

基于模型参数不确定的四旋翼飞行器混合 H_2/H_∞ 控制

石川^a, 林达^b, 任斌^a, 余亮^a

(四川理工学院 a. 自动化与信息工程学院; b. 物理与电子工程学院, 四川 自贡 643000)

摘要:针对四旋翼无人飞行器的模型参数不确定性和在飞行过程中易受到外界不确定性干扰而导致飞行不稳定的问题,首先,对四旋翼无人飞行器进行了较为精确的非线性动力学建模,并进行适当地简化成为存在误差的线性动力学模型,而后,利用鲁棒控制与极点配置原理,设计了一种基于线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, LMI)的 H_2/H_∞ 混合鲁棒控制器。MATLAB 实验仿真表明,通过与传统的较为单一的 H_2 标准控制器和 H_∞ 标准控制器进行比较,文章提出的 H_2/H_∞ 混合鲁棒控制器能够解决四旋翼无人飞行器本身模型参数不精确和干扰噪声导致控制不稳定甚至发散等问题,展示出了良好的稳定性和鲁棒性。

关键词: H_2/H_∞ 混合控制;线性矩阵不等式;鲁棒性;模型参数不确定性;极点配置

中图分类号: TP242; TP391.9

文献标志码: A

引言

当前,由于四旋翼无人飞行器具有体积小、安全和灵活高效等特点,使得其应用领域越来越广泛,如救援、航空摄影、航空测绘、空中监视、物流快递和电力巡线等,加速其在军民两个领域的发展^[1]。然而由于飞行器的数学模型通常是非线性的,对输入变化较为敏感,并且容易受外界环境的干扰,使得控制四旋翼飞行器稳定飞行成为自动控制领域中的一个难题。

近年来,有越来越多的控制算法应用于飞行器,大体可以分为线性控制和非线性控制两类。线性控制算

法主要有比例积分微分(PID)控制^[2]和线性二次型调节器(LQR)控制^[3]。文献[3]中提出的LQR控制器用于控制飞行器姿态和位移跟踪,实验表明控制效果优秀。然而飞行器的现实飞行环境是十分复杂的,线性控制器往往难以较好地完成任务,所以越来越多的非线性控制算法被研究,并运用到了飞行器上。文献[4-6]均采用滑模控制策略,考虑到外界的干扰,展现了较好的鲁棒控制性能。反步法与自适应控制相结合,使得飞行器在面对未知的外界干扰时,能够实现稳定飞行^[7]。在积分反步控制^[8]的基础上,自适应地估计外界阵风干扰,不仅可以完成飞行器的轨迹跟踪任务,而且更具抗

收稿日期:2017-11-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61640223);四川省自然科学基金(2016JY0179);四川省自然科学基金重点资助项目(2016JY0179);中国科学院自动化研究所复杂系统管理与控制国家重点实验室开放基金资助项目(20160106);人工智能四川省重点实验室开放基金资助项目(2016RZJ02);校级研究生创新基金资助项目(y2016034)

作者简介:石川(1992-),男,河北邯郸人,硕士生,主要从事无人机姿态估计与控制方面的研究,(E-mail)1102sc@sina.cn

林达(1974-),男,山东日照人,教授,博士,硕士生导师,主要从事多智能体协同控制理论及应用等方面的教学与科研工作。

干扰性^[9]。文献[10]将 Glover-McFarlane 回路成型^[11]与 H_∞ 控制相结合,用于控制四旋翼飞行器。文献[12]提出一种非线性鲁棒 H 无穷 PID 控制器,用于存在模型和参数等不确定情况下的飞行器实时飞行。文献[13]应用非线性 H_∞ 控制器良好地解决了存在外界干扰、模型和参数不确定时的飞行器路径跟踪问题。

本文提出的基于参数不确定的 H_2/H_∞ 混合鲁棒控制器,用于解决飞行器在模型建立不精确时受到外界阵风和传感器白噪声等不确定性干扰导致飞行器无法稳定飞行的问题。

1 模型建立

四旋翼飞行器具有四个电机,通过螺旋桨的旋转产生向上的升力,带动机体飞行,如图1所示。假设惯性坐标系与地球坐标系重合,即 $E(OE,XYZ)$ 。机体坐标系则是以飞行器的几何中心为重心、以 xyz 为轴向定义的,即 $B(OB,xyz)$ 。

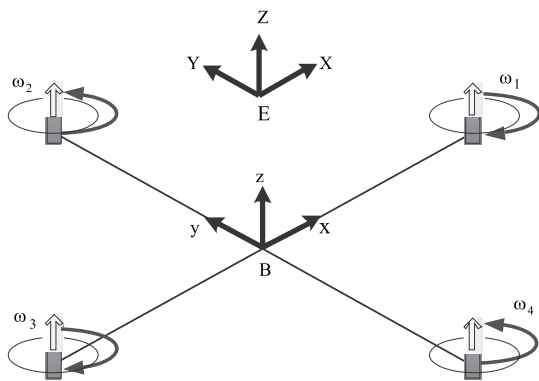


图1 四旋翼飞行器的参考坐标系

四旋翼飞行器可以看作是一个具有三个轴向旋转自由度、三个轴向平移自由度和四个输入项的欠驱动的运动刚体,可以用一个整齐的数学公式组合来描述其动力学模型。这四个输入项 $U_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 与四个电机的旋转角速度 $\omega_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 的关系为:

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ b(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ b(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ d(\omega_2^2 + \omega_4^2 - \omega_1^2 - \omega_3^2) \end{bmatrix} \quad (1)$$

本文中,做如下假设:(a)飞行器是刚性对称的;(b)螺旋桨是刚体;(c)电机的推力和阻力正比于转子转速的平方;(d)电机转动轴平行于 Z 轴方向;(e)忽略地面效应;(f)惯性矩阵时不变;(g)忽略飞行器的弹性形变及冲力。

通过文献[14]提供的 Newton—Euler 方程和 SE(3) 配置空间中的运动方程公式,针对四旋翼飞行器的线运动和旋转运动进行数学建模。因为在惯性坐标系中列写飞行器的线性运动方程式较简单,而且在机体坐标系中列写飞行器的旋转运动方程也很方便,所以可以围绕飞行器的重心表示线性和旋转运动:

$$\begin{cases} \ddot{x} = (\cos\varphi\sin\theta\cos\psi + \sin\varphi\sin\psi) \frac{U_1}{m} \\ \ddot{y} = (\cos\varphi\sin\theta\cos\psi - \sin\varphi\sin\psi) \frac{U_1}{m} \\ \ddot{z} = (\cos\varphi\cos\theta) \frac{U_1}{m} - g \\ \ddot{\varphi} = \dot{\theta}\dot{\psi} \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) + \frac{J_r}{I_x} \dot{\theta}\omega_d + \frac{bl}{I_x} U_2 \\ \ddot{\theta} = \dot{\varphi}\dot{\psi} \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) - \frac{J_r}{I_y} \dot{\varphi}\omega_d + \frac{bl}{I_y} U_3 \\ \ddot{\psi} = \dot{\varphi}\dot{\theta} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{d}{I_z} U_4 \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\omega_d = \omega_4 + \omega_2 - \omega_1 - \omega_3$ 。

根据文献[15],经过小角度假设以及线性简化得到:

$$\ddot{z} = \frac{U_1}{m}, \ddot{\varphi} = \frac{lU_2}{I_x}, \ddot{\theta} = \frac{lU_3}{I_y}, \ddot{\psi} = \frac{U_4}{I_z} \quad (3)$$

2 H_2/H_∞ 鲁棒混合控制

本文采用的 H_2/H_∞ 混合鲁棒控制方法,是一种基于线性矩阵不等式(LMI)算法的线性静态反馈控制。该控制器包含了两个已知的且应用比较广泛的控制器,即 H_2 和 H_∞ 控制器,将这两个控制器混合的好处是,既可以体现出 H_∞ 控制方法能够良好地解决飞行器的鲁棒稳定性,也可以保证飞行器在受到脉冲、白噪声等干扰即不确定性输入时,不丢失鲁棒性。控制结构框图如图2所示。

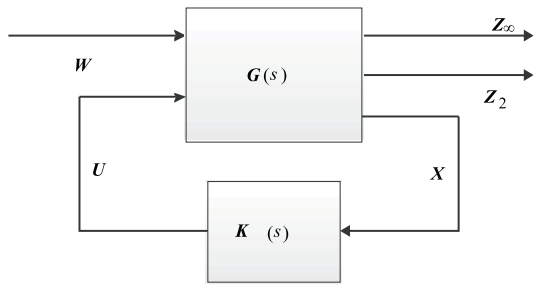


图 2 H_2/H_∞ 控制结构框图

图 2 中, $G(s)$ 是广义线性时不变被控对象, $K(s)$ 则为 H_2/H_∞ 控制器。

由于本文在对飞行器进行建模时,采用了一些线性化近似的计算,忽略了一些要素,这就导致系统方程的模型参数存在不确定性,因此 $G(s)$ 由下面状态方程描述:

$$\begin{cases} \dot{X} = \bar{A}X + B_1W + \bar{B}_2U \\ Z_\infty = C_1X + D_{11}W + D_{12}U \\ Z_2 = C_2X + D_{21}W + D_{22}U \end{cases} \quad (4)$$

其中, W 为干扰噪声等, U 为公式(1)给出的控制输入, Z_∞ 和 Z_2 分别代表控制器 H_∞ 指标和 H_2 指标的相关输出, $\bar{A} = A + \Delta A$, $\bar{B}_2 = B_2 + \Delta B_2$ 。 ΔA 和 ΔB_2 是反应系统模型参数不确定的扰动项。

针对系统(4)设计出状态反馈控制率: $U = KX$, 那么对应的闭环控制系统即为:

$$\begin{cases} \dot{X} = (\bar{A} + \bar{B}_2K)X + B_1W \\ Z_\infty = (C_1 + D_{12}K)X + D_{11}W \\ Z_2 = (C_2 + D_{22}K)X + D_{21}W \end{cases} \quad (5)$$

为了得出上述控制率,需要考虑参数不确定,故先介绍几个引理及其证明,假设 ΔA 和 ΔB_2 的范数有界以及: $[\Delta A \ \Delta B_2] = HF[E_1 \ E_2]$ 。其中 $F \in \mathbf{R}^{i \times j}$ 是各不确定项,且满足 $F^T F \leq I$, 而 H, E_1, E_2 为已知常数项,反映不确定模型的结构信息。为了得出重要结论,通过对参数不确定性进行相应处理。

引理 1^[16] 假设已知适当维数的 D, E 和对称的 Y 矩阵,则 $D F E + Y + E^T F^T D^T < 0$ 对所有满足 $F^T F \leq I$ 的矩阵 F 均成立,当且仅当存在一个大于 0 的常数 ε , 使得 $\varepsilon D D^T + Y + \varepsilon^{-1} E^T E < 0$ 成立。

为证明引理 1, 给出如下几个引理。

引理 2^[16] 假设适当维数的常数矩阵 $D, E, x \in \mathbf{R}^p$ 和 $y \in \mathbf{R}^q$, 对任何满足 $F^T F \leq I$ 的适当维数矩阵 F , 存在 $\varepsilon x^T D D^T x + \varepsilon^{-1} y^T E^T E y \geq 2x^T D F E y$, 且 ε 为任意正的标量。

由于 $F^T F \leq I$, 所以可以得到

$$\begin{aligned} 0 &\leq (D^T x - F E y)^T (D^T x - F E y) = \\ &x^T D D^T x - 2x^T D F E y + y^T E^T F^T F E y \leq \\ &x^T D D^T x - 2x^T D F E y + y^T E^T E y \end{aligned}$$

即证得引理 2。

引理 3^[16] 假设已知任意 $x \in \mathbf{R}^p$ 和 $y \in \mathbf{R}^q$ 向量, 存在 $\max\{(x^T F y)^2 : F \in \mathbf{R}^{p \times q}, F^T F \leq I\} = (x^T x)(y^T y)$ 。

引理 4^[16] 假设已知 X, Y, Z 是 $k \times k$ 阶的实对称矩阵, 当 $X > 0$, 而且:

$$(1) \text{ 对所有非零向量 } x \in \mathbf{R}^k, \delta(x) = (x^T Y x)^2 - 4(x^T X x)(x^T Z x) > 0.$$

$$(2) \text{ 对使得 } x^T Z x > 0 \text{ 的所有非零向量 } x \in \mathbf{R}^k, x^T Y x < 0, \text{ 存在大于 } 0 \text{ 的常数 } \lambda \text{ 使得 } M(\lambda) = \lambda^2 X + \lambda Y + Z \leq 0.$$

引理 5^[16] 假设已知 X, Y, Z 是 $k \times k$ 阶的实对称矩阵, 当 $X > 0$, 且对使得 $x^T Z x \geq 0$ 的任意非零向量 $x \in \mathbf{R}^k$:

$$(1) x^T Y x \geq 0.$$

$$(2) \delta(x) = (x^T Y x)^2 - 4(x^T X x)(x^T Z x) > 0.$$

那么存在大于 0 的常数 λ , 可使 $M(\lambda) = \lambda^2 X + \lambda Y + Z < 0$ 。引理 4 与引理 5 的证明可见文献[16]。

引理 2 可以推出引理 1 的充分性。由引理条件不等式, 可以得出对任意适当维数的向量 ξ , $\xi^T Y \xi + 2\xi^T H F E \xi < 0$ 。根据引理 3 和上式, 可知 $\xi^T Y \xi + 2\sqrt{\xi^T D D^T \xi} \sqrt{\xi^T E E^T \xi} < 0$, 即 $\xi^T Y \xi < -2\sqrt{\xi^T D D^T \xi} \sqrt{\xi^T E E^T \xi}$, 所以 $(\xi^T Y \xi)^2 < 4(\xi^T D D^T \xi)(\xi^T E E^T \xi)$ 。令 $X = D D^T, Z = E E^T$ 即可推出引理 1 的必要性。

定理 1^[16] 若系统(5)稳定, 而且从 W 到 Z_∞ 的闭环传递函数 T_{w_∞} 的 H_∞ 范数小于一个保证闭环系统对不确定性具有鲁棒性的预先设定的数值 γ , 且 $\gamma > 0$, 当且仅当满足式(6)时成立。

$$\left\{ \begin{array}{l} (\bar{A} + \bar{B}_2K)P_1 + P_1(\bar{A} + \bar{B}_2K)^T \quad B_1 \quad P_1(C_1 + D_{12}K)^T \\ \quad \quad \quad B_1^T \quad \quad \quad -\gamma I \quad \quad \quad D_{11}^T \\ \quad \quad \quad (C_1 + D_{12}K)P_1 \quad \quad \quad D_{11} \quad \quad \quad -\gamma I \end{array} \right\} < 0$$

$$P_1 = P_1^T > 0$$

(6)

定理 2^[16] 若系统(5)稳定,且从 W 到 Z_2 的闭环传递函数 T_{wz_2} 的 H_2 范数小于 ν , ($\nu > 0$), 且 $D_{22} = 0$, 使以 H_2 范数为性能指标的系统保持良好的性能输出, 当且仅当满足式(7)时成立。

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} (\bar{A} + \bar{B}_2K)P_2 + P_2(\bar{A} + \bar{B}_2K)^T \quad B_1 \\ \quad \quad \quad B_1^T \quad \quad \quad -I \end{array} \right) < 0 \\ \left(\begin{array}{l} Q \quad \quad \quad (C_1 + D_{12}K)P_2 \\ P_2(C_1 + D_{12}K)^T \quad \quad \quad P_2 \end{array} \right) < 0 \\ \text{Trace}(Q) < \nu^2 \\ P_2 = P_2^T > 0 \end{array} \right. \quad (7)$$

从公式(6)和(7)两组线性矩阵不等式中, 可以发现增益矩阵 $(\bar{A} + \bar{B}_2K)$ 与 P_1 和 P_2 相耦合, 为方便求解, 引入一个公共的 Lyapunov 矩阵 P , 使得 $P = P_1 = P_2$, 并且也引入矩阵 M , 使得 $K = MP^{-1}$ 。

定理 3^[16] 考虑一个 LMI 区域 δ , 即 $\delta = \{z \in : L + Mz + M^Tz^* < 0\}$, 且 $L = L^T = \{\lambda_{ij}\}_{1 \leq i, j \leq n}$ 、 $M = \{\mu_{ij}\}_{1 \leq i, j \leq n}$, 当且仅当式(8)成立时, 使得矩阵 $(\bar{A} + \bar{B}_2K)$ 的特征值(系统(5)的极点)位于区域 δ 内。

$$\left(\begin{array}{l} \lambda_{ij}P + \mu_{ij}(\bar{A} + \bar{B}_2K)P + \mu_{ij}P + \\ P(\bar{A} + \bar{B}_2K)^T \mu_{ij}^T \end{array} \right)_{1 \leq i, j \leq n} < 0 \quad (8)$$

通过 H_2/H_∞ 混合鲁棒控制器来求解状态反馈控制器 K , 需要上述中区域极点配置的限制、 H_∞ 的性能指标小于 γ , 在此基础上尽可能的将 H_2 性能指标 ν 降低到最小。从而得到系统(4)的 H_2/H_∞ 状态反馈控制率 $U = MP^{-1}X$ 。

因此, 运用上述定理与引理, 便可推导出对应含模型参数不确定性的 H_2/H_∞ 的控制方法设计要求:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\gamma, P, Q} (\alpha\gamma^2 + \beta(\text{Trace}(Q))) \\ \left(\begin{array}{l} \bar{A}P + \bar{B}_2M + (\bar{A}P + \bar{B}_2M)^T \quad B_1 \quad (C_1P + D_{12}M)^T \\ \quad \quad \quad B_1^T \quad \quad \quad -\gamma I \quad \quad \quad D_{11}^T \\ \quad \quad \quad C_1P + D_{12}M \quad \quad \quad D_{11} \quad \quad \quad -\gamma I \end{array} \right) < 0 \\ \left(\begin{array}{l} \bar{A}P + \bar{B}_2M + (\bar{A}P + \bar{B}_2M)^T \quad B_1 \\ \quad \quad \quad B_1^T \quad \quad \quad -I \end{array} \right) < 0 \\ \left(\begin{array}{l} Q \quad \quad \quad C_1P + D_{12}M \\ (C_1P + D_{12}M)^T \quad \quad \quad P \end{array} \right) < 0 \\ \min(\text{Trace}(Q)) \\ (\lambda_{ij}P + \mu_{ij}(\bar{A} + \bar{B}_2K)P + \mu_{ij}P + P(\bar{A} + \bar{B}_2K)^T \mu_{ij}^T)_{1 \leq i, j \leq n} < 0 \end{array} \right. \quad (9)$$

3 仿真与分析

本文的实验仿真平台为 MATLAB, 程序以 m 文件进行编写。仿真中用到的飞行器的物理模型参数见表 1。

符号	数值	物理意义
m	2.0	飞行器的质量/kg
l	0.2	机臂的长度/m
I_x	0.005	X 轴的转动惯量/(kg/m ²)
I_y	0.005	Y 轴的转动惯量/(kg/m ²)
I_z	0.01	Z 轴的转动惯量/(kg/m ²)
J_r	0.00002	转子惯量/(kg/m ²)
g	9.81	重力加速度/(m/s ²)
h	0.01	采样时间/s
b	0.00003	升力系数
d	0.0000007	阻力系数

系统(5)中的相关符号及参数表示为:

$$X = [z \quad \dot{z} \quad \varphi \quad \dot{\varphi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi}]^T$$

$$W = [d \quad n]^T$$

$$Z_2 = [\varphi \quad \theta \quad \psi]^T$$

$$Z_\infty = [\dot{z} \quad \dot{\varphi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$D_{22} = 0_{3 \times 4}$$

$$D_{11} = D_{y1} = 0_{4 \times 2}$$

$$D_{12} = D_{y2} = 0_{4 \times 4}$$

$$D_{21} = 0_{3 \times 2}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \end{bmatrix}$$

初始设置 $z = \psi = 0.5, \varphi = \theta = 0.6$, 其余为 0。为

$$K = \begin{bmatrix} -32.6319 & -22.6103 & -159.9331 & -3.1657 & -159.9331 & -3.1657 & -159.9331 & -3.1657 \\ -0.0075 & -0.0059 & -26.7759 & -1.9018 & -2.7167 & -0.0553 & -2.7167 & -0.0553 \\ -0.0075 & -0.0059 & -2.7167 & -0.0553 & -26.7759 & -1.9018 & -2.7167 & -0.0553 \\ -0.0030 & -0.0023 & -1.0867 & -0.0221 & -1.0867 & -0.0221 & -10.7104 & -0.7607 \end{bmatrix} \quad (13)$$

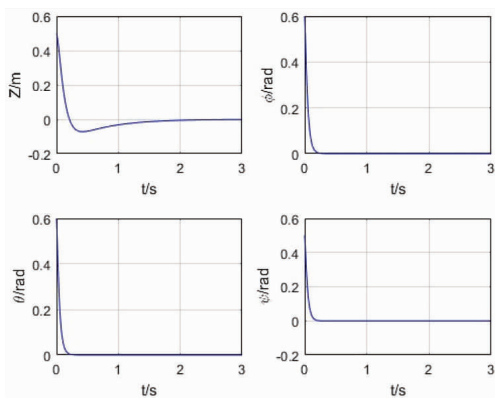


图 4 无干扰时的高度位移和姿态角

图 6 和图 7 表示有干扰的情况,这里的干扰见公式 (14), 仿真时间为 30 s。从图中可以清晰地看出飞行器

保证闭环控制系统的渐近稳定性,将 LMI 极点区域配置为以原点为中心,半径为 60 的左半平面的角度为 $\frac{\pi}{8}$ 的圆盘,且在实轴为 -1 的左边,如图 3 所示。这里的 d 代表外界阵风等干扰, n 代表传感器测量白噪声等干扰。

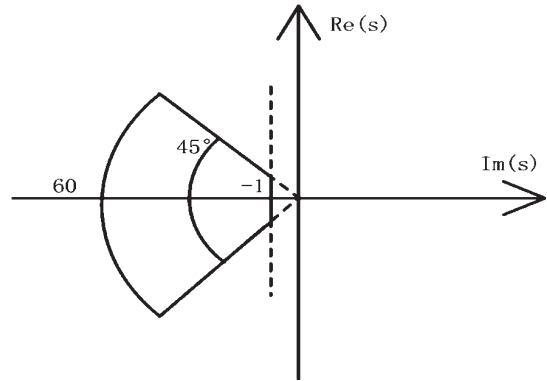


图 3 极点配置

假定实际高度 2 m 作为垂直方向原点 0 位置。当模型参数确定时,运用 MATLAB 中的 LMI 工具箱,求出控制器见公式 (13)。由图 4 和图 5 可知,在无干扰时,飞行器的三个姿态角以及角速度都可以在 0.5 s 以内迅速稳定,且高度位移及垂直方向的速度也可以在 1 s 左右稳定,展现出良好的动态性能。

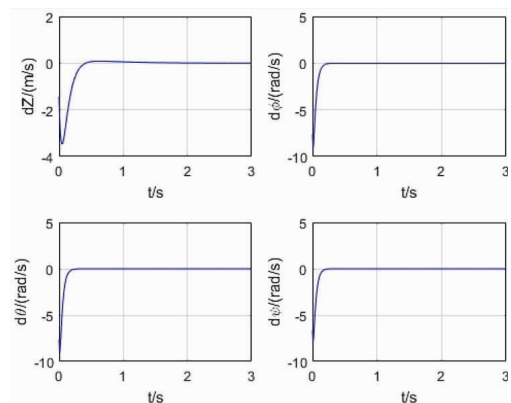


图 5 无干扰时的垂直速度和角速度

在模型参数确定且有干扰的情况下,无论是高度位移及速度还是姿态角及角速度都在干扰出现的对应时间受

到了相应的影响,但是在干扰消除后,均快速地返回到稳定点,证明本文的控制器 H_2/H_∞ 混合控制具有较强的鲁棒性和动态性能。

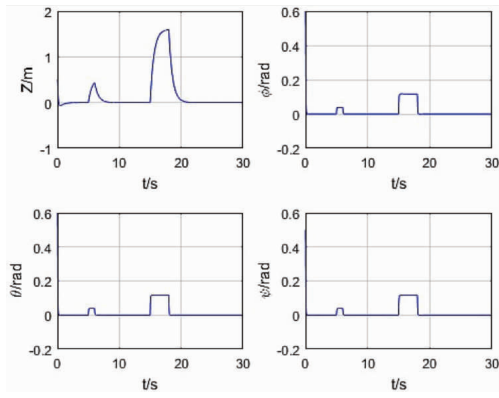


图6 有干扰时的高度位移和姿态角

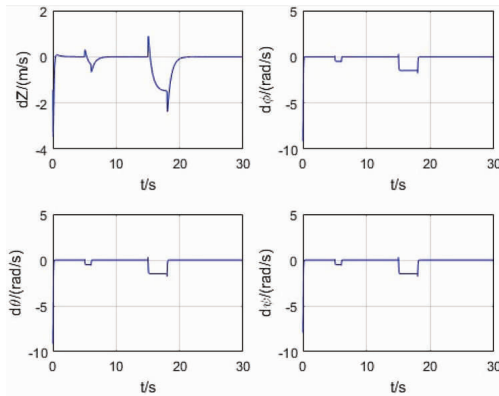


图7 有干扰时的垂直速度和角速度

$$W = \begin{cases} [10 \quad 0.5]^T, & 5 \leq t \leq 6 \\ [30 \quad 1.5]^T, & 15 \leq t \leq 18 \end{cases} \quad (14)$$

在模型参数不确定且有式(14)表示的干扰时,引入 H_∞ 控制和 H_2 控制并做比较,其控制器如式(16)和式(17)。从图10~图13所示的仿真结果可知,飞行器采用传统的 H_∞ 控制和 H_2 控制方法时,会

当模型参数不确定时,假设 $\Delta A = 1_{8 \times 8}, \Delta B_2 = 1_{8 \times 4}$,为了均衡 H_2 和 H_∞ 的性能指标,故选取 $\alpha = 0.5, \beta = 0.5$ 。 H_2/H_∞ 混合控制器为式(15)。飞行器在不受外界干扰时,三个姿态角及角速度都可以在1s左右稳定,高度位移及速度则在2s左右完成稳定,如图8和图9所示。

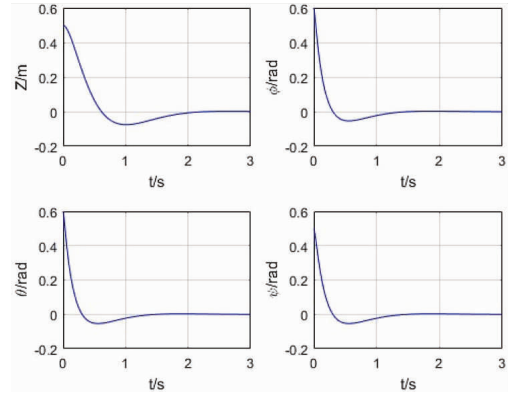


图8 无干扰时高度位移和姿态角

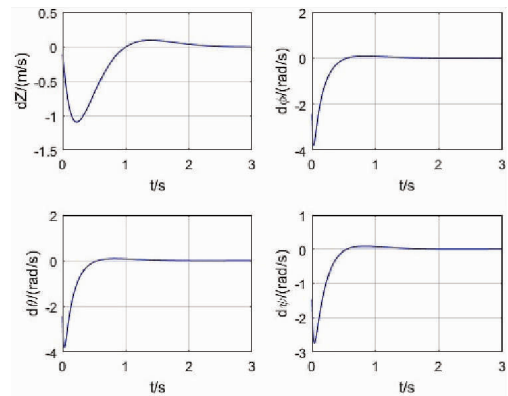


图9 无干扰时垂直速度和角速度

随着时间最终发散,说明传统的 H_∞ 控制和 H_2 控制在面对干扰和模型参数不确定两个困难的情况时,无法稳定,难以发挥其鲁棒性能,无法达到控制器的基本要求。

$$K = \begin{bmatrix} -12.5131 & -3.8006 & -9.2213 & 0.1451 & -9.2213 & 0.1451 & -23.6413 & -0.8635 \\ 1.1592 & 1.0722 & -17.7249 & -1.6692 & 6.4878 & 0.1801 & 6.6295 & 0.1428 \\ 1.1592 & 1.0722 & 6.4878 & 0.1801 & -17.7249 & -1.6692 & 6.6295 & 0.1428 \\ 0.4195 & 0.4262 & 2.6091 & 0.0729 & 2.6091 & 0.0729 & -7.0179 & -0.6816 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$K_\infty = \begin{bmatrix} -24.1030 & 2.9577 & -18.5600 & -0.0285 & -18.5600 & -0.0285 & -19.8946 & -1.0614 \\ 0.3031 & 1.1029 & -2.7366 & -1.4190 & -0.3048 & 0.0083 & -0.3291 & -0.0355 \\ 0.3031 & 1.1029 & -0.3048 & 0.0083 & -2.7366 & -1.4190 & -0.3291 & -0.0355 \\ 0.1113 & 0.4330 & -0.1082 & 0.0035 & -0.1082 & 0.0035 & -1.0897 & -0.5846 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -0.9108 & -1.1442 & -238.2575 & -5.9701 & 70.3524 & -2.9992 & 102.2408 & 8.3449 \\ -0.0372 & 0.0601 & 76.9956 & 0.8657 & -28.2050 & 1.4647 & -47.6805 & -3.7369 \\ -0.0372 & 0.0601 & 100.3825 & 2.7025 & -51.5919 & -0.3721 & -47.6805 & -3.7369 \\ -0.0149 & 0.0240 & 40.2753 & 1.0838 & -11.1597 & 0.5887 & -28.6715 & -2.2351 \end{bmatrix} \quad (17)$$

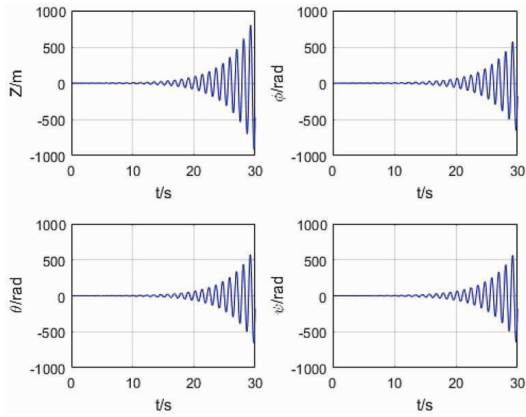


图 10 有干扰时, H_∞ 控制下的高度和姿态角

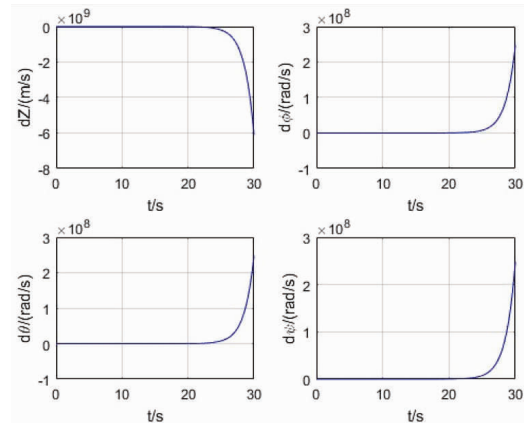


图 13 有干扰时, H_2 控制下的垂直速度和角速度

旧可以体现出控制器的鲁棒性,且稳定的时间均保持在 2 s 左右,动态性能较好。

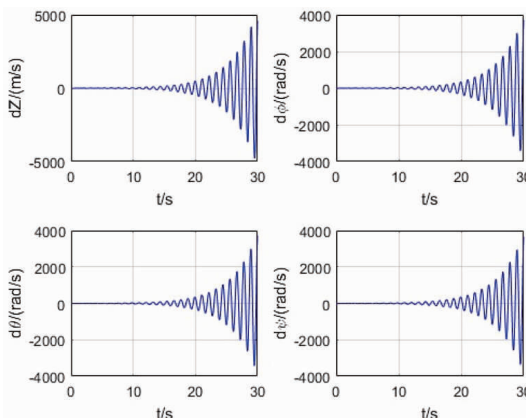


图 11 有干扰时, H_∞ 控制下的垂直速度和角速度

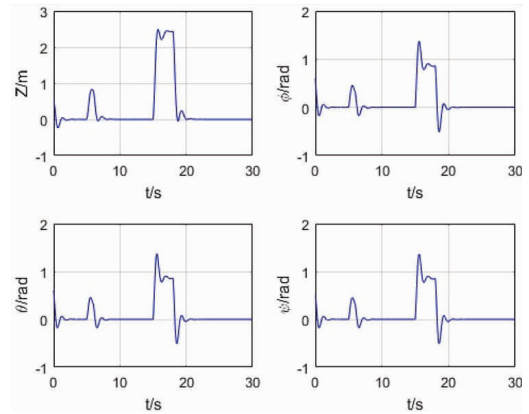


图 14 有干扰时, H_2/H_∞ 控制下的高度和姿态角

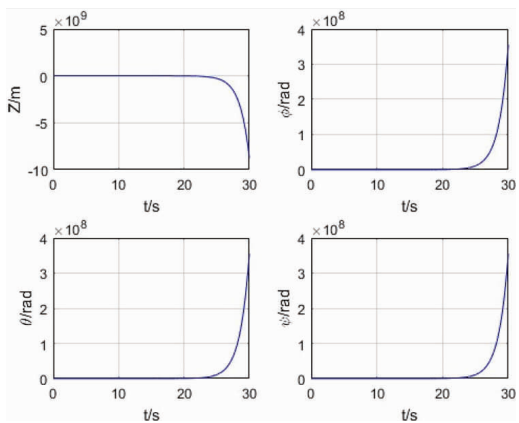


图 12 有干扰时, H_2 控制下的高度位移和姿态角

而采用本文提出的 H_2/H_∞ 混合控制方法,当飞行控制器在遇到上述两个难题时,如图 14 和图 15 所示,依

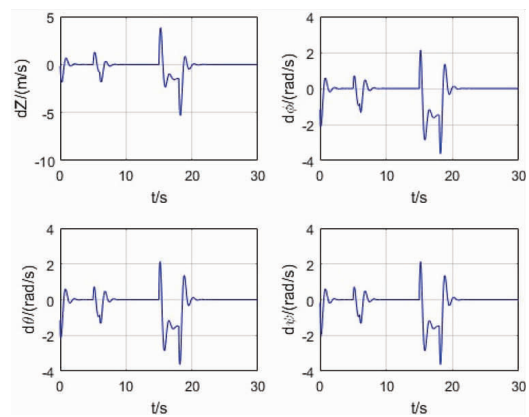


图 15 有干扰时, H_2/H_∞ 控制下的垂直速度和角速度

4 结束语

本文提出了一种基于参数不确定的 H_2/H_∞ 混合鲁棒控制算法,在模型参数不确定并受到外界阵风和测量噪声等不确定性因素干扰时,可以使四旋翼飞行器的三个姿态角、角速度、高度位移以及垂直方向速度都迅速做出响应,较快地稳定下来。和传统的鲁棒 H_∞ 控制和 H_2 控制方法进行了比较,仿真实验表明本文所提算法具有更好的动态响应特性和鲁棒稳定性。后续工作为设计具抗干扰和鲁棒性能的控制器的,使得飞行器在受外界较强干扰时能够良好地跟踪参考轨迹。

参考文献:

- [1] ZHOU W, YIN K, WANG R, et al. Design of attitude control system for UAV based on feedback linearization and adaptive control[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014(2):1-8.
- [2] BO G, XIN L, HUI Z, et al. Quadrotor helicopter Attitude Control using cascade PID [C]//Proceeding of 2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC), Yinchuan, May 28 - 30, 2016:5158-5163.
- [3] DONG Y Q, FU J, YU B, et al. Position and heading angle control of an unmanned quadrotor helicopter using LQR method [C]//Proceeding of 2015 34th Chinese Control Conference (CCC), Hangzhou, July 28-30, 2015:5566-5571.
- [4] GONZALEZ I, SALAZAR S, LOZANO R, et al. Real-time altitude robust controller for a Quad-rotor aircraft using Sliding-mode control technique [C]//Proceeding of 2013 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Atlanta, GA, USA, May 28-31, 2013:650-659.
- [5] ZHANG R, QUAN Q, CAI K Y. Attitude control of a quadrotor aircraft subject to a class of time-varying disturbances [J]. *IET control theory & applications*, 2011, 5(9):1140-1146.
- [6] 侯明冬, 刘金琨, 田杰. 欠驱动四旋翼飞行器全局轨迹跟踪滑模控制[J]. *控制工程*, 2016, 23(6):928-932.
- [7] DONG Z, FAN H, WANG Y, et al. Adaptive backstepping controller design for quadrotor aircraft with unknown disturbance [C]//Proceeding of 2016 14th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV), Phuket, Thailand, November 13-15, 2016:1-5.
- [8] 石川. 基于积分反步法的四旋翼飞行器轨迹跟踪控制[J]. *四川理工学院学报:自然科学版*, 2017, 30(4):29-35.
- [9] 石川, 林达. 基于自适应积分反步的四旋翼飞行器控制[J/OL]. *计算机应用研究*, 2018, 35(11). (优先出版).
- [10] RICH M, ELIA N, JONES P. Design and implementation of an H_∞ controller for a quadrotor helicopter [C]//Proceeding of 2013 21st Mediterranean Conference on Control & Automation (MED), Chania, Greece, June 25-28, 2013:1189-1198.
- [11] MCFARLANE D, GLOVER K. A loop-shaping design procedure using H_∞ synthesis [J]. *IEEE transactions on automatic control*, 1992, 37(6):759-769.
- [12] ORTIZ J P, MINCHALA L I, REINOSO M J. Nonlinear robust H-infinity PID controller for the multivariable system quadrotor [J]. *IEEE Latin America Transactions*, 2016, 14(3):1176-1183.
- [13] RAFFO G V, ORTEGA M G, RUBIO F R. Nonlinear H_∞ controller for the quad-rotor helicopter with input coupling [J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2011, 44(1):13834-13839.
- [14] RAPTIS I A, VALAVANIS K P. Linear and nonlinear control of small-scale unmanned helicopters [M]. Dordrecht, NLD: Springer Science & Business Media, 2010.

- [15] EMAM M, FAKHARIAN A. Attitude tracking of quadrotor UAV via mixed H_2/H_∞ controller: An LMI based approach[C]//Proceeding of 2016 24th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED),Athens,Greece,June 21-24,2016:390-395.
- [16] 俞立.鲁棒控制:线性矩阵不等式处理方法[M].北京:清华大学出版社,2002.

Hybrid H_2/H_∞ Control of Quadrotor Based on Model Parameter Uncertainty

SHI Chuan^a, LIN Da^b, REN Bin^a, YU Liang^a

(a. School of Automation & Information Engineering; b. School of Physics & Electronic Engineering, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong 643000, China)

Abstract: In view of the uncertainty of the model parameters of the quadrotor and the interference of the external uncertainty in the flight process, the flight stability is poor. Firstly, the dynamic model of the aircraft quadrotor is established more accurately, and properly simplified into a linear dynamic model with errors. Secondly, using the principle of robust control and pole configuration, a H_2/H_∞ hybrid robust controller based on linear matrix inequality (LMI) method is designed to solve this problem. Compared with the traditional single H_2 standard controller and H_∞ standard controller, the proposed controller can solve some problems such as instability and even divergence because of the inaccuracy model parameters and the interference (or noise), which shows good stability and robustness from MATLAB simulation results.

Key words: H_2/H_∞ hybrid control; linear matrix inequality; robustness; uncertainty of model parameters; pole configuration