第 31 卷第 3 期　　四川理工学院学报(自然科学版)　　Vol. 31　No. 3
2018 年 6 月　　Journal of Sichuan University of Science & Engineering(Natural Science Edition)　　Jun. 2018
文章编号:1673-1549(2018)03-0086-010　　DOI:10.11863/j.suse.2018.03.14

支付值为梯形直觉模糊数的改进矩阵博弈求解方法

贾　磊[a], 谭睿璞[b]

(福建江夏学院 a. 工程学院;b. 电子信息科学学院, 福州 350108)

摘　要:针对支付值为梯形直觉模糊数的矩阵博弈求解问题,提出了一种改进的基于加权均值及模糊度排序的线性规划求解方法。引入梯形直觉模糊数均值和模糊度的概念及基于加权均值模糊度的排序方法,从而构建改进的线性规划模型,计算得到局中人的最优策略。结合市场销售博弈问题,数值实例表明了所提方法的合理性和有效性。

关键词:梯形直觉模糊数;矩阵博弈;线性规划

中图分类号:TP391　　**文献标志码:**A

引　言

博弈论是研究具有斗争性和竞争性管理决策问题的理论和方法,广泛应用于经济学、政治学、心理学、生物学和军事战略等领域[1]。由于信息的不确定性、局中人的有限理性和决策行为的复杂性,局中人的判断存在一定的模糊性和不确定性。模糊博弈理论尤其是模糊矩阵博弈理论得到广泛研究[2-9]。然而,在实际博弈问题中,由于对策所涉及的信息不完全,且涉及到经济、政治、心理行为、意识形态等复杂因素,局中人的判断存在一定的犹豫程度。直觉模糊集[10]同时考虑了隶属、非隶属和犹豫度 3 方面信息,较好地刻画了各个局势下局中人判断的肯定、否定和犹豫程度 3 种状态信息,因此,直觉模糊博弈理论和方法成为研究热点[11-17],包括支付值为直觉模糊集、三角直觉模糊数(TIFN)和梯形直觉模糊数(TrIFN)的博弈问题。

文献[11]研究支付值为直觉模糊集的矩阵博弈求解方法。Nan 等[12]提出了基于三角直觉模糊数排序函数的双目标线性规划矩阵博弈求解方法。Nan 等[13]提出了基于隶属度和非隶属度平均值排序函数的三角直觉模糊数矩阵博弈方法。Verma[14]对文献[13]建立的线性规划模型中的错误假设进行了研究。Seikh 等[15]提出了支付值为三角直觉模糊数的双目标非线性规划求解方法。文献[16]提出基于差分指数排序函数和线性规划的梯形模糊数矩阵博弈求解方法。文献[17]定义了 α -矩阵对策的概念,提出一种求解支付为梯形模糊数的矩阵对策的线性规划新方法。文献[18]提出基于加权可能性均值的直觉梯形模糊数矩阵博弈求解方法。

目前对支付值为直觉模糊数,特别是梯形直觉模糊数的博弈理论和方法研究较少。本文主要研究支付值为 TrIFN 的矩阵博弈问题及其线性规划求解方法,引入基于均值和模糊度的排序函数,在对现有文献分析的基

收稿日期:2018-01-25

基金项目:国家社会科学基金青年项目(17CGL058);福建省自然科学基金项目(2015J01635)

作者简介:贾　磊(1983-),男,讲师,硕士,主要从事工业工程、系统工程方面的研究,(E-mail)18960959090@189.cn;
谭睿璞(1982-),女,讲师,博士,主要从事决策方法方面的研究,(E-mail)191126393@qq.com

础上,指出其不合理的地方,并构建改进的线性规划模型,最后通过实例说明算法的有效性。

1 基础理论

定义1[19] 设 $\tilde{a} = <(\underline{a}, a_1, a_2, \bar{a}; w_{\tilde{a}}, u_{\tilde{a}}>$ 是实数集R上的一个特殊的直觉模糊集,其隶属度与非隶属度分别为:

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} (x-\underline{a})w_{\tilde{a}}/(a_1-\bar{a})(\underline{a} \leqslant x < a_1) \\ w_{\tilde{a}}(a_1 \leqslant x \leqslant a_2) \\ (\bar{a}-x)w_{\tilde{a}}/(\bar{a}-a_2)(a_2 < a \leqslant \bar{a}) \\ 0(x < \underline{a}, x > \bar{a}) \end{cases}$$

$$\nu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} [a_1 - x + \mu_{\tilde{a}}(x-\bar{a})]/(a_1-\underline{a})(\bar{a} \leqslant x < a_1) \\ \mu_{\tilde{a}}(a_1 \leqslant x \leqslant a_2) \\ [x - a_2 + \mu_{\tilde{a}}(\bar{a}-x)]/(\bar{a}-a_2)(a_2 < x \leqslant \bar{a}) \\ 1(x < \underline{a}, x > \bar{a}) \end{cases}$$

其中,$0 \leqslant w_{\tilde{a}} \leqslant 1$, $0 \leqslant u_{\tilde{a}} \leqslant 1$ 和 $0 \leqslant w_{\tilde{a}} + u_{\tilde{a}} \leqslant 1$,称 $\tilde{a}$ 为梯形直觉模糊数(TrIFN),$w_{\tilde{a}}$ 和 $u_{\tilde{a}}$ 分别表示 $\tilde{a}$ 的最大隶属度和最小隶属度,$\pi_{\tilde{a}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{a}}(x) - \nu_{\tilde{a}}(x)$ 表示 $\tilde{a}$ 在 x 处的犹豫度。a_1 和 a_2 分别表示模糊数 $\tilde{a}$ 最可能值的最小值和最大值,$\underline{a}$ 表示模糊数 $\tilde{a}$ 的最小值,$\bar{a}$ 表示模糊数 $\tilde{a}$ 的最大值。

定义2[20] 设 $\tilde{a} = <(\underline{a}, a_1, a_2, \bar{a}); w_{\tilde{a}}, u_{\tilde{a}}>$, $\tilde{b} = <(\underline{b}, b_1, b_2, \bar{b}); w_{\tilde{b}}, u_{\tilde{b}}>$ 和 $\tilde{c} = <(\underline{c}, c_1, c_2, \bar{c}); w_{\tilde{c}}, u_{\tilde{c}}>$ 为3个梯形直觉模糊数,$\lambda \neq 0$ 是任意实数,其中符号 $\wedge$ 和 $\vee$ 表示取小和取大运算,则:

(1) $\tilde{a} + \tilde{b} = <(\underline{a}+\underline{b}, a_1+b_1, a_2+b_2, \bar{a}+\bar{b}); w_{\tilde{a}} \wedge w_{\tilde{b}}, u_{\tilde{a}} \vee u_{\tilde{b}}>$

(2) $\tilde{a} - \tilde{b} = <(\underline{a}-\bar{b}, a_1-b_2, a_2-b_1, \bar{a}-\underline{b}); w_{\tilde{a}} \wedge w_{\tilde{b}}, u_{\tilde{a}} \vee u_{\tilde{b}}>$

(3) $$\tilde{a} \times \tilde{b} = \begin{cases} <(\underline{a}\underline{b}, a_1b_1, a_2b_2, \bar{a}\bar{b}); w_{\tilde{a}} \wedge w_{\tilde{b}}, u_{\tilde{a}} \vee u_{\tilde{b}}> (\tilde{a} > 0, \tilde{b} > 0) \\ <(\underline{a}\bar{b}, a_1b_2, a_2b_1, \bar{a}\underline{b}); w_{\tilde{a}} \wedge w_{\tilde{b}}, u_{\tilde{a}} \vee u_{\tilde{b}}> (\tilde{a} < 0, \tilde{b} > 0) \\ <(\bar{a}\bar{b}, a_2b_2, a_1b_1, \underline{a}\underline{b}); w_{\tilde{a}} \wedge w_{\tilde{b}}, u_{\tilde{a}} \vee u_{\tilde{b}}> (\tilde{a} < 0, \tilde{b} < 0) \end{cases}$$

(4) $$\tilde{a}/\tilde{b} = \begin{cases} <(\underline{a}/\bar{b}, a_1/b_2, a_2/b_1, \bar{a}/\bar{b}); w_{\tilde{a}} \wedge w_{\tilde{b}}, u_{\tilde{a}} \vee u_{\tilde{b}}> (\tilde{a} > 0, \tilde{b} > 0) \\ <(\underline{a}/\bar{b}, a_2/b_2, a_1/b_1, \underline{a}/\underline{b}); w_{\tilde{a}} \wedge w_{\tilde{b}}, u_{\tilde{a}} \vee u_{\tilde{b}}> (\tilde{a} < 0, \tilde{b} > 0) \\ <(\bar{a}/\underline{b}, a_2/b_1, a_1/b_2, \underline{a}/\bar{b}); w_{\tilde{a}} \wedge w_{\tilde{b}}, u_{\tilde{a}} \vee u_{\tilde{b}}> (\tilde{a} < 0, \tilde{b} < 0) \end{cases}$$

(5) $$\lambda\tilde{a} = \begin{cases} <(\lambda\underline{a}, \lambda a_1, \lambda a_2, \lambda\bar{a}); w_{\tilde{a}}, u_{\tilde{a}}> (\lambda > 0) \\ <(\lambda\bar{a}, \lambda a_2, \lambda a_1, \lambda\underline{a}); w_{\tilde{a}}, u_{\tilde{a}}> (\lambda < 0) \end{cases}$$

(6) $\tilde{a}^{-1} = <(1/\bar{a}, 1/a_1, 1/a_2, 1/\underline{a}); w_{\tilde{a}}, u_{\tilde{a}}> (\tilde{a} \neq 0)$

易证明上述运算法则具有如下性质:

(1) $\tilde{a} + \tilde{b} = \tilde{a} + \tilde{b}$, $\tilde{a}\tilde{b} = \tilde{b}\tilde{a}$

(2) $\lambda(\tilde{a} + \tilde{b}) = \lambda\tilde{b} + \lambda\tilde{a}$

(3) $(\tilde{a}^{\lambda})^{k} = \tilde{a}^{\lambda k}$, $\tilde{a}^{\lambda}\tilde{a}^{k} = \tilde{a}^{\lambda+k}(\lambda, k \geqslant 0)$

(4) $(\tilde{a} + \tilde{b})\tilde{c} = \tilde{a}\tilde{c} + \tilde{b}\tilde{c}$, $(\tilde{a}\tilde{b})\tilde{c} = \tilde{a}(\tilde{b}\tilde{c})$

定义3[20] 设 $\tilde{a} = <(\underline{a}, a_1, a_2, \bar{a}); w_{\tilde{a}}, u_{\tilde{a}}>$ 为一个梯形直觉模糊数,其 $<\alpha, \beta>$ 截集,α 截集和 β 截集分别为:$\tilde{a}_{<\alpha,\beta>} = \{x \mid \mu_{\tilde{a}}(x) \geqslant \alpha, \mid \nu_{\tilde{a}}(x) \leqslant \beta\}$,$\tilde{a}_{\alpha} = \{x \mid \mu_{\tilde{a}}(x) \geqslant \alpha\}$,$\tilde{a}_{\beta} = \{x \mid \nu_{\tilde{a}}(x) \leqslant \beta\}$,其中 $0 \leqslant \alpha \leqslant \mu_{\tilde{a}}$, $\nu_{\tilde{a}}(x) \leqslant \beta \leqslant 1$, $0 \leqslant \alpha + \beta \leqslant 1$。根据TrIFN的定义可以得到:

$$\tilde{a}_{\alpha} = [\tilde{a}_{\alpha}^{L}, \tilde{a}_{\alpha}^{U}] = \left[\frac{(W_{\tilde{a}} - \alpha)\underline{a} + \alpha a_1}{w_{\tilde{a}}}, \frac{(w_{\tilde{a}} - \alpha)\bar{a} + \alpha a_2}{w_{\tilde{a}}}\right] \quad (1)$$

$$\tilde{a}_{\beta} = [\tilde{a}_{\beta}^{L}, \tilde{a}_{\beta}^{U}] = \left[\frac{(1-\beta)a_1 + (\beta - U_{\tilde{a}}), \underline{a}}{1 - U_{\tilde{a}}} \frac{(1-\beta)a_2 + (\beta - u_{\tilde{a}})\bar{a}}{1 - u_{\tilde{a}}}\right] \quad (2)$$

定义4[21] 设 $\tilde{a} = <(\underline{a}, a_1, a_2, \bar{a}); w_{\tilde{a}}, u_{\tilde{a}}>$ 为一个梯形直觉模糊数,则其隶属度均值和非隶属度均值分别为:

$$V_{\mu}(\tilde{a}) = \int_0^{w\tilde{a}} (\tilde{a}_{\alpha}^{L} + \tilde{a}_{\alpha}^{U}) f(\alpha) \mathrm{d}\alpha = \int_0^{w\tilde{a}} (\tilde{a}_{\alpha}^{L} + \tilde{a}_{\alpha}^{U}) \alpha \mathrm{d}\alpha = \quad (3)$$

$$\frac{(\underline{a}+2a_1+2a_2+\bar{a})w_{\tilde{a}}^2}{6}$$

$$V_v(\tilde{a}) = \int_{u\tilde{a}}^{1}(\tilde{a}_\beta^L+\tilde{a}_\beta^U)g(\beta)\mathrm{d}\beta = \int_{u\tilde{a}}^{1}(\tilde{a}_\beta^L+\tilde{a}_\beta^U)(1-\beta)\mathrm{d}\beta = \frac{(\underline{a}+2a_1+2a_2+\bar{a})(1-u_{\tilde{a}})^2}{6} \quad (4)$$

定义 5[21] 设 $\tilde{a} = <(\underline{a},a_1,a_2,\bar{a});w_{\tilde{a}},u_{\tilde{a}}>$ 为一个梯形直觉模糊数,则其隶属度模糊度和非隶属度模糊度分别为:

$$A_\mu(\tilde{a}) = \int_0^{w\tilde{a}}(\tilde{a}_a^U-\tilde{a}_a^L)f(a)\mathrm{d}a = \int_0^{w\tilde{a}}(\tilde{a}_a^U-\tilde{a}_a^L)a\mathrm{d}a = \frac{(\bar{a}-2a_1+2a_2-\underline{a})w_{\tilde{a}}^2}{6} \quad (5)$$

$$A_v(\tilde{a}) = \int_0^{w\tilde{a}}(\tilde{a}_a^U-\tilde{a}_a^L)g(\beta)\mathrm{d}a = \int_0^{w\tilde{a}}(\tilde{a}_a^U-\tilde{a}_a^L)(1-\beta)\mathrm{d}a = \frac{(\bar{a}-2a_1+2a_2-\underline{a})(1-u_{\tilde{a}})^2}{6} \quad (6)$$

定义 6[20] 设 $\tilde{a} = <(\underline{a},a_1,a_2,\bar{a});w_{\tilde{a}},u_{\tilde{a}}>$ 为任意一个梯形直觉模糊数,对给定的 $\lambda \in [0,1]$,其加权均值和加权模糊度分别为:

$$V_\lambda(\tilde{a}) = \lambda V_\mu(\tilde{a})+(1-\lambda)V_\nu(\tilde{a}) = \frac{(\underline{a}+2a_1+2a_2+\bar{a})}{6}[\lambda w_{\tilde{a}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\tilde{a}})^2] \quad (7)$$

$$A_\lambda(\tilde{a}) = \lambda V_\mu(\tilde{a})+(1-\lambda)V_\nu(\tilde{a}) = \frac{(\bar{a}-2a_1+2a_2-\underline{a})}{6}[\lambda w_{\tilde{a}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\tilde{a}})^2] \quad (8)$$

其中,$\lambda \in [0,1]$ 为局中人的一种偏好权重,$\lambda \in [0.5,1]$ 表明局中人喜欢肯定的或正面信息;$\lambda \in [0,0.5]$ 表明局中人喜欢否定的或负面信息;$\lambda = 0.5$ 表明局中人持中立态度。

定义 7 设 $\tilde{a} = <(\underline{a},a_1,a_2,\bar{a});w_{\tilde{a}},u_{\tilde{a}}>$,$\tilde{b} = <(\underline{b},b_1,b_2,\bar{b});w_{\tilde{b}},u_{\tilde{b}}>$ 是任意 2 个梯形直觉模糊数,$\lambda \in [0,1]$,则其大小关系或排序:

(1)若 $V_\lambda(\tilde{a}) > V_\lambda(\tilde{b})$,则:$\tilde{a}$ 大于 $\tilde{b}$,记做 $\tilde{a} > \tilde{b}$;若 $V_\lambda(\tilde{a}) < V_\lambda(\tilde{b})$,则:$\tilde{a}$ 小于 $\tilde{b}$,记做 $\tilde{a} < \tilde{b}$。

(2)若 $V_\lambda(\tilde{a}) = V_\lambda(\tilde{b})$,则:若 $A_\lambda(\tilde{a}) = A_\lambda(\tilde{b})$,则 $\tilde{a}$ 等于 $\tilde{b}$,记做 $\tilde{a} = \tilde{b}$;若 $A_\lambda(\tilde{a}) > A_\lambda(\tilde{b})$,则 $\tilde{a}$ 大于 $\tilde{b}$,记做 $\tilde{a} > \tilde{b}$;若 $A_\lambda(\tilde{a}) < A_\lambda(\tilde{b})$,则 $\tilde{a}$ 小于 $\tilde{b}$,记做 $\tilde{a} < \tilde{b}$。

2 梯形直觉模糊数矩阵博弈模型的构建及求解

2.1 梯形直觉模糊数矩阵博弈模型构建

设局中人 P_1 和 P_2 的纯策略集合为 $S_1 = \{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m\}$ 和 $S_2 = \{\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n\}$,混合策略空间为 $X = \{x \mid x \in \mathbf{R}^m, \sum_{i=1}^{m} x_i = 1, x_i \geqslant 0(i=1,2,\cdots m)\}$,$Y = \{y \mid y \in \mathbf{R}^m, \sum_{i=1}^{m} y_i = 1, y_i \geqslant 0(i=1,2,\cdots n)\}$,当局中人 P_1 选取纯策略 $\alpha_i \in S_1(i=1,2\cdots,m)$,局中人 P_2 选取纯策略 $\beta_j \in S_2(j=1,2,\cdots,n)$ 时,形成博弈局势 (α_i,β_j),局中人 P_1 获得的支付值可表示为梯形直觉模糊数:$\tilde{a}_{ij} = <(\underline{a}_{ij},a_{1ij},a_{2ij},\bar{a}_{ij});w_{\tilde{a}_{ij}},u_{\tilde{a}_{ij}}>$ $(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$,其中,$\underline{a}_{ij} \leqslant a_{1ij} \leqslant a_{2ij} \leqslant \bar{a}_{ij}$,$w_{\tilde{a}_{ij}} \in [0,1]$ 和 $u_{\tilde{a}_{ij}} \in [0,1]$,而局中人 P_2 相应地损失的支付值为梯形模糊数 $\tilde{a}_{ij} = <(\underline{a}_{ij},a_{1ij},a_{2ij},\bar{a}_{ij});w_{\tilde{a}_{ij}},u_{\tilde{a}_{ij}}>$ $(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$。于是,局中人 P_1 在所有 $m \times n$ 个局势下的支付值可直观的用矩阵表示为 $\tilde{a} = (\tilde{a}_{ij})_{m\times n}$。将这矩阵博弈称为支付值为梯形直觉模糊数的矩阵博弈,表示为五元组 $G = (S_1,X,S_2,Y,\tilde{a})$。当局中人 P_1 选取混合策略 $x \in X$,局中人 P_2 选取混合策略 $y \in Y$ 时,局中人 P_1 的期望支付值即博弈值为 $E(x,y)$,其中:

$$E(x,y) = X^T\tilde{a}Y = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\tilde{a}_{ij}x_iy_j = <(\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\underline{a}_{ij}x_iy_j, \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}a_{1ij}x_iy_j, \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}a_{2ij}x_iy_j, \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\bar{a}_{ij}x_iy_j,) \wedge \mu_{\tilde{a}_{ij}}, \vee \nu_{\tilde{a}_{ij}}> \quad (9)$$

定义 8[20] 设 $\tilde{v} = <(\underline{v},v_1,v_2,\bar{v});w_{\tilde{v}},u_{\tilde{v}}>$,$\tilde{\omega} = <(\underline{\omega},\omega_1,\omega_2,\bar{\omega});w_{\tilde{\omega}},u_{\tilde{\omega}}>$ 为 2 个梯形直觉模糊数,若对任意的 $x \in X$ 和 $y \in Y$,满足 $x^{*T}\tilde{a}y \geqslant \tilde{v}$ 和 $x^T\tilde{a}y^* \leqslant \tilde{\omega}$,则称 $(x^*,y^*,\tilde{v},\tilde{\omega})$ 是支付值为梯形直觉模糊数的矩阵博弈的合理解,$\tilde{v}$ 和 $\tilde{\omega}$ 分别为局中人 P_1 和 P_2 的合理博弈值。

定义 9[20] 设 $\tilde{v}^* \in V$ 和 $\tilde{\omega}^* \in W$,若不存在任何合理博弈值 $\tilde{v} \in V(\tilde{v} \neq \tilde{v}^*)$ 和 $\tilde{\omega} \in W(\tilde{\omega} \neq \tilde{\omega}^*)$,使得 $\tilde{v} \geqslant \tilde{v}^*$ 和 $\tilde{\omega} \leqslant \tilde{\omega}^*$,则称 $(x^*,y^*,\tilde{v}^*,\tilde{\omega}^*)$ 是支付值为梯形直觉模糊数的矩阵博弈 $\tilde{a}$ 的解,x^*,y^* 分别为局中人

P_1, P_2 的最优策略, $\tilde{v}^*$, $\tilde{\omega}^*$ 分别为局中人 P_1 的最小赢得和局中人 P_2 的最大损失, $x^{*\mathrm{T}}\tilde{a}y^*$ 是支付值为梯形直觉模糊数的矩阵博弈 $\tilde{a}$ 的博弈值。

2.2 梯形直觉模糊数矩阵博弈求解

根据定义 8 和定义 9 可知,局中人 P_1 和 P_2 的最优策略 (x^*, y^*) 可分别通过求解下面一对带有梯形直觉模糊数的数学规划模型得到:

$$\max\{\tilde{v}\}\begin{cases}\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_{ij}x_iy_j \geqslant \tilde{v}(j=1,2,\cdots,n;y\in Y)\\ \sum_{i=1}^{m}x_i=1\\ x_i\geqslant 0(i=1,2,\cdots,m)\end{cases}\tag{10}$$

$$\min\{\tilde{\omega}\}$$

$$\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}\tilde{a}_{ij}x_iy_j \leqslant \tilde{\omega}\ (i=1,2,\cdots,m;x\in X)\\ \sum_{j=1}^{n}y_j=1\\ y_j\geqslant 0\ (j=1,2,\cdots,n)\end{cases}\tag{11}$$

根据定义 2,式(10)和式(11)分别转化为:

$$\max\{\tilde{v}\}$$

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_{ij}x_i \geqslant \tilde{v}\ (j=1,2,\cdots,n)\\ \sum_{i=1}^{m}x_i=1\\ x_i\geqslant 0\ (i=1,2,\cdots,m)\end{cases}\tag{12}$$

$$\min\{\tilde{\omega}\}$$

$$\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}\tilde{a}_{ij}y_j \leqslant \tilde{\omega}\ (i=1,2,\cdots,m)\\ \sum_{j=1}^{n}y_j=1\\ y_j\geqslant 0\ (j=1,2,\cdots,n)\end{cases}\tag{13}$$

根据定义 6 的排序方法,式(12)和式(13)转化为:

$$\max\{V_\lambda(\tilde{v})\},\min\{A_\lambda(\tilde{v})\}$$

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{m}V_\lambda(\tilde{a}_{ij})x_i \geqslant V_\lambda(\tilde{v})\ (j=1,2,\cdots,n)\\ \sum_{i=1}^{m}A_\lambda(\tilde{a}_{ij})x_i \leqslant A_\lambda(\tilde{v})\ (j=1,2,\cdots,n)\\ \sum_{i=1}^{m}x_i=1\\ x_i\geqslant 0\ (i=1,2,\cdots,m)\end{cases}\tag{14}$$

$$\min\{V_\lambda(\tilde{\omega})\},\max\{A_\lambda(\tilde{\omega})\}$$

$$\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}V_\lambda(\tilde{a}_{ij})y_j \leqslant V_\lambda(\tilde{\omega})\ (i=1,2,\cdots,m)\\ \sum_{j=1}^{n}A_\lambda(\tilde{a}_{ij})y_j \geqslant A_\lambda(\tilde{\omega})\ (i=1,2,\cdots,m)\\ \sum_{j=1}^{n}y_j=1\\ y_j\geqslant 0\ (j=1,2,\cdots,n)\end{cases}\tag{15}$$

根据式(7)和式(8),式(14)转化为:

$$\max\{\frac{(\underline{v}+2v_1+2v_2+\bar{v})}{6}[\lambda w_{\tilde{v}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\tilde{v}})^2]\},$$

$$\min\{\frac{(\bar{v}-\underline{v}+2v_2-2v_1)}{6}[\lambda w_{\tilde{v}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\tilde{v}})^2]\}$$

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{m}\frac{\underline{a}_{ij}+2a_{1ij}+2a_{2ij}+\bar{a}_{ij}}{6}[\lambda w_{\tilde{a}_{ij}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\tilde{a}_{ij}})^2]x_i\\ \geqslant\frac{(\underline{v}+2v_1+2v_2+\bar{v})}{6}[\lambda w_{\tilde{v}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\tilde{v}})^2]\ (j=1,2,\cdots,n)\\ \sum_{i=1}^{m}\frac{\bar{a}_{ij}-\underline{a}_{ij}+2a_{2ij}-2a_{1ij}}{6}[\lambda w_{\tilde{a}_{ij}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\tilde{a}_{ij}})^2]x_i\\ \leqslant\frac{(\bar{v}-\underline{v}+2v_2-2v_1)}{6}[\lambda w_{\tilde{v}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\tilde{v}})^2]\ (j=1,2,\cdots,n)\\ \underline{v}\leqslant v_1,v_1\leqslant v_2,v_2\leqslant\bar{v},\sum_{i=1}^{m}x_i=1,x_i\geqslant 0\ (i=1,2,\cdots,m)\end{cases}\tag{16}$$

式(15)可做类似转化。

2.3 改进的梯形直觉模糊数矩阵博弈求解方法

通过分析式(14)、式(15)和式(16),可发现文献[12,20]的模型中存在错误假定,其认为

$$V_\lambda(\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_{ij}x_i) = \sum_{i=1}^{m}V_\lambda(\tilde{a}_{ij})x_i,$$

$$A_\lambda(\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_{ij}x_i) = \sum_{i=1}^{m}A_\lambda(\tilde{a}_{ij})x_i,$$

$$V_\lambda(\sum_{j=1}^{n}\tilde{a}_{ij}y_j) = \sum_{j=1}^{n}V_\lambda(\tilde{a}_{ij})y_j,$$

$$A_\lambda(\sum_{j=1}^{n}\tilde{a}_{ij}y_j) = \sum_{j=1}^{n}A_\lambda(\tilde{a}_{ij})y_j,$$

而实际上它们并不相等。因为根据定义 2 的 TrIFN 运算法则及式(7)、式(8)可得:

$$V_\lambda(\sum_{i=1}^{m}a_{ij}) = V_\lambda(\sum_{i=1}^{m} <(\underline{a}_{ij},a_{1ij},a_{2ij},\bar{a}_{ij})w_{\tilde{a}_{ij}},u_{\tilde{a}_{ij}}>) = V_\lambda(<(\sum_{i=1}^{m}\underline{a}_{ij},\sum_{i=1}^{m}a_{1ij},\sum_{i=1}^{m}a_{2ij},\sum_{i=1}^{m}\bar{a}_{ij}); \min_{\substack{1\le i\le m\\1\le j\le n}}\{w_{\tilde{a}_{ij}}\},\max_{\substack{1\le i\le m\\1\le j\le n}}\{u_{\tilde{a}_{ij}}\}>) = \frac{\sum_{i=1}^{m}\underline{a}_{ij}+2\sum_{i=1}^{m}a_{1ij}+2\sum_{i=1}^{m}a_{2ij}+\sum_{i=1}^{m}\bar{a}_{ij}}{6}[\lambda(\min_{\substack{1\le i\le m\\1\le j\le n}}\{w_{\tilde{a}_{ij}}\})^2,(1-\lambda)(\min_{\substack{1\le i\le m\\1\le j\le n}}\{(1-u_{\tilde{a}_{ij}})\})^2] \tag{17}$$

$$\sum_{i=1}^{m}V_\lambda(\tilde{a}_{ij}) = \sum_{i=1}^{n}V_\lambda(<(a_{ij},a_{1ij},a_{2ij},\bar{a}_{ij});w_{aij},u_{a_{ij}}>) = (\sum_{i=1}^{n}(\bar{a}_{ij}+2a_{1ij}+2a_{2ij}+\bar{a}_{ij})[\lambda w_{a_{ij}}{}^2+(1-\lambda)u_{a_{ij}}{}^2]) \tag{18}$$

易得

$$V_\lambda(\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_{ij}x_i) \ne \sum_{i=1}^{m}V_\lambda(\tilde{a}_{ij})x_i$$

类似可得

$$A_\lambda(\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_{ij}x_i) \ne \sum_{i=1}^{m}A_\lambda(\tilde{a}_{ij})x_i,\ V_\lambda(\sum_{j=1}^{n}\tilde{a}_{ij}y_j) \ne \sum_{j=1}^{n}V_\lambda(\tilde{a}_{ij})y_j,\ A_\lambda(\sum_{j=1}^{n}\tilde{a}_{ij}y_j) \ne \sum_{j=1}^{n}A_\lambda(\tilde{a}_{ij})y_j$$

但当所有 $w_{\tilde{a}_{ij}}$ 、$u_{\tilde{a}_{ij}}$ 都相等时,它们相等,其文献[12,20]的方法正确。

受文献[14,16]的启发,为易于计算,令

$$\xi = (\min_{\substack{1\le i\le m\\1\le j\le n}}\{w_{\tilde{a}_{ij}}\})^2,\ k = (\min_{\substack{1\le i\le m\\1\le j\le n}}\{(1-u_{\tilde{a}_{ij}})\})^2,$$

则 $V_\lambda(\sum_{i=1}^{m}a_{ij})$ 和 $A_\lambda(\sum_{i=1}^{m}a_{ij})$ 可转化为:

$$V_\lambda(\sum_{i=1}^{m}a_{ij}) = \frac{\sum_{i=1}^{m}\underline{a}_{ij}+2\sum_{i=1}^{m}a_{1ij}+2\sum_{i=1}^{m}a_{2ij}+\sum_{i=1}^{m}\bar{a}_{ij}}{6}[\lambda(\min_{\substack{1\le i\le m\\1\le j\le n}}\{w_{\tilde{a}_{ij}}\})^2,(1-\lambda)(\min_{\substack{1\le i\le m\\1\le j\le n}}\{(1-u_{\tilde{a}_{ij}})\})^2] = \sum_{i=1}^{m}(\frac{\underline{a}_{ij}+2a_{1ij}+2a_{2ij}+\bar{a}_{ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]) \tag{19}$$

$$A_\lambda(\sum_{i=1}^{m}a_{ij}) = \frac{\sum_{i=1}^{m}\bar{a}_{ij}-\sum_{i=1}^{m}\underline{a}_{ij}+2\sum_{i=1}^{m}a_{2ij}-2\sum_{i=1}^{m}a_{1ij}}{6}[\lambda(\min_{\substack{1\le i\le m\\1\le j\le n}}\{w_{\tilde{a}_{ij}}\})^2+(1-\lambda)(\min_{\substack{1\le i\le m\\1\le j\le n}}\{(1-u_{\tilde{a}_{ij}})\})^2] = \sum_{i=1}^{m}(\frac{\bar{a}_{ij}-\underline{a}_{ij}+2a_{2ij}-2a_{1ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]) \tag{20}$$

将式(19)和式(20)带入式(14)和式(15),可得:

$$\max\{\frac{(\underline{v}+2v_1+2v_2+\bar{v})}{6}[\lambda w_{\tilde{v}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\tilde{v}})^2]\},$$

$$\min\{\frac{(\bar{v}-\bar{v}+2v_2-2v_1)}{6}[\lambda w_{\tilde{v}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\tilde{v}})^2]\}$$

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{m}(\frac{\underline{a}_{ij}+2a_{1ij}+2a_{2ij}+\bar{a}_{ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k])x_i \geqslant \\ \frac{(\underline{v}+2v_1+2v_2+\bar{v})}{6}[\lambda w_{\tilde{v}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\tilde{v}})^2]\ (j=1,2,\cdots,n) \\ \sum_{i=1}^{m}(\frac{\bar{a}_{ij}-\underline{a}_{ij}+2a_{2ij}-2a_{1ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k])x_i \\ \leqslant \frac{(\bar{v}-\underline{v}+2v_2-2v_1)}{6}[\lambda w_{\tilde{v}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\tilde{v}})^2](j=1,2,\cdots,n)\underline{v} \leqslant \\ v_1,v_1 \leqslant v_2,v_2 \leqslant \bar{v},\sum_{i=1}^{m}x_i = 1,x_i \geqslant 0\ (i=1,2,\cdots,m)\end{cases} \tag{21}$$

$$\min\left\{\frac{(\underline{\omega}+2\omega_1+2\omega_2+\bar{\omega})}{6}\left[\lambda w_{\bar{\omega}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\bar{\omega}})^2\right]\right\}$$

$$\max\left\{\frac{(\bar{\omega}-\underline{\omega}+2\omega_2-2\omega_1)}{6}\left[\lambda w_{\bar{\omega}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\bar{\omega}})^2\right]\right\}$$

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{m}\left(\dfrac{\underline{a}_{ij}+2a_{1ij}+2a_{2ij}+\bar{a}_{ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]\right)y_i\\ \leqslant\dfrac{(\underline{\omega}+2\omega_1+2\omega_2+\bar{\omega})}{6}\left[\lambda w_{\bar{\omega}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\bar{\omega}})^2\right]\ (i=1,2,\cdots,m)\\ \sum\limits_{i=1}^{m}\left(\dfrac{\bar{a}_{ij}-\underline{a}_{ij}+2a_{2ij}-2a_{1ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]\right)y_i\\ \geqslant\dfrac{(\bar{\omega}-\bar{\omega}+2\omega_2-2\omega_1)}{6}\left[\lambda w_{\bar{\omega}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\bar{\omega}})^2\right]\ (i=1,2,\cdots,m)\\ \bar{\omega}\leqslant\omega_1,\omega_1\leqslant\omega_2,\omega_2\leqslant\bar{\omega},\sum\limits_{j=1}^{n}y_j=1,y_j\geqslant 0\ (j=1,2,\cdots,n)\end{cases}\tag{22}$$

为计算简便,设:

$$V_1=\frac{(\underline{v}+2v_1+2v_2+\bar{v})}{6}\left[\lambda w_{\bar{v}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\bar{v}})^2\right],$$

$$A_1=\frac{(\bar{v}-\bar{v}+2v_2-2v_1)}{6}\left[\lambda w_{\bar{v}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\bar{v}})^2\right]$$

$$V_2=\frac{(\bar{\omega}+2\omega_1+2\omega_2+\bar{\omega})}{6}\left[\lambda w_{\bar{\omega}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\bar{\omega}})^2\right]$$

$$A_2=\frac{(\bar{\omega}-\underline{\omega}+2\omega_2-2\omega_1)}{6}\left[\lambda w_{\bar{\omega}}^2+(1-\lambda)(1-u_{\bar{\omega}})^2\right]$$

则式(21)和式(22)可转化为: $\max\{V_1\}$,$\min\{A_1\}$

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{m}\left(\dfrac{\underline{a}_{ij}+2a_{1ij}+2a_{2ij}+\bar{a}_{ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]\right)x_i\geqslant V_1\\ (j=1,2,\cdots,n)\\ \sum\limits_{i=1}^{m}\left(\dfrac{\bar{a}_{ij}-\underline{a}_{ij}+2a_{2ij}-2a_{1ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]\right)x_i\leqslant A_1\\ (j=1,2,\cdots,n)\\ \sum\limits_{i=1}^{m}x_i=1,x_i\geqslant 0(i=1,2,\cdots,m)\end{cases}\tag{23}$$

$\min\{V_2\}$,$\max\{A_2\}$

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{m}\left(\dfrac{\underline{a}_{ij}+2a_{1ij}+2a_{2ij}+\bar{a}_{ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]\right)y_i\leqslant V_2\\ (i=1,2,\cdots,m)\\ \sum\limits_{i=1}^{m}\left(\dfrac{\bar{a}_{ij}-\underline{a}_{ij}+2a_{2ij}-2a_{1ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]\right)y_i\leqslant A_1\\ (i=1,2,\cdots,m)\\ \sum\limits_{j=1}^{n}y_j=1,y_i\geqslant 0(j=1,2,\cdots,n)\end{cases}\tag{24}$$

为求解,将式(23)和式(24)转化为线性规划模型:

$\max\{V_1\}$

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{m}\left(\dfrac{\underline{a}_{ij}+2a_{1ij}+2a_{2ij}+\bar{a}_{ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]\right)x_i\geqslant V_1\\ (j=1,2,\cdots,n)\\ \sum\limits_{i=1}^{m}\left(\dfrac{\bar{a}_{ij}-\underline{a}_{ij}+2a_{2ij}-2a_{1ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]\right)x_i\leqslant A_1\\ (j=1,2,\cdots,n)\\ \sum\limits_{i=1}^{m}x_i=1,x_i\geqslant 0(i=1,2,\cdots,m)\end{cases}\tag{25}$$

和

$\min\{V_2\}$

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{m}\left(\dfrac{\underline{a}_{ij}+2a_{1ij}+2a_{2ij}+\bar{a}_{ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]\right)y_i\leqslant V_2\\ (i=1,2,\cdots,m)\\ \sum\limits_{i=1}^{m}\left(\dfrac{\bar{a}_{ij}-\underline{a}_{ij}+2a_{2ij}-2a_{1ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]\right)y_i\geqslant A_2\\ (i=1,2,\cdots,m)\\ \sum\limits_{j=1}^{n}y_j=1,y_i\geqslant 0(j=1,2,\cdots,n)\end{cases}\tag{26}$$

利用单纯形法求解,可得式(25)和式(26)的最优解为 $(x^0(\lambda),V_1^0(\lambda),A_1^0(\lambda))$ 和 $(y^0(\lambda),V_2^0(\lambda),A_2^0(\lambda))$。

进而根据式(23)和式(24),分别构造线性规划模型,

$\min\{A_1\}$

$$
\begin{cases}
\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\underline{a}_{ij}+2a_{1ij}+2a_{2ij}+\bar{a}_{ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]\right)x_i \geqslant V_1 \\
(j=1,2,\cdots,n) \\
\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\bar{a}_{ij}-\underline{a}_{ij}+2a_{2ij}-2a_{1ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]\right)x_i \leqslant A_1 \\
(j=1,2,\cdots,n) \\
V_1 \geqslant V_1^0(\lambda), A_1 \leqslant A_1^0(\lambda), , \sum_{i=1}^{m} x_i = 1, x_i \geqslant 0 \\
(i=1,2,\cdots,m)
\end{cases} \tag{27}
$$

和

$$\max\{A_2\}$$

$$
\begin{cases}
\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\underline{a}_{ij}+2a_{1ij}+2a_{2ij}+\bar{a}_{ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]\right)y_i \leqslant V_2 \\
(i=1,2,\cdots,m) \\
\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\bar{a}_{ij}-\underline{a}_{ij}+2a_{2ij}-2a_{1ij}}{6}[\lambda\xi+(1-\lambda)k]\right)y_i \geqslant A_2 \\
(i=1,2,\cdots,m) \\
V_2 \leqslant V_2^0(\lambda), A_2 \geqslant A_2^0(\lambda), \sum_{j=1}^{n} y_j = 1, y_i \geqslant 0 \\
(j=1,2,\cdots,n)
\end{cases} \tag{28}
$$

利用单纯形法求解,可得式(27)和式(28)的最优解为 $(x^*(\lambda), V_1^*(\lambda), A_1^*(\lambda))$ 和 $(y^*(\lambda), V_2^*(\lambda), A_2^*(\lambda))$,不难证明其分别是线性规划模型即式(23)和式(24)的帕累托最优解[12,20],因此 $x^*(\lambda)$ 是局中人 P_1 的最优策略,$y^*(\lambda)$ 局中人 P_2 的最优策略,$x^{*T}(\lambda)\tilde{a}y^*(\lambda)$ 是局中人 P_1 的期望支付即支付值为梯形直觉模糊数的矩阵博弈值。

3 实例分析

3.1 数值例子

现有两家公司 A 和 B 欲占领某一产品市场,各自拟定下一年度产品的销售计划,以便增加自己产品在市场上的销售量。由于市场对此产品的需求基本上为固定量,因此一家公司销售量增加则会引起另一家公司销售量减少,两家公司为了获得更多的市场销售量进行博弈。两家公司的策略有以下 2 种:增加广告宣传 α_1,改进产品包装 α_2。通过分析预测到企业甲的市场销售额可采用梯形直觉模糊数表示为矩阵 $\tilde{a}$:

$$
\tilde{a}=\begin{bmatrix}
<(50,60,70,80);0.8,0.1> \\
<(30,40,70,80);0.4,0.3> \\
<(20,30,40,50);0.5,0.4> \\
<(40,50,60,70);0.6,0.2>
\end{bmatrix}
$$

其中 $<(50,60,70,80);0.8,0.1>$ 表示当公司 A 和 B 都选择策略 α_1 即增加广告宣传时,公司 A 的产品销售额为 60 万元~70 万元之间,其最大隶属度为 0.6,最小非隶属度为 0.2,犹豫度为 0.2。其它 TrIFN 可作类似解释。

步骤 1 计算:

$$\xi=(\min_{\substack{1\leqslant i\leqslant m\\1\leqslant j\leqslant n}}\{w_{\tilde{a}_{ij}}\})^2=0.16,$$

$$k=(\min_{\substack{1\leqslant i\leqslant m\\1\leqslant j\leqslant n}}\{(1-u_{\tilde{a}_{ij}})\})^2=0.36$$

步骤 2 将步骤 1 得到的 ξ 和 k 值带入式(25),可得:

$$\max\{V_1\}\ s.t.$$

$$
\begin{cases}
65.00(0.36-0.20\lambda)x_1+35.00(0.36-0.20\lambda)x_2 \geqslant V_1 \\
55.00(0.36-0.20\lambda)x_1+55.00(0.36-0.20\lambda)x_2 \geqslant V_1 \\
8.33(0.36-0.20\lambda)x_1+8.33(0.36-0.20\lambda)x_2 \leqslant A_1 \\
18.33(0.36-0.20\lambda)x_1+8.33(0.36-0.20\lambda)x_2 \leqslant A_1 \\
x_1+x_2=1 \\
x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0
\end{cases}
$$

当 $\lambda=0.8$ 时,采用单纯型法求解可得 $(x^0(0.8), V_1^0(0.8), A_1^0(0.8))$,其中,$x^0(0.8)=(0.667,0.333)$,$V_1^0(0.8)=11.000$,$A_1^0(0.8)=3.003$;类似求解式(26),当 $\lambda=0.8$ 时,可得 $(x^0(0.8), V_2^0(0.8), A_2^0(0.8))$,其中,$x^0(0.8)=(0.000,1.000)$,$V_2^0(0.8)=$

11.000, $A_2^0(0.8)=0$。求解式(27),当 $\lambda=0.8$ 时,采用单纯型法求解可得 $(x^*(0.8), V_1^*(0.8), A_1^*(0.8))$,其中,$x^*(0.8)=(0.667,0.333)$, $V_1^*(0.8)=11.000$, $A_1^*(0.8)=3.003$。求解式(28),当 $\lambda=0.8$ 时,采用单纯型法求解可得 $(y^*(0.8), V_2^*(0.8), A_2^*(0.8))$,其中,$y^*(0.8)=(0.000,1.000)$, $V_2^*(0.8)=11.000$, $A_2^*(0.8)=1.670$。

因此,当参数 $\lambda=0.8$ 时,局中人 P_1 的最优策略为 $x^*(0.8)=(0.667,0.333)$,局中人 P_2 的最优策略为 $y^*(0.8)=(0.000,1.000)$,局中人 P_1 在局势 $(x^*(0.8), y^*(0.8))$ 下的期望支付值为:$x^{*T}(0.8)\tilde{a}y^*(0.8)=<(33,43,67,77);0.4,0.4>$,即局中人 P_1 的市场产品销售额最大可能在区间[43,67]内,其最大隶属度为0.4,最小非隶属度为0.4,犹豫度为0.2。

为说明参数 λ 对博弈结果的影响,取不同 λ 值,则局中人 P_1 的最优策略 $x^*(\lambda)$,最小赢得 $\tilde{v}^*$ 的加权均值 $V_1^*(\lambda)$,加权模糊度 $A_1^*(\lambda)$,局中人 P_2 的最优策略 $y^*(\lambda)$,最大损失 $\tilde{\omega}^*$ 的加权均值 $V_2^*(\lambda)$,加权模糊度 $A_2^*(\lambda)$ 及相应的博弈值见表1。

表1 不同 λ 取值时局中人的最优策略、加权均值、加权模糊度及博弈值

	$\lambda=0.0$	$\lambda=0.5$	$\lambda=1.0$
$x^*(\lambda)$	(0.667,0.333)	(0.667,0.333)	(0.667,0.333)
$V_1^*(\lambda)$	19.800	14.300	8.800
$A_1^*(\lambda)$	5.400	3.903	2.3967
$y^*(\lambda)$	(0,1)	(0,1)	(0,1)
$V_2^*(\lambda)$	19.800	14.300	8.800
$A_2^*(\lambda)$	3.000	2.170	1.330
$x^{*T}(\lambda)\tilde{a}y^*(\lambda)$	<(33,43,67,77;0.4,0.4>	<(33,43,67,77);0.4,0.4>	<(33,43,67,77);0.4,0.4>

3.2 对比分析

为说明本文算法的正确性及合理性,将其与文献[20]中的方法进行比较分析,分别取不同 λ 值,两种方法的最优策略及相应的博弈值见表2。

表2 不同 λ 取值时两种方法的最优策略及博弈值

		$\lambda=0.0$	$\lambda=0.5$	$\lambda=1.0$
本文方法	$x^*(\lambda)$	(0.667,0.333)	(0.667,0.333)	(0.667,0.333)
	$y^*(\lambda)$	(0,1)	(0,1)	(0,1)
	$x^{*T}(\lambda)\tilde{a}y^*(\lambda)$	<(33,43,67,77);0.4,0.4>	<(33,43,67,77);0.4,0.4>	<(33,43,67,77);0.4,0.4>
文献方法	$x^*(\lambda)$	(0.468,0.532)	(0.365,0.635)	(0.252,0.748)
	$y^*(\lambda)$	(0.171,0.829)	(0.209,0.791)	(0.251,0.749)
	$x^{*T}(\lambda)\tilde{a}y^*(\lambda)$	<(35,45,63,73);0.4,0.4>	<(35,45,61,71);0.4,0.4>	<(35,45,59,69);0.4,0.4>

由表2可知,采用本文方法得到的期望支付值<(33,43,67,77);0.4,0.4>不变,不受 λ 取值的影响,且与采用文献[20]方法得到的期望支付值大致相同。随着 λ 取值不同,采用文献[20]的方法得到的局中人的最优策略是不确定的,而采用本文方法得到的最优策略是稳定的。

4 结束语

本文研究了支付值为梯形直觉模糊数的矩阵博弈方法,引入了梯形直觉模糊数均值和模糊度的概念,并给出了基于加权均值模糊度排序方法的线性规划求解方法。提出了改进的矩阵博弈线性规划求解方法,并应用到市场产品销售博弈问题中,通过实例分析验证了该方法的有效性。本文的方法可拓展到其他具有类似的直觉模糊支付矩阵对策求解问题。在今后的工作中,将进一步对直觉模糊博弈理论和方法进行深入研究。

参考文献:

[1] NEUMANN J V,MORGENSTERN O.The Theory of Games and Economic Behavior[M].Princeton:Princeton University Press,1944.

[2] BECTOR C R,CHANDRA S,VIJAY V.Duality in linear programming with fuzzy parameters and matrix games with fuzzy payoffs[J].Fuzzy Sets and Systems,2004,146

(2):253 - 269.

[3] BECTOR C R,CHANDRA S.Fuzzy mathematical programming and fuzzy matrix games[M].Berlin:Springer Verlag,2005.

[4] VIJAY V,MEHRA A,CHANDRA S,et al.Fuzzy matrix games via a fuzzy ralation approach[J].Fuzzy Optimization and Decision Making,2007,6(4):299-314.

[5] LI D F.An effective methodology for solving matrix games with fuzzy payoffs[J].IEEE Transactions on Cybernatics,2013,43(2):610-621.

[6] LI D F.A fast approach to compute fuzzy values of matrix games with payoffs of triangular fuzzy numbers[J].European Journal of Operational Research,2012,223:421-429.

[7] CEVIKEL A C,AHLATCIOGLU M.A linear Interactive solution concept for fuzzy multiobjective games[J].European Journal of Pure and Applied Mathematics,2010,3(1):107-117.

[8] KOCKEN H G,OZKOK B A,TIRYAKI F.A compensatory fuzzy approach to multi-objective linear transportation problem with fuzzy parameters[J].European Journal of Pure and Applied Mathematics,2014,7(3):369-386.

[9] SEIKH M R,NAYAK P K,PAL M.An alternative approach for solving fuzzy matrix games[J].International Journal of Mathematics and Soft Computing,2016,5(1):79-92.

[10] ATANASSOV K.Intuitionistic fuzzy sets[J].Fuzzy Sets and Systems,1986,20(1):87-96.

[11] 南江霞,安京京,汪亭,等.支付值为直觉模糊集的矩阵对策的线性规划求解方法[J].数学的实践与认识,2015,45(24):176-182.

[12] NAN J X,ZHANG M J,LI D F.A methodology for matrix games with payoffs of triangular intuitionistic fuzzy number[J].Journal of Intelligent & Fuzzy Systems,2014,26:2899-2912.

[13] NAN J X,LI D F,ZHANG M J.A lexicographic method for matrix games with payoffs of triangular intuitionistic fuzzy numbers[J].International Journal of Computational Intelligence Systems,2010,3(3):280-289.

[14] VERMA T,KUMAR A.A note on "A lexicographic method for matrix games with payoffs of triangular intuitionistic fuzzy numbers"[J].International Journal of Computational Intelligence Systems,2016,8(4):690-700.

[15] SEIKH M R,NAYAK P K,PAL M.Solving bi-matrix games with pay-offs of triangular intuitionistic fuzzy numbers[J].European Journal of Pure and Applied Mathematics,2015,8(2):153-171.

[16] VERMA T,KUMAR A,APPADOO S S.Modified difference-index based ranking bilinear programming approach to solving bimatrix games with payoffs of trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers[J].Journal of Intelligent & Fuzzy Systems,2015,29:1607-1618.

[17] 杨洁,李登峰.求解梯形模糊矩阵对策的线性规划方法[J].控制与决策,2015,30(7):1219-1226.

[18] 万树平,张小路.基于加权可能性均值的直觉梯形模糊数矩阵博弈求解方法[J].控制与决策,2012,27(8):1121-1126,1132.

[19] LI D F.A note on "Using intuitionistic fuzzy sets for fault-tree analysis on printed circuit board assembly"[J].Microelectronics Reliability,2008,48(10):1741.

[20] 李登峰.直觉模糊集决策与对策分析方法[M].北京:国防工业出版社,2012.

[21] LI D F,YANG J.A difference-index based ranking bilinear programming approach to solving bimatrix

games with payoffs of trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers[J].Journal of Applied Mathematics,2013(3):1-10.

[22] 林友谅,李武,韩庆兰.直觉模糊数密度集成算子及其应用[J].控制与决策,2017,32(6):1026-1032.

[23] 安京京,李登峰,南江霞.直觉模糊数加权高度排序法[J].系统科学与数学,2017,37(9):1949-1959.

[24] 王蕊,于宪伟.基于新得分函数的直觉模糊多属性决策方法[J].模糊系统与数学,2016,30(4):102-106.

Solving Method for Modified Matrix Games with Payoffs of Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Numbers

JIA Lei[a], *TAN Ruipu*[b]

(a. Engineering College; b. College of Electronics and Information Science, Fujian Jiangxia University, Fuzhou 350108, China)

Abstract: For the problem of matrix games with payoffs of intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers, a modified linear programming solving method is proposed based on weighted value index and ambiguity index. Firstly, the concepts of value index and ambiguity index of trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers are introduced, and the ranking method based on them is given. Then, a modified linear programming based on the ranking method is proposed to compute the optimal strategies. Finally, an illustrative example of market games is given to demonstrate the feasibility and validity of the developed method.

Key words: trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers; matrix game; linear programming