点位移表示;最后求解常微分方程并代入相应的载荷和边界条件,求出位移以及其它的变量结果,并将结果转化为时域中的结果<sup>[8]</sup>。工程中,路基层常常表现出粘弹性,本文以线弹性得到的谱元法理论为基础,对粘弹性层结构模型进行分析,这可为结构的参数识别方法打下坚实的基础。

收稿日期:2018-07-20

基金项目:国家自然科学基金(11772274);国家科学技术部重点研发项目(2017YFB0703200)

作者简介:汪昌勇(1992-),男,安徽霍山人,硕士,主要从事计算力学方面的研究,(E-mail)416901535@qq.com;

冯志强(1963-),男,重庆潼南人,西南交通大学"千人计划"特聘教授,法国 Evry 大学教授,博士生导师,主要从事工程力学方面的研究,(E-mail)zhiqiang.feng@univ-evry.fr

### 1 谱元法理论

柱坐标系下的半空间如图 1 所示,图中虚线表示理想边界,该处路表响应为零; $p(r,t)$  为施加的瞬态载荷,可用点关于空间和时间两个独立函数的乘积表示,其表达式为:

$$p(r,t) = S(r)F(t) \quad (1)$$

对于各向同性线弹性体,以位移表达的纳维方程为:

$$(\lambda + \mu) \nabla \cdot u + \mu \nabla^2 u = \rho \ddot{u} \quad (2)$$

式中  $u$  为弹性体的位移; $\rho$  为弹性体的质量密度; $\lambda$  和  $\mu$  为拉梅常数。

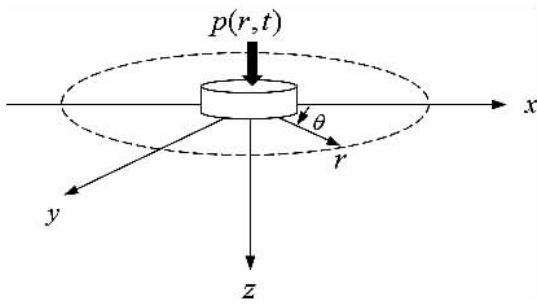


图 1 柱坐标系下的半空间

根据斯托克斯-亥姆霍兹矢量分解定理,位移矢量场可用标量势函数  $\varphi(r,t)$  和一个矢量势函数  $\vec{\psi}(r,t)$  表示:

$$u(r,t) = \nabla \varphi(r,t) + \nabla \times \vec{\psi}(r,t) \quad (3)$$

#### 1.1 轴对称结构的求解推导

由于轴对称性质,以势函数表示的位移表达式和应力-位移表达式分别为:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (4)$$

$$w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\psi)}{\partial r} \quad (5)$$

$$\sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\lambda}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} \quad (6)$$

$$\tau_{rz} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \quad (7)$$

式中  $u$  和  $w$  分别表示水平位移和垂直位移。将式(4)和式(5)代入式(2),通过傅里叶变换得:

$$\hat{\varphi}_{mn}(r,z) = A_{mn} e^{-ik_m z} J_0(k_m r) \quad (8)$$

$$\hat{\psi}_{mn}(r,z) = B_{mn} e^{-ik_m z} J_1(k_m r) \quad (9)$$

式中,  $\wedge$  表示频域;  $k_{p2mn} = \left( \frac{\omega_n^2}{c_p^2} - k_m^2 \right)^{1/2}$ , 为压缩波数;

$k_{s2mn} = \left( \frac{\omega_n^2}{c_s^2} - k_m^2 \right)^{1/2}$ , 为剪切波数;  $\omega_n$  为角频率;  $k_m =$

$\frac{\alpha_m}{R}$ , 为振动系统的波数;  $\alpha_m$  为第一类零阶贝塞尔函数的

第  $m$  重根;  $A_{mn}$  和  $B_{mn}$  均为由边界条件确定的常系数。通过求和得到:

$$\varphi(r,z,t) = \sum_n \sum_m A_{mn} e^{-ik_m z} J_0(k_m r) e^{-i\omega_n t} \quad (10)$$

$$\psi(r,z,t) = \sum_n \sum_m B_{mn} e^{-ik_m z} J_1(k_m r) e^{-i\omega_n t} \quad (11)$$

对于给定边界  $r = R, n = 1, \dots, N; m = 1, \dots, M$  就足够能描述模型整体的振动形态。于是:

$$\begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix} = \sum_n \sum_m \hat{P}_{mn} \hat{G}(k_m, z) \begin{Bmatrix} J_0(k_m r) \\ J_1(k_m r) \end{Bmatrix} e^{i\omega_n t} \quad (12)$$

式中,  $\hat{P}_{mn}$  为基于脉冲载荷的空间和时间变化的幅值;  $\hat{G}(k_m, z)$  为系统的传递矩阵。

Doyle<sup>[9]</sup> 将谱元法运用于轴对称单元,得到了两种类型的单元,即二节点层单元和一节点半空间单元。二节点轴对称层单元如图 2 所示。

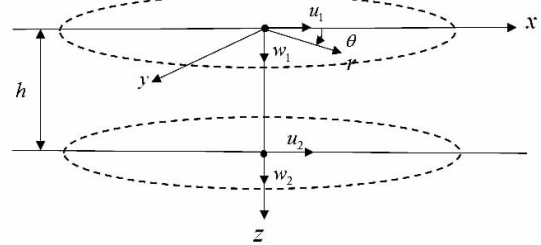


图 2 二节点轴对称层单元

由于二节点轴对称层单元具有入射波和反射波的叠加,因此,其位移表达式为:

$$\hat{\varphi}_{mn} = (A_{mn} e^{-ik_m z} + C_{mn} e^{-ik_m(h-z)}) J_0(k_m r) \quad (13)$$

$$\hat{\psi}_{mn} = (B_{mn} e^{-ik_m z} + D_{mn} e^{-ik_m(h-z)}) J_1(k_m r) \quad (14)$$

仅考虑垂直方向,则有:

$$\begin{Bmatrix} \hat{u}_{1mn} \\ \hat{w}_{1mn} \\ \hat{u}_{2mn} \\ \hat{w}_{2mn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} & I_{14} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} & I_{24} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} & I_{34} \\ I_{41} & I_{42} & I_{43} & I_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{mn} \\ B_{mn} \\ C_{mn} \\ D_{mn} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

式中:

$$I_{11} = -I_{22} = I_{33} = -I_{44} = -k_m$$

$$I_{41} = -I_{23} = -ik_{p2mn} e^{-ik_m h}$$

$$I_{32} = -I_{14} = ik_{s2mn} e^{-ik_m h}$$

$$I_{12} = -I_{34} = ik_{s2mn}$$

$$I_{13} = I_{31} = -k_m e^{-ik_m h}$$

$$I_{21} = -I_{43} = -ik_{p2mn}$$

$$I_{24} = -I_{42} = k_m e^{-ik_m h}$$

于是可知系数  $A_{mn}$ 、 $B_{mn}$ 、 $C_{mn}$  和  $D_{mn}$  由上述节点位移确定,令式(15)中的  $4 \times 4$  的逆矩阵为  $[\hat{I}_{mn}]^{-1}$ , 因  $\{\hat{S}_{mn}\} = [A_{mn} \ B_{mn} \ C_{mn} \ D_{mn}]^T$ ,  $\{\hat{X}_{mn}\} = [\hat{u}_{1mn} \ \hat{w}_{1mn} \ \hat{u}_{2mn} \ \hat{w}_{2mn}]^T$ , 于是有:

$$\{\hat{S}_{mn}\} = [\hat{I}_{mn}]^{-1} \{\hat{X}_{mn}\} \tag{16}$$

式中,  $\{\hat{S}_{mn}\}$  表示了类似传统有限元法的形函数。

根据柯西应力原理<sup>[10]</sup>, 正应力、剪应力与边界应力的关系为  $T_k = \tau_{km} n_m$ , 其中单位矢量  $n$  是垂直于界面且指向外侧的, 于是有:

$$\{\hat{T}_{mn}\} = (\mu[\hat{H}_{mn}][\hat{I}_{mn}]^{-1}) \{\hat{X}_{mn}\} \tag{17}$$

式中  $[\hat{H}_{mn}]$  矩阵为 
$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} & h_{44} \end{bmatrix}$$
, 其中又有:

$$h_{11} = h_{33} = -2ik_m k_{pzmn}$$

$$h_{22} = h_{44} = 2ik_m k_{szmn}$$

$$h_{21} = -h_{12} = (k_{szmn}^2 - k_m^2)$$

$$h_{13} = -h_{31} = 2ik_m k_{pzmn} e^{-ik_m h}$$

$$h_{42} = -h_{24} = -2ik_m k_{szmn} e^{-ik_m h}$$

$$h_{43} = -h_{34} = -(k_{szmn}^2 - k_m^2)$$

$$h_{41} = -h_{23} = -(k_{szmn}^2 - k_m^2) e^{-ik_m h}$$

$$h_{32} = -h_{14} = (k_{szmn}^2 - k_m^2) e^{-ik_m h}$$

与传统的有限元比较,  $\mu[\hat{H}_{mn}][\hat{I}_{mn}]^{-1}$  为二节点层单元的刚度矩阵, 是由频率和波数来决定的。

一节点半空间单元属于二节点层单元的特例, 如图3所示。由于没有反射波的产生, 因此得出:

$$\begin{Bmatrix} \hat{T}_{r1mn} \\ \hat{T}_{z1mn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_{1mn} \\ \hat{w}_{1mn} \end{Bmatrix} \tag{18}$$

式中:

$$k_{11} = \frac{\mu}{k_m^2 + k_{pzmn} k_{szmn}} ik_{pzmn} (k_{szmn}^2 + k_m^2)$$

$$k_{22} = \frac{\mu}{k_m^2 + k_{pzmn} k_{szmn}} ik_{szmn} (k_{szmn}^2 + k_m^2)$$

$$k_{12} = k_{21} = \frac{\mu}{k_m^2 + k_{pzmn} k_{szmn}} (2k_{pzmn} k_{szmn} - k_{szmn}^2 + k_m^2) k_m$$

式(18)中的二阶矩阵即为一节点半空间单元的刚度矩阵。

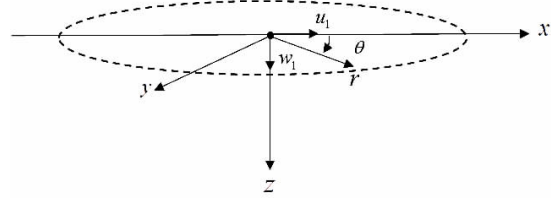


图3 一节点半空间轴对称单元

### 1.2 $\hat{F}_n$ 和 $\hat{F}_m$ 的确定

根据库利-图基的基2快速傅里叶算法<sup>[11]</sup>, 离散傅里叶变换对为  $F(t)$  和  $\hat{F}_n$ :

$$F(t_k) = \frac{1}{N} \sum_n \hat{F}_n e^{i\omega t_k} = \frac{1}{N} \sum_n \hat{F}_n e^{i2\pi nk/N} \tag{19}$$

$$\hat{F}_n = \sum_k F(t_k) e^{-i\omega t_k} = \sum_k F(t_k) e^{-i2\pi nk/N} \tag{20}$$

式中,  $k, n = 0, 1, \dots, N-1$ ;  $N$  是奈奎斯特频率的采样数;  $t_k = k \cdot \Delta t$ ,  $\Delta t$  是采样间隔。

载荷分布形态如图4所示。对于一个圆柱形载荷, 它的半径为  $a$ ,  $q = 1$ , 那么载荷的空间分布表达式可以写为:

$$S(r) = \begin{cases} q & 0 \leq r < a \\ 0 & a < r \leq R \end{cases} \tag{21}$$

于是根据傅里叶-贝塞尔理论<sup>[12]</sup>, 可以确定  $\hat{F}_m$  为:

$$\hat{F}_m = \frac{2a}{\alpha_m R J_1^2(\alpha_m)} J_1\left(\frac{\alpha_m}{R} a\right) \tag{22}$$

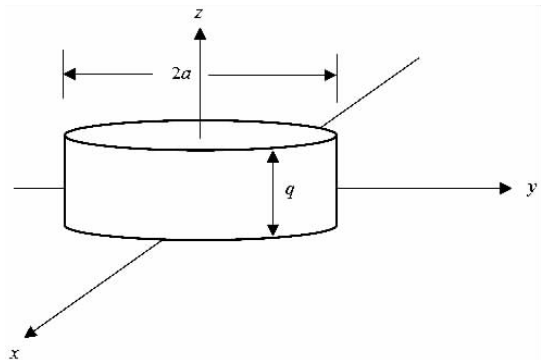


图4 载荷分布形态

### 1.3 刚度矩阵组装

谱元法刚度矩阵结构单元划分的示意图如图5所示。

从图5可知, 谱元法刚度矩阵的结构包含2个有限厚度层和1个半无限层, 分别以2个二节点单元和1个一节点半无限单元组成, 一个单元模拟一整层。谱元法

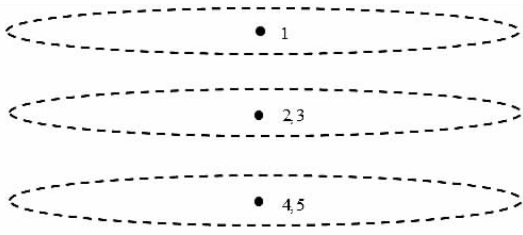


图 5 结构单元划分的示意图

刚度矩阵  $\hat{K}(k_m, \omega_n)$  的组装原理类似于有限元法中刚度矩阵的组装<sup>[13]</sup>。谱元法刚度矩阵总方程组为:

$$\hat{K}(k_m, \omega_n) \begin{Bmatrix} \hat{u}_{1mn} \\ \hat{w}_{1mn} \\ \vdots \\ \hat{u}_{lmn} \\ \hat{w}_{lmn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \hat{P}_{r1mn} \\ \hat{P}_{z1mn} \\ \vdots \\ \hat{P}_{rlmn} \\ \hat{P}_{zlmn} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

式中:

$$\hat{P}_{rlmn} = A \times (\hat{T}_{r2mn}^{(l-1)} + \hat{T}_{r1mn}^{(l)}) \hat{P}_{zlmn} = A \times (\hat{T}_{z2mn}^{(l-1)} + \hat{T}_{z1mn}^{(l)})$$

式中,  $A$  指的是受载面积;  $\hat{T}_{r2mn}^{(l-1)}$  指的是第  $l-1$  个单元的第 2 号节点的  $r$  方向的边界应力;  $\hat{T}_{r1mn}^{(l)}$  指的是第  $l$  个单元的第 1 号节点的  $r$  方向的边界应力;  $\hat{T}_{z2mn}^{(l-1)}$  指的是第  $l-1$  个单元的第 2 号节点  $z$  方向的边界应力;  $\hat{T}_{z1mn}^{(l)}$  指的是第  $l$  个单元的第 1 号节点  $z$  方向的边界应力。

通过求和并逆变换得:

$$u(r, z, t) = \sum_n \sum_m \hat{u}_{mn} \hat{F}_m J_1(k_m r) \hat{F}_n e^{i\omega_n t} \quad (24)$$

$$w(r, z, t) = \sum_n \sum_m \hat{w}_{mn} \hat{F}_m J_0(k_m r) \hat{F}_n e^{i\omega_n t} \quad (25)$$

#### 1.4 谱元法小结

传统有限元法对模型划分单元数很多,所需计算时间较长,而谱元法计算过程主要在频域中,避免了遇到无穷积分的计算难题,且谱元法的二节点层单元可以模拟整个路基层,一节点单元可以模拟半无限路基层,因此在划分单元上,谱元法优于有限元法。

## 2 粘弹性介质

### 2.1 偏微分算子法

粘性对粘弹性介质中波传播的影响很大<sup>[14]</sup>。线性粘弹性固体可以利用胡克定律得到应力和应变关系,采用偏微分算子法,应力和应变表达式为:

$$P\sigma_{ij} = Q\varepsilon_{ij} \quad (26)$$

式中,  $P = \sum_k p_k \frac{\partial^k}{\partial t^k}$ ;  $Q = \sum_l q_l \frac{\partial^l}{\partial t^l}$ ;  $p, q$  为材料常数;  $k, l$  为材料号。

将式(26)傅里叶变换得到:

$$\left\{ \sum_k p_k (i\omega)^k \right\} \hat{\sigma}_{ij} = \left\{ \sum_l q_l (i\omega)^l \right\} \hat{\varepsilon}_{ij} \quad (27)$$

### 2.2 伯格(Burgers)模型

伯格模型是将 Maxwell 模型和 Kelvin 模型联合在一起的模型,如图 6 所示。伯格模型能很好的模拟粘弹性的特性<sup>[15]</sup>。

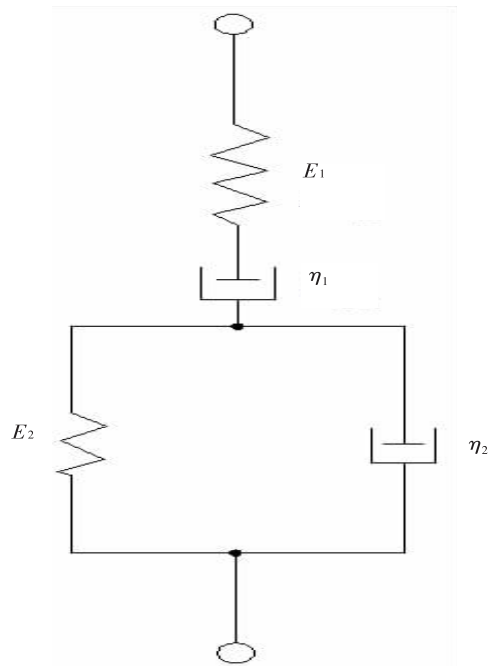


图 6 伯格(Burgers)模型

伯格模型的应力-应变表达式为:

$$\sigma + \left( \frac{\eta_1}{E_1} + \frac{\eta_1 + \eta_2}{E_2} \right) \dot{\sigma} + \frac{\eta_1 \eta_2}{E_1 E_2} \ddot{\sigma} = \eta_1 \dot{\varepsilon} + \frac{\eta_1 \eta_2}{E_2} \ddot{\varepsilon} \quad (28)$$

由式(27)和式(28)得到:

$$P^E = \left( p_0^E + p_1^E \frac{\partial}{\partial t} + p_2^E \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \quad (29)$$

$$Q^E = \left( q_1^E \frac{\partial}{\partial t} + q_2^E \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \quad (30)$$

其中  $p_0^E = 1$ ;  $p_1^E, p_2^E, q_1^E, q_2^E$  分别为  $\dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \dot{\varepsilon}, \ddot{\varepsilon}$  的系数,将式(28)进行傅里叶变换得到:

$$E^*(\omega) = \frac{i\omega q_1^E - \omega^2 q_2^E}{1 + i\omega p_1^E - p_2^E \omega^2} \quad (31)$$

式中,  $E^*(\omega)$  为伯格模型复模量。这里假设材料对

体积行为表现为弹性可压缩 ( $\sigma_{ii} = 3K\varepsilon_{ii}$ ) 以及多维变形的伯格斯特行为 ( $S_{ij} = 2\mu^*(\omega)e_{ij}$ ), 于是有:

$$\mu^*(\omega) = \frac{3K \cdot E^*(\omega)}{9K - E^*(\omega)} \quad (32)$$

$$\lambda^*(\omega) = K - \frac{2}{3}\mu^*(\omega) \quad (33)$$

式中,  $K$  为体积模量。对于粘弹性层刚度矩阵, 需要将线弹性公式(17)中的  $\mu$  替换成式(32)中的  $\mu^*(\omega)$ , 然后通过组装单元刚度矩阵得到其总体刚度矩阵。

### 2.3 程序计算流程

程序计算流程如图7所示。

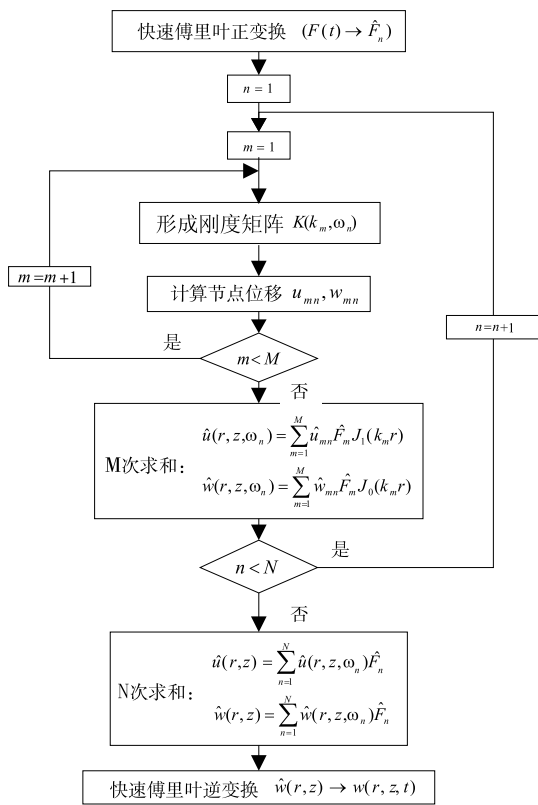


图7 程序计算流程图

首先通过使用编程软件自编程序代码; 然后通过计算程序计算得到模型表面不同位置的垂直方向位移的数据; 最后将数据导入绘图软件中, 获取数据曲线并对其进行分析。

### 3 算例

Al - Khoury<sup>[7]</sup> 等人通过谱元法对线弹性层的计算做出了验证, 将计算结果与有限元软件 CAPA - 3D 的计算结果作对比, 证明了谱元法对线弹性层计算的精确性和适用性。对于粘弹性层, 该方法同样适用。对粘弹性层

的研究, 利用伯格斯特模型给出了两个算例, 首先研究泊松比随时间变化的情况, 即在频域中泊松比随频率变化的情况; 其次是研究泊松比为常数的情况, 在这两种状况下分别得出沥青表面位移随时间的变化情况。

#### 3.1 算例一

模型分为沥青层、地基层和底基层, 其厚度分别为 100 mm、300 mm 和 15 000 mm。根据弯沉仪位移传感器的位置, 分别计算了模型表面距载荷源中心位置 0 mm、300 mm、600 mm、900 mm、1200 mm、1500 mm、1800 mm 的垂直方向位移, 其受载荷的时程曲线如图8所示, 为 50 ms 的瞬态加载, 其最大载荷为 50 kN, 载荷半径为 150 mm。

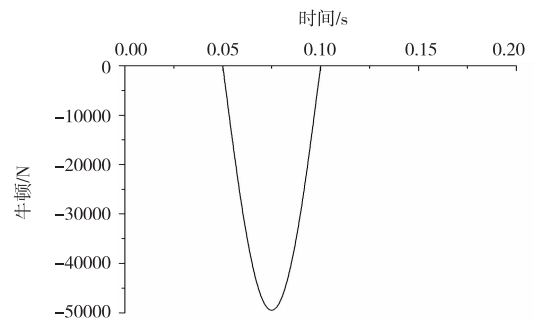


图8 载荷时程曲线图

图8经傅里叶正变换得到的频谱图如图9所示。从图9可知, 频率取 0 Hz 到 150 Hz 就能满足载荷随时间变化的要求。

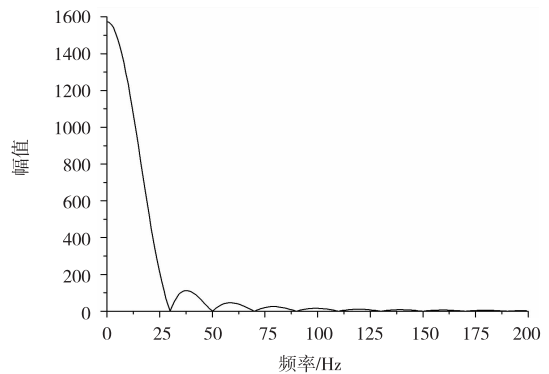


图9 载荷频谱图

$\hat{F}_m$  随  $m$  的变化如图10所示。从图10可知, 随  $m$  的增加, 曲线幅值在不断的衰减, 因此取  $M = 1700$  已能满足计算结果精确性的要求。为满足不同频率波传播, 并使边界条件  $R$  能充分满足所有振型情况, 在算例中取  $R = 25$  m, 这就能很好的计算出瞬态载荷作用与模型表面的位移。

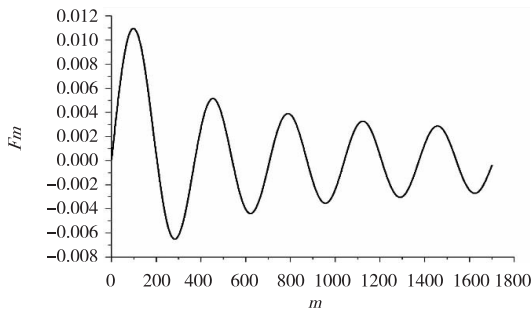


图 10 傅里叶-贝塞尔系数分布图

在载荷时程曲线中(图 8),取时间周期  $T = 1$  s,载荷样本点数为 4096,取样时间间隔  $\Delta t = 0.000244$  s,因此取  $N = 4096$ 。模型结构分三层,分别模拟沥青、基层和底基层,均作为粘弹性材料来研究,其材料参数见表 1。

表 1 粘弹性层参数

材料	$E_1/$ MPa	$E_2/$ MPa	$\eta_1/$ (MPa·s)	$\eta_2/$ (MPa·s)	$K/$ MPa	$\rho/$ (kg/m <sup>3</sup> )
沥青层	8100	4050	200	150	8100	2300
基层	10800	13500	500	1000	10800	2000
底基层	100	50000	1000	1000	100	1500

这里假设材料为弹性可压缩 ( $\sigma_{ii} = 3K\varepsilon_{ii}$ ) 以及变形 ( $S_{ij} = 2u^*(\omega)e_{ij}$ ) 的伯格模型。从表 1 中沥青层的数据可得到的复剪切模量以及复泊松比随频率变化的情况,分别如图 11 和图 12 所示。

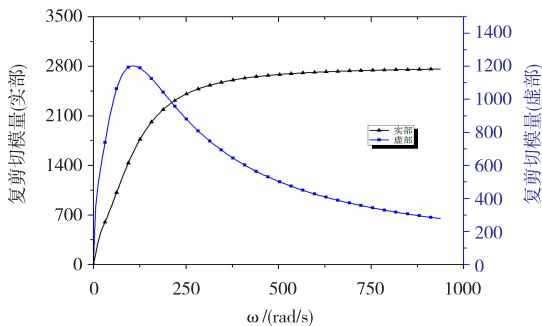


图 11 复剪切模量的实部与虚部图

从图 11 可知,当频率  $\omega = 0$  rad/s 时,其剪切模量为 0,材料处于一种流体的状态。从图 12 可知,伯格模型呈现出完全不可压缩的流体状态,但随着频率的增加,其可压缩性逐渐增加。

根据表 1 中的参数数据,以及复剪切模量(图 11)和泊松比的变化规律(图 12),通过程序代码可计算出模型表面距载荷源中心不同距离的垂直位移,如图 13 所示。

不同位置最大位移曲线图如图 14 所示,描述了在

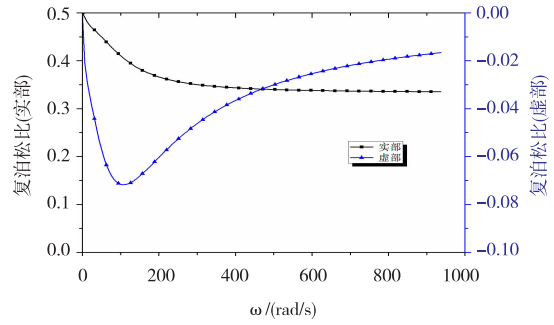


图 12 复泊松比的实部与虚部图

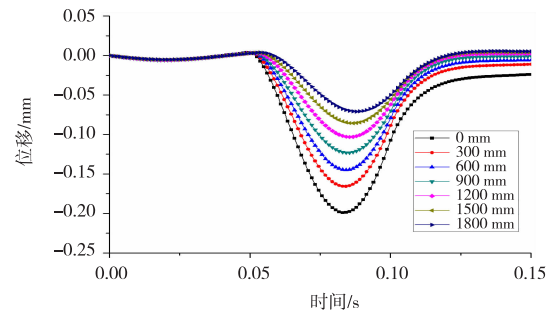


图 13 模型表面垂直位移时程曲线图(泊松比变化)

不同位置最大位移的趋势变化,由于轴对称性质,在距载荷源相同的位置其位移相等。

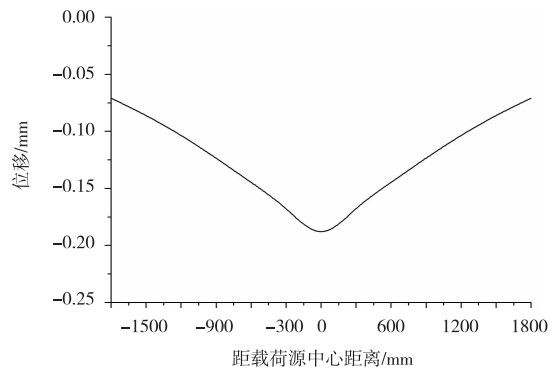


图 14 不同位置最大位移曲线图(泊松比变化)

### 3.2 算例二

模型中其他参数不变,只将沥青层、地基层和底基层泊松比设为定值,都为 0.45。通过程序计算得出距载荷源距离分别为 0 mm、300 mm、600 mm、900 mm、1200 mm、1500 mm、1800 mm 的沥青表面垂直位移,其位移时程曲线和不同位置最大位移曲线分别如图 15、图 16 所示。

从图 15 和 16 可知,泊松比设为定值时,其位移时程和不同位置最大位移的变化趋势皆基本与泊松比变化时的趋势一致。

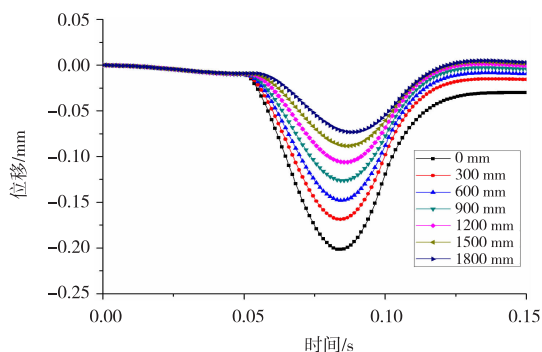


图 15 模型表面垂直位移时程曲线图(泊松比为 0.45)

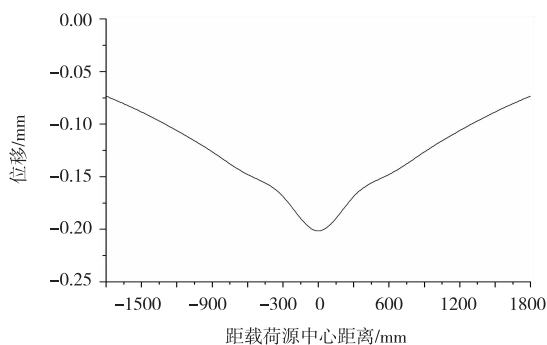


图 16 不同位置最大位移曲线图(泊松比为 0.45)

#### 4 结束语

公路受到高温时,路面出现软化,使得其材料表现出粘弹性。本文以线弹性得到的谱元法理论为基础,对粘弹性层结构模型进行分析。为了便于计算,将模型结构简化为三层,分别模拟沥青层、地基层和底基层,并假定三层均表现为粘弹性,以泊松比随时间变化和泊松比不随时间变化为例,通过程序计算得出模型表面距离不同载荷源中心的垂直位移。

由算例一和算例二可知,随着距载荷源的距离越长,其同一时刻产生的位移不断减小,这符合瞬态力加载时产生的波在介质中传播不断衰减的特征;同时,在距离载荷源不同位置产生的最大位移时刻不同,离载荷源越近,产生的最大位移时刻靠前,离载荷源越远,产生的最大位移时刻靠后,这符合瞬态动力学中的滞后现象。由轴对称性质可知,不同位置处的最大位移曲线变化趋势表明了动力学问题可以在某一时刻考虑成为静力学问题。通过使用波谱元法对粘弹性模型的位移计算的研究,可以更好的为路基层的参数识别提供可靠的理论和计算上的支撑。

#### 参考文献:

- [1] 杨姝莉.高速公路路基路面病害检测技术的合理选择[J].交通世界,2017(31):72-73.
- [2] 胡庸,杨露,吴佳晔.手持式落锤弯沉仪的系统缺陷研究[J].四川理工学院学报:自然科学版,2011,24(5):568-570.
- [3] ASLI C,FENG Z Q,PORCHER G,et al.Back-calculation of elastic modulus of soil and subgrade from portable falling weight deflectometer measurements[J].Engineering Structures,2012,34(1):1-7.
- [4] 周健.道路桥梁检测中的无损检测技术运用[J].交通世界,2017,33(11):96-97.
- [5] 卢正,姚海林,吴万平等.高速公路路基结构分析及动变形设计方法[J].岩土力学,2010,31(9):2907-2912.
- [6] 陈杰.浅谈路面的等级与分类[J].黑龙江交通科技,2011,34(6):49.
- [7] A1-KHOURY R,SCARPAS A,KASBERGEN C,et al.Spectral element technique for efficient parameter identification of layered media,Part I.Forward calculation [J].International Journal of Solids and Structures,2001,38:1605-1623.
- [8] 张俊兵.基于波谱单元法的结构动力分析[D].武汉:华中科技大学,2011.
- [9] RIZZI S A,DOYLE J F.A spectral element approach to wave motion in layered solids[J].Vibration and Acoustics,1992,114(4):569-577.
- [10] 康国政,蒋晗,阚前华.连续介质力学:基础与应用 [M].北京:科学出版社,2016.
- [11] 蒋长锦,蒋勇.快速傅里叶变换及其 C 程序[M].合肥:中国科学技术大学出版社,2004.
- [12] KREYSZIG E.Advanced engineering mathematics[M].Wiley,New York,1999.
- [13] 曾攀.有限元基础教程[M].北京:高等教育出版社,2009.
- [14] 万学娟,孙成禹,张玉亮,等.介质粘弹性对瑞雷波传

播的影响[C]//中国地球物理学会,中国地球物理学会第二十四届年会论文集,2008.

[15] 安希杰.基于伯格模型沥青混合料高温变形影响因素分析[D].长春:吉林大学,2011.

## Study on Displacement Calculation of Multilayer Viscoelastic Subgrade by Spectral Element Method

WANG Changyong, FENG Zhiqiang, LI Jiuyi, CHEN Huijian

( School of Mechanics and Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** Based on the theory of spectral element method obtained by linear elasticity, the structure model of viscoelastic layer of subgrade is analyzed based on the nondestructive detection of subgrade by falling weight deflectometer, and the formula (24) and the formula (25) are obtained for the viscoelastic layer. This method is mainly carried out in the frequency domain after fast Fourier transform. The response in the frequency domain is inversely transformed into the response in the time domain again, thus avoiding the problem of infinite integral calculation which is difficult to solve in the time domain. When Poisson's ratio varies with time and Poisson's ratio does not change with time, the response of viscoelastic layer subjected to transient force is calculated by using self-compiled language code by using Bergs model. The results show that the displacement response hysteresis phenomenon is found to be consistent with the dynamic analysis in both cases.

**Key words:** subgrade; viscoelastic layer; spectral element method; Burgers model; falling weight deflectometer; transient force

(上接第 59 页)

## Research on Integrity Evaluation and Bearing Capacity Detection of Pie Post-grouting Piles

LI Jia<sup>1,2</sup>, XIAO Henglin<sup>1</sup>

(1. Hubei University of Technology, Hubei 430068, China; 2. Zhejiang Traffic Detection Co., Ltd., Hangzhou 311215, China)

**Abstract:** On the basis of classification of nearly 3900 bridge bored piles with a post-grouting in a large expressway project in the eastern coastal area of Zhejiang province, ultrasonic wave method, reflection wave method, stacking method and self-balancing method are used combined with test specification for foundation piles to test and evaluate the integrity and bearing capacity of foundation pile. The test results are verified by a certain number of drill cores. At the same time, the construction quality of grouting pile with straight pipe method and U-pipe method is compared and analyzed, the causes of pile body defect and bearing capacity insufficiency caused by grouting technology after grouting of bridge bored pile are analyzed, and the advantages and disadvantages of different test methods are also compared. The technical support was provided for the popularization of the grouting process after bored piles. It could also provide reliable suggestions to test the quality of bridge foundation pile using post-grouting technology.

**Key words:** foundation piles; post-grouting technology; integrity; bearing capacity; ultrasonic method; stacking method