文章编号:1673-1549(2015)06-0087-05　　DOI:10.11863/j.suse.2015.06.18

# 开关寿命连续型三不同型部件温贮备可修系统可靠性分析

张民悦, 姜明明

(兰州理工大学理学院, 兰州 730050)

**摘　要**:基于转换开关不完全可靠的情形,对由三个不同型部件组成的温贮备可修系统模型,假定开关寿命、失效后修理时间及部件的工作寿命、贮备寿命、故障后修理时间分别服从不同参数的指数分布,构建该系统的数学模型。依据马尔科夫过程理论中可修系统模型的研究方法,分析该系统的可靠性指标,得出系统的平稳结果、可靠度的 Laplace 变换和首次故障前平均时间的解析式。

**关键词**:开关不可靠;温贮备可修系统;指数分布;可靠性

**中图分类号**:O213.2　　**文献标志码**:A

## 引　言

温贮备可修系统模型是可靠性理论中重要研究对象之一,对于实际生产生活也有重要的应用意义。温贮备是指贮备部件在其贮备期内也会发生故障,且部件的贮备寿命与工作寿命分布一般不同[1]。转换开关的作用是用贮备部件更换失效的工作部件,故基于实际考虑,开关的不完全可靠性(即开关也可能失效)也会对系统的可靠性有重要影响。文献[2-8]研究分析了二部件温贮备系统,文献[9-11]基于转换开关不可靠情形,研究了冷贮备系统的可靠性,文献[12-13]分别基于转换开关完全可靠、不可靠情形,研究了没有修理设备的三部件温贮备不可修系统模型,文献[14-15]针对是否具有优先权,研究分析了三部件温贮备可修系统模型的可靠性。依据上述研究,本文基于开关失效则系统失效的转换开关不完全可靠情形,研究分析了三个不同型部件、一个修理工组成的温贮备 Markov 型可修系统的可靠性。

## 1　模型假设

**假定 1**　系统由三个不同型部件 $a_1,a_2,a_3$ 组成, $a_1$ 比 $a_2$ 具有优先权(即优先工作权与优先维修权), $a_2$ 比 $a_3$ 具有优先权,开关比部件具有优先维修权。在 $t=0$ 的初始时刻,三个部件均是完好的, $a_1$ 工作, $a_2,a_3$ 进行温贮备。若开关正常,当 $a_1$ 发生故障时,若 $a_2,a_3$ 均完好,则 $a_2$ 立即进入工作状态;若 $a_2$ 也发生故障, $a_3$ 完好,则 $a_3$ 立即进入工作状态。当 $a_1$ 完成维修时, $a_1$ 立即进入工作状态, $a_2,a_3$ 进入贮备、修理或待修状态。若开关失效,开关立即进行维修, $a_1,a_2,a_3$ 进入贮备或待修状态。

**假定 2**　部件的工作寿命与其贮备期长短无关,转换开关的寿命、修理时间和部件的工作寿命、修理时间和贮备寿命的分布分别为

$$f(t)=1-e^{-\lambda t},h(t)=1-e^{-\mu t}$$

$$f_i(t)=1-e^{-\lambda_i t},g_i(t)=1-e^{-\nu_i t},h_i(t)=1-e^{-\mu_i t}$$

其中, $t\geqslant 0,\lambda>0,\mu>0,\lambda_i>0,\nu_i>0,\mu_i>0,i=1,2,3$。

**假定 3**　贮备部件替换失效部件是瞬时完成的,且

**收稿日期**:2015-10-16
**基金项目**:甘肃省自然科学基金(3ZS042-B25-016)
**作者简介**:张民悦(1958-),男,河南南乐人,教授,主要从事可靠性理论方面的研究,(E-mail)zhangminyue@lut.cn;
姜明明(1989-),女,黑龙江佳木斯人,硕士生,主要从事可靠性理论方面的研究,(E-mail)jmingming4u@163.com

两个部件(或部件与转换开关)同时发生故障的概率可以忽略不计,部件与转换开关均能修复如新。

## 2 模型分析

### 2.1 系统状态分析

令 $X(t)$ 表示 $t$ 时刻系统的状态,则依据模型假设可知,此系统具有 16 个不同的状态:

0:$a_1$ 工作,$a_2$ 和 $a_3$ 温贮备,开关正常;

1:$a_1$ 工作,$a_2$ 修理,$a_3$ 温贮备,开关正常;

2:$a_1$ 工作,$a_2$ 温贮备,$a_3$ 修理,开关正常;

3:$a_1$ 工作,$a_2$ 修理,$a_3$ 待修,开关正常;

4:$a_1$ 修理,$a_2$ 工作,$a_3$ 温贮备,开关正常;

5:$a_1$ 修理,$a_2$ 工作,$a_3$ 待修,开关正常;

6:$a_1$ 修理,$a_2$ 待修,$a_3$ 工作,开关正常;

7:$a_1$ 修理,$a_2$,$a_3$ 待修,开关正常;

8:$a_1$,$a_2$,$a_3$ 温贮备,开关修理;

9:$a_1$ 待修,$a_2$,$a_3$ 温贮备,开关修理;

10:$a_1$,$a_3$ 温贮备,$a_2$ 待修,开关修理;

11:$a_1$,$a_2$ 温贮备,$a_3$ 待修,开关修理;

12:$a_1$,$a_2$ 待修,$a_3$ 温贮备,开关修理;

13:$a_1$,$a_3$ 待修,$a_2$ 温贮备,开关修理;

14:$a_1$ 温贮备,$a_2$,$a_3$ 待修,开关修理;

15:$a_1$,$a_2$,$a_3$ 待修,开关修理。

显然,系统状态空间集 $E = \{0,1,2,\cdots,15\}$,工作状态集 $W = \{0,1,2,3,4,5,6\}$,故障状态集 $F = \{7,8,\cdots,15\}$,易知 $\{X(t),t \geqslant 0\}$ 是状态集 $E$ 上时齐马尔科夫过程。

### 2.2 系统状态转移率矩阵

在 $\Delta t$ 时间里,系统由状态 $i$ 转移到状态 $j$ 的概率为

$$P_{ij}(\Delta t) = a_{ij}\Delta t + o(\Delta t), i,j \in E$$

其中 $a_{ii} = -\sum_{i \neq j} a_{ij}$,进而可得转移概率矩阵为

$$A = \begin{pmatrix} B & C \\ D & E \end{pmatrix}$$

其中,矩阵 $A$ 的相应分块矩阵 $B,C,D,E$ 分别为

$$B = \begin{pmatrix}
-\lambda_1-\lambda-\nu_2-\nu_3 & \nu_2 & \nu_3 & 0 & \lambda_1 & 0 & 0 \\
\mu_2 & -\lambda_1-\lambda-\nu_3-\mu_2 & 0 & \nu_3 & 0 & 0 & \lambda_1 \\
\mu_3 & 0 & -\lambda_1-\lambda-\nu_2-\mu_3 & \nu_2 & 0 & \lambda_1 & 0 \\
0 & 0 & \mu_2 & -\lambda_1-\lambda-\mu_2 & 0 & 0 & 0 \\
\mu_1 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_2-\lambda-\nu_3-\mu_1 & \nu_3 & \lambda_2 \\
0 & 0 & \mu_1 & 0 & 0 & -\lambda_2-\lambda-\mu_1 & 0 \\
0 & \mu_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_3-\lambda-\mu_1
\end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix}
0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\
0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\
\lambda_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & \mu_1 & 0 & 0 & 0 \\
\mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\
0 & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\
0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix}
-\mu_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\nu_1-\nu_2-\nu_3-\mu & \nu_1 & \nu_2 & \nu_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\nu_2-\nu_3-\mu & 0 & 0 & \nu_2 & \nu_3 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\nu_1-\nu_3-\mu & 0 & \nu_1 & 0 & \nu_3 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -\nu_1-\nu_2-\mu & 0 & \nu_1 & \nu_2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\nu_3-\mu & 0 & 0 & \nu_3 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\nu_2-\mu & 0 & \nu_2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\nu_1-\mu & \nu_1 \\
\mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu
\end{pmatrix}$$

## 3　模型可靠性指标求解

### 3.1　系统的平稳结果

由齐次线性方程组

$$\begin{cases}(\pi_0,\pi_1,\pi_2,\cdots,\pi_{15})A=(0,0,0,\cdots,0)\\ \sum_{i=0}^{15}\pi_i=1\end{cases}$$

解得

$$\begin{cases}
\pi_0=\dfrac{\mu_1\mu_2\mu_3\mu\tau_0\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4\tau_5\omega_3}{N}\\
\pi_1=\dfrac{\mu_1\mu_2\mu_3\mu\tau_1\tau_2\tau_4\tau_5\omega_2}{N}\\
\pi_2=\dfrac{\mu_1\mu_2\mu\tau_1\tau_2\tau_4\tau_5\sigma}{N}\\
\pi_3=\dfrac{\mu_1\mu\tau_1\tau_4\tau_5\omega_9}{N}\\
\pi_4=\dfrac{\mu_1\mu_2\mu_3\mu\tau_1\tau_2\tau_4\tau_5\omega_0\omega_3}{N}\\
\pi_5=\dfrac{\mu_1\mu_2\mu\tau_1\tau_5\omega_5}{N}\\
\pi_6=\dfrac{\mu_1\mu_2\mu_3\mu\tau_2\tau_4\omega_6}{N}\\
\pi_7=\dfrac{\mu\{\tau_1\tau_5(\lambda_2\mu_2\omega_5+\lambda_1\omega_9)+\lambda_3\mu_2\mu_3\tau_2\tau_4\omega_6}{N}+\\
\quad\dfrac{\lambda[\nu_3\mu_2\mu_3\tau_2\tau_4N_1+\tau_5(\nu_2\mu_2\tau_1N_2+\nu_1N_3)]\}}{N}\\
\pi_8=\dfrac{\lambda\mu_1\mu_2\mu_3\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4\tau_5\omega_3}{N}\\
\pi_9=\dfrac{\lambda\mu_1\mu_2\mu_3\mu\tau_1\tau_2\tau_4\tau_5\omega_1\omega_3}{N}\\
\pi_{10}=\dfrac{\lambda\mu_1\mu_2\mu_3\mu\tau_2\tau_4\tau_5(\omega_2+\nu_2\tau_3\omega_3)}{N}\\
\pi_{11}=\dfrac{\lambda\mu_1\mu_2\mu\tau_1\tau_4\tau_5\omega_7}{N}\\
\pi_{12}=\dfrac{\lambda\mu_1\mu_2\mu_3\mu\tau_2\tau_4N_1}{N}\\
\pi_{13}=\dfrac{\lambda\mu_1\mu_2\mu\tau_1\tau_5N_2}{N}\\
\pi_{14}=\dfrac{\lambda\mu_1\mu\tau_5N_3}{N}\\
\pi_{15}=\dfrac{\lambda\mu_1[\nu_3\mu_2\mu_3\tau_2\tau_4N_1+\tau_5(\nu_2\mu_2\tau_1N_2+\nu_1N_3)]}{N}
\end{cases}$$

其中

$\tau_0=\nu_1+\nu_2+\nu_3+\mu,\tau_1=\nu_1+\nu_3+\mu,\tau_2=\nu_1+\nu_2+\mu$

$\tau_3=(\lambda_2+\lambda+\nu_3+\mu_1)(\nu_2+\nu_3+\mu)-\lambda\mu,$

$\tau_4=(\lambda_2+\lambda+\mu_1)(\nu_2+\mu)-\lambda\mu,\tau_5=(\lambda_3+\lambda+\mu_1)(\nu_3+\mu)-\lambda\mu,\sigma=\omega_3\omega_4-\mu_2\omega_2,\omega_0=\lambda_1\tau_0(\nu_2+\nu_3+\mu)+\lambda\nu_1\mu,\omega_1=\lambda_1\tau_0+\nu_1(\lambda_2+\lambda+\nu_3+\mu_1),$

$\omega_2=\nu_2[\tau_3\tau_5(\tau_0\tau_1+\lambda\mu)+\lambda\mu_1\mu(\nu_1\tau_3+\tau_1\omega_1)]+\lambda_2\mu_1\tau_1$

$\omega_0(\nu_3+\mu),\omega_3=\tau_5[\tau_1(\lambda_1+\lambda+\nu_3+\mu_2)-\lambda\mu]-\mu_1[\lambda_1\tau_1(\nu_3+\mu)+\lambda\nu_1\mu],\omega_4=\tau_3[\tau_0(\lambda_1+\lambda+\nu_2+\nu_3)-\lambda\mu]-\mu_1\omega_0,\omega_5=\sigma[\lambda_1\tau_2(\upsilon_2+\mu)+\lambda\nu_1\mu]+\nu_3\mu_3\omega_3[\delta_2\omega_0(\nu_2+\mu)+\lambda\mu(\tau_2\omega_1+\nu_1\tau_3)],\omega_6=\tau_1(\nu_3+\mu)(\lambda_1\omega_2+\lambda_2\omega_0\omega_3)+\lambda\mu[\nu_1\omega_2+\nu_2\omega_3(\tau_1\omega_1+\nu_1\tau_3)],\omega_7=\tau_4\{\tau_2[\sigma(\lambda_1+\lambda+\nu_2+\mu_3)-\nu_3\mu_3\tau_0\tau_3\omega_3]-\lambda\mu(\nu_3\mu_3\tau_3\omega_3+\sigma)\}-\mu_1\omega_5$

$$N_1=\frac{\tau_5[\nu_1\omega_2+\nu_2\omega_3(\nu_1\tau_3+\tau_1\omega_1)]+\omega_6}{\nu_3+\mu}$$

$$N_2=\frac{\tau_4[\nu_1\sigma+\nu_3\mu_3\omega_3(\nu_1\tau_3+\tau_2\omega_1)]+\omega_5}{\nu_2+\mu}$$

$$N_3=\frac{\mu_2\tau_4\{\nu_3\mu_3[\nu_2\tau_3\omega_3(\tau_1+\tau_2)+\tau_2\omega_2]+\nu_2\tau_1\sigma\}+\tau_1\omega_7}{\nu_1+\mu}$$

$N=\mu_1\mu_2\mu\tau_4\tau_5\{\tau_2\omega_2(\lambda\mu_3+\mu_3\tau_1-\mu_2\tau_1)+\omega_3[\tau_1\tau_2(\mu_3\omega_0+\lambda\mu_3\omega_1+\omega_4)+\mu_3\tau_2\tau_3(\lambda\tau_1+\tau_0\tau_1+\lambda\nu_2)+\lambda\nu_3\mu_3\tau_1\tau_3]+\lambda\tau_1\sigma\}+\mu\{\tau_1\tau_5[\mu_2\omega_5(\lambda_2+\mu_1)+\omega_7(\lambda_1+\mu_1)]+\mu_2\mu_3\tau_2\tau_4\omega_6(\lambda_3+\mu_1)\}+\lambda[\mu_2\mu_3\tau_2\tau_4(\nu_3\mu_1+\nu_3\mu+\mu_1\mu)N_1+\mu_2\tau_1\tau_5(\nu_2\mu_1+\nu_2\mu+\mu_1\mu)N_2+\tau_5(\nu_1\mu_1+\nu_1\mu+\mu_1\mu)N_3]$

从而得出系统的平稳结果:

(1)系统可用度

$$A=\sum_{j\in W}\pi_j=\pi_0+\pi_1+\pi_2+\pi_3+\pi_4+\pi_5+\pi_6$$

(2)系统稳态故障频率

$$M=\sum_{i\in W}\pi_i\sum_{j\in F}a_{ij}=\lambda(\pi_0+\pi_1+\pi_2+\pi_4)+(\lambda_1+\lambda)\pi_3+(\lambda_2+\lambda)\pi_5+(\lambda_3+\lambda)\pi_6$$

(3)系统平均开工时间

$$MUT=\frac{A}{M}=\frac{\pi_0+\pi_1+\pi_2+\pi_3+\pi_4+\pi_5+\pi_6}{\lambda(\pi_0+\pi_1+\pi_2+\pi_4)+(\lambda_1+\lambda)\pi_3+(\lambda_2+\lambda)\pi_5+(\lambda_3+\lambda)\pi_6}$$

(4)系统平均停工时间

$$MDT=\frac{1-A}{M}=\frac{1-(\pi_0+\pi_1+\pi_2+\pi_3+\pi_4+\pi_5+\pi_6)}{\lambda(\pi_0+\pi_1+\pi_2+\pi_4)+(\lambda_1+\lambda)\pi_3+(\lambda_2+\lambda)\pi_5+(\lambda_3+\lambda)\pi_6}$$

(5)系统平均周期

$$MCT = \frac{1}{M} = \frac{1}{\lambda(\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_4) + (\lambda_1 + \lambda)\pi_3 + (\lambda_2 + \lambda)\pi_5 + (\lambda_3 + \lambda)\pi_6}$$

### 3.2 系统的可靠度及首次故障前平均时间

令系统的所有故障状态为马尔科夫过程的吸收状态,则可以构成一个新的马尔科夫过程 $\{\tilde{X}(t), t \geqslant 0\}$,即令分块矩阵 $D = 0, E = 0$。令 $Q_j(t) = P\{\tilde{X}(t) = j\}$ $(t \geqslant 0, j \in E)$,则有

$$(Q'_W(t), Q'_F(t)) = (Q_W(t), Q_F(t))\begin{pmatrix} B & C \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

其中

$$Q_W(t) = (Q_0(t), Q_1(t), \cdots, Q_6(t)), Q_F(t) = (Q_7(t), Q_8(t), \cdots, Q_{15}(t))$$

$$\begin{cases} (Q'_0(t), Q'_1(t), \cdots, Q'_6(t)) = (Q_0(t), Q_1(t), \cdots, Q_6(t))B \\ (Q_0(t), Q_1(t), \cdots, Q_6(t)) = (1, 0, \cdots, 0) \end{cases}$$

对上述方程两边同时应用 Laplace 变换得到

$$\begin{cases} (s + \lambda_1 + \lambda + \nu_2 + \nu_3)Q_0^*(s) = \mu_2 Q_1^*(s) + \mu_3 Q_2^*(s) + \mu_1 Q_4^*(s) + 1 \\ (s + \lambda_1 + \lambda + \nu_3 + \mu_2)Q_1^*(s) = \nu_2 Q_0^*(s) + \mu_1 Q_6^*(s) \\ (s + \lambda_1 + \lambda + \nu_2 + \mu_3)Q_2^*(s) = \nu_3 Q_0^*(s) + \mu_2 Q_3^*(s) + \mu_1 Q_5^*(s) \\ (s + \lambda_1 + \lambda + \mu_2)Q_3^*(s) = \nu_3 Q_1^*(s) + \nu_2 Q_2^*(s) \\ (s + \lambda_2 + \lambda + \nu_3 + \mu_1)Q_4^*(s) = \lambda_1 Q_0^*(s) \\ (s + \lambda_2 + \lambda + \mu_1)Q_5^*(s) = \lambda_1 Q_2^*(s) + \nu_3 Q_4^*(s) \\ (s + \lambda_3 + \lambda + \mu_1)Q_6^*(s) = \lambda_1 Q_1^*(s) + \lambda_2 Q_4^*(s) \end{cases}$$

解得

$$Q_0^*(s) = \frac{\delta_4\varepsilon(\delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1)}{\delta_0\delta_4\varepsilon(\delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1) - K}$$

$$Q_1^*(s) = \frac{\varepsilon(\lambda_1\lambda_2\mu_1 + \nu_2\delta_4\delta_6)}{\delta_0\delta_4\varepsilon(\delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1) - K}$$

$$Q_2^*(s) = \frac{\nu_3 K_0}{\delta_0\delta_4\varepsilon(\delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1) - K}$$

$$Q_3^*(s) = \frac{\nu_3[\varepsilon(\lambda_1\lambda_2\mu_1 + \nu_2\delta_4\delta_6) + \nu_2 K_0]}{\delta_3[\delta_0\delta_4\varepsilon(\delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1) - K]}$$

$$Q_4^*(s) = \frac{\lambda_1\varepsilon(\delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1)}{\delta_0\delta_4\varepsilon(\delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1) - K}$$

$$Q_5^*(s) = \frac{\lambda_1\nu_3[\varepsilon(\delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1) + K_0]}{\delta_5[\delta_0\delta_4\varepsilon(\delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1) - K]}, Q_6^*(s) = \frac{\lambda_1\varepsilon[\lambda_1\lambda_2\mu_1 + \nu_2\delta_4\delta_6 + \lambda_2(\delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1)]}{\delta_6[\delta_0\delta_4\varepsilon(\delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1) - K]}$$

从而得出该系统模型 $R(t)$ 的 Laplace 变换解析式:

$$R^*(s) = \sum_{j=0}^{6} Q_j^*(s) = \frac{\varepsilon}{\delta_0\delta_4\varepsilon(\delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1) - K}\left[(\lambda_1\delta_3 + \nu_3\delta_6 + \delta_3\delta_6)\frac{(\lambda_1\lambda_2\mu_1 + \nu_2\delta_4\delta_6)}{\delta_3\delta_6} + (\lambda_1\lambda_2\delta_5 + \lambda_1\nu_3\delta_6 + \lambda_1\delta_5\delta_6 + \delta_4\delta_5\delta_6)\frac{(\delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1)}{\delta_5\delta_6} + \frac{\nu_3(\lambda_1\delta_3 + \nu_2\delta_5 + \delta_3\delta_5)}{\delta_3\delta_5\varepsilon}K_0\right]$$

其中

$$\delta_0 = s + \lambda_1 + \lambda + \nu_2 + \nu_3, \delta_1 = s + \lambda_1 + \lambda + \nu_3 + \mu_2$$

$$\delta_2 = s + \lambda_1 + \lambda + \nu_2 + \mu_3, \delta_3 = s + \lambda_1 + \lambda + \mu_2$$

$$\delta_4 = s + \lambda_2 + \lambda + \nu_3 + \mu_1, \delta_5 = s + \lambda_2 + \lambda + \mu_1$$

$$\delta_6 = s + \lambda_3 + \lambda + \mu_1, \varepsilon = (\delta_2\delta_3\delta_5 - \lambda_1\mu_1\delta_3 - \nu_2\mu_2\delta_5)$$

$$K_0 = \mu_2\delta_5(\lambda_1\lambda_2\mu_1 + \nu_2\delta_4\delta_6) + \delta_3(\delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1)(\delta_4\delta_5 + \lambda_1\delta_2)$$

$$K = \varepsilon[\lambda_1\mu_1(\lambda_2\mu_2 + \delta_1\delta_6 - \lambda_1\mu_1) + \nu_2\mu_2\delta_4\delta_6] + \nu_3\mu_3 K_0$$

由文献[1]可知系统可靠度 $R(t)$ 是从初始时刻起至时刻 $t$ 过程 $\{X(t), t \geqslant 0\}$ 一直处于工作状态的概率,即时刻 $t$ 过程 $\{\tilde{X}(t), t \geqslant 0\}$ 尚未进入吸收状态的概率。则系统可靠度为

$$R(t) = \sum_{j \in W} Q_j(t)$$

其中 $Q_j(t), j \in W$ 满足微分方程组

$$\begin{cases} Q'_W(t) = Q_W(t)B \\ \text{初始条件 } Q_W(0) \end{cases}$$

即需解方程组

首次故障前平均时间为

$$MTTFF = \int_0^{+\infty} R(t)\,\mathrm{d}t = \lim_{s \to 0} R^*(s) = \frac{\varepsilon'}{\gamma_0\gamma_4\varepsilon'(\gamma_1\gamma_6 - \lambda_1\mu_1) - K'}\left[\frac{(\lambda_1\gamma_3 + \nu_3\gamma_6 + \gamma_3\gamma_6)(\lambda_1\lambda_2\mu_1 + \nu_2\gamma_4\gamma_6)}{\gamma_3\gamma_6} + \frac{(\gamma_1\gamma_6 - \lambda_1\mu_1)(\lambda_1\lambda_2\gamma_5 + \lambda_1\nu_3\gamma_6 + \lambda_1\gamma_5\gamma_6 + \gamma_4\gamma_5\gamma_6)}{\gamma_5\gamma_6} + \frac{\nu_3(\lambda_1\gamma_3 + \nu_2\gamma_5 + \gamma_3\gamma_5)}{\gamma_3\gamma_5\varepsilon'}K'_0\right]$$

其中,

$$\gamma_0 = \lambda_1 + \lambda + \nu_2 + \nu_3, \gamma_1 = \lambda_1 + \lambda + \nu_3 + \mu_2, \gamma_2 = \lambda_1 + \lambda + \nu_2 + \mu_3$$

$\gamma_3 = \lambda_1 + \lambda + \mu_2, \gamma_4 = \lambda_2 + \lambda + \nu_3 + \mu_1, \gamma_5 = \lambda_2 + \lambda + \mu_1$

$\gamma_6 = \lambda_3 + \lambda + \mu_1$

$\varepsilon', K', K'_0$ 分别为 $\varepsilon, K, K_0$ 中 $s = 0$ 所得。

## 4　结束语

特别地，若参数 $\lambda = 0$，则文章所讨论分析的内容可以视作在开关完全可靠条件下，对三个不同型部件组成的温贮备可修系统的可靠性进行研究；若 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$，$\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_3, \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$，则所讨论分析的内容可以视作在开关不完全可靠条件下，对三个同型部件所组成的温贮备可修系统的可靠性进行研究。通过对该系统模型的分析研究，且与以往三部件温贮备系统的研究成果相比，考虑到实际情况中系统的转换开关并不完全可靠，它也可能失效，且具有修理工的可修系统可靠性分析模型，其所求得的系统可靠性指标结果应该更满足实际情况，具有一定的现实意义。

**参 考 文 献：**

[1] 曹晋华，程侃.可靠性数学引论[M].2 版.北京：高等教育出版，2006.

[2] Chandrasekhar P, Vaidyanathan V S, Yadavalli V S, et al. Statistical inference for a two unit warm standby system with dependent structure[J]. OPSEA-RCH, 2013, 50(3): 372-382.

[3] 刘海涛，孟宪云，李芳，等.两个不同型部件温贮备系统的几何过程模型[J].系统工程，2010,28(9):103-107.

[4] 胡兆红，陈希镇.两不同型部件温贮备可修系统的可靠性分析[J].温州大学学报，2009,30(4):44-48.

[5] Vanderperre E J. Long-run availability of a warm standby system[J]. Mathematical Notes, 2008, 84(5-6): 623-630.

[6] 张建龙，孟宪云，刘海涛，等.有优先权的三状态温贮备可修系统的可靠性分析[J].辽宁工程技术大学学报：自然科学版，2012,31(1):98-101.

[7] 段红星，张民悦，包林涛，等.有优先权两部件离散时间温贮备可修系统[J].兰州理工大学学报，2009,35(6):144-146.

[8] 吴清太.2 个不同部件组成的开关寿命连续型温贮备可修系统的可靠性分析[J].南京理工大学学报：自然科学版，2004,28(6):673-678.

[9] 吴清太，吕小燕.修理时间为一般分布的开关寿命连续型冷贮备系统[J].南京大学学报数学半年刊，2010,27(1):88-97.

[10] 包林涛，张民悦，段红星，等.有优先权 2 部件开关不完全可靠冷贮备可修系统(Ⅱ)[J].甘肃科学学报，2007,19(7):60-62.

[11] 李艳，叶尔骅，吴清太.有优先权开关寿命连续型两部件冷贮备可修系统的可靠性分析[J].兰州大学学报：自然科学版，2003,39(2):18-22.

[12] 白红信，赵国会.开关完全可靠三部件温贮备系统可靠性分析[J].保定学院学报，2008,21(2):7-8.

[13] 谢秀梅，张民悦.开关寿命连续型 3 部件温贮备系统可靠性分析[J].甘肃科学学报，2009,21(3):43-45.

[14] Srinivasan S K, Subramanian R. Reliability analysis of a three unit warm standby redundant system with repair [J]. Annals of Operations Research, 2006, 143(1): 227-235.

[15] 汪军芳，张民悦.有优先权三不同部件温贮备可修系统可靠性分析[J].数学的实践与认识，2015,45(3):141-147.

# Reliability Analysis of Three Different Components Warm Standby Repairable System With Continuous Switch Lifetime

*ZHANG Minyue*, *JIANG Mingming*

(School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract**: Based on the situation that the change-over switch is not completely reliable, for a warm standby repairable system with three different components, a mathematic model is set up under the distributions that the lifetime and the repair time after fault of switch, and the service life, standby life and repair time after fault of components obey exponential distribution of different parameters respectively. Based on research measures of the repairable system in Markov process theory, the reliability index of the system is analysed, and the system stable results, Laplace transformation of the reliability and the analytic expression of mean time before first failure are obtained.

**Key words**: unreliable switch; warm standby repairable system; exponential distribution; reliability