第 30 卷第 4 期　　四川理工学院学报(自然科学版)　　Vol. 30　No. 4
2017 年 8 月　　Journal of Sichuan University of Science & Engineering(Natural Science Edition)　　Aug. 2017
文章编号:1673-1549(2017)04-0074-07　　DOI:10.11863/j. suse.2017.04.14

修理设备可修且部件修复非新的温贮备可修系统

张民悦, 连爱玲

(兰州理工大学理学院, 兰州 730050)

摘　要:分析了温贮备可修系统的又一个新模型,引入了修理设备可修这一概念,即修理设备工作期间发生故障时,先对其进行修理,当修理设备修复后,继续投入使用中。同时考虑修理工多重休假的情形,进一步对两部件组成的修复非新的温贮备可修系统研究。假定部件 1 的工作时间、贮备时间,部件 2 的工作时间、贮备时间及修理设备的寿命均服从指数分布,部件 2 的修理时间、修理工休假时间及修理设备的修理时间均服从一般连续型分布,利用补充变量法将其扩充为广义 Markov 过程,建立各状态概率的微分方程,并应用 Laplace 变换及其反演,得到系统主要可靠性指标。

关键词:修理设备可修;修复非新;补充变量法;广义 Markov 过程;Laplace 变换

中图分类号:O213.2　　**文献标志码**:A

引　言

在可靠性理论中,可修系统是最基本的模型之一[1-2],许多学者对含有温贮备可修系统的可靠性[3-4]作了较深的研究,此类模型从实际出发,考虑了部件在贮备过程中也会发生失效的情况。文献[5]研究了开关不完全可靠和修理工多重休假的温贮备系统。文献[6]研究的是具有优先权的温贮备系统。文献[7-12]都研究了修理设备可更换的系统,当修理设备发生故障,则立即被更换如新。文献[7]研究了三部件串－并联系统在修理设备可更换的情况,得到系统的一些重要可靠性指标;文献[8－9]研究的是两个同型部件并且每个部件有两类故障状态组成的并联系统;文献[10]将"修理工多重休假"和"修理设备发生失效可更换"同时引入到 $k/n(G)$ 表决系统中,利用 Markov 过程理论得到系统处于各状态的稳态概率递推式。文献[11－12]研究了系统在修理工多重延误休假和修理设备可更换的可靠性分析。在实际工程中,修理设备发生故障立即被更换,无疑在经费上会带来重大的负担,通常修理设备故障后重新修理后被继续使用,并且系统中部件发生故障后并非修复如新,文献[13－15]研究的是部件修复非新的温贮备系统。文献[16]在开关不可靠下,对三不同部件组成的温贮备系统作了研究;文献[17]综合考虑了开关不完全可靠,修理工多重休假和部件修复非新的因素,对两不同部件的温贮备系统研究;文献[18]针对具有三种失效状态且修理延迟的单部件组成的可修系统。

本文在以上文献的基础上,讨论了修理设备可修且部件修复非新的温贮备系统,应用补充变量法和广义 Markov 过程法得到系统的主要可靠性指标,该类模型更

收稿日期:2017-06-05

基金项目:甘肃省自然科学基金(3ZS042-B25-016);甘肃省科技计划资助(1508RJZA101)

作者简介:张民悦(1958-),男,河南南乐人,教授,主要从事可靠性数学理论及其应用方面的研究,(E-mail)zhangminyue@lut.cn;
连爱玲(1990-),女,甘肃白银人,硕士生,主要从事可靠性数学理论及其应用方面的研究,(E-mail)1558201667@qq.com

符合实际工程,为其系统可靠性的研究提供有效的理论依据。

1　模型假定

根据已有文献对系统模型如下假定:

(1) 系统由两个不同型部件、一个修理工和一台修理设备组成。初始时刻,系统良好,部件 1 工作,部件 2 温贮备,修理工进行休假。

(2) 部件 1 具有优先权,即若两部件均正常,则部件 1 工作,部件 2 贮备;若两部件均待修,在修理工休假结束后,优先修理部件 1;若有故障部件被修理时,则后故障部件等待修理。

(3) 修理工采用多重休假的策略。部件在正常工作期间,修理设备既不失效也不劣化。当修理设备失效时,正在接受修理的部件需等待修理,修理设备修好后继续工作,部件已被修理的时间依然有限,当部件被修复后,修理设备自行关闭。

(4) 定义系统的第 n 次循环是从部件第 $n-1$ 次修理完成到第 n 次修理完成之间的时间间隔, $n=1,2,3,\cdots$。

(5) 系统故障后修复非新,设部件 1 在第 $n(n=1,2,\cdots)$ 周期中的工作时间和修理时间分别记为 X_1^n, Y_1^n,其分布分别为:

$$F_1^n(t)=1-\exp(-a^{n-1}\lambda t),a>0,\lambda>0$$

$$G_1^n(t)=1-\exp(-b^{n-1}\mu t),1>b>0,\mu>0$$

设部件 2 的工作时间、修理时间和贮备时间分别记为 F_2、G_2、W, 其分布分别为:

$$F_2(t)=1-\exp(-\theta t),\theta>0$$

$$G_2(t)=1-\exp\left[-\int_0^t p(x)\mathrm{d}x\right],\int_0^\infty g_2(t)\cdot t\mathrm{d}t=\frac{1}{p},p>0$$

$$W(t)=1-\exp(-\beta t),\beta>0$$

修理工每次休假时间 H 分布函数为:

$$H(t)=1-\exp\left[-\int_0^t r(x)\mathrm{d}x\right],\int_0^\infty h(t)\cdot t\mathrm{d}t=\frac{1}{r}$$

修理设备的寿命及其修理时间分别记为 U、V, 分布函数分别记为:

$$U(t)=1-\exp(-\varepsilon t),\varepsilon>0$$

$$V(t)=1-\exp\left[-\int_0^\infty q(x)\mathrm{d}x\right],\int_0^\infty x\mathrm{d}V(x)=\frac{1}{q}$$

(6) 随机变量之间均相互独立。

2　系统的状态方程及其求解

令 $N^n(t)$ 表示系统在时刻 t 时所处的状态,则系统可能的状态如下:

$0=(a,b,c),1=(a,c,e),2=(a,i),3=(a,k)$

$4=(g,d,c),5=(h,g),6=(g,j),7=(d,e,c)$

$8=(d,f,c),9=(h,e),10=(h,f),11=(j,e)$

$12=(j,f),13=(d,i),14=(d,k)$

其中: a 表示部件 1 工作, b 表示部件 2 贮备, c 表示修理工休假, d 表示部件 1 工作故障待修, e 表示部件 2 贮备故障待修, f 表示部件 2 工作故障待修, g 表示部件 2 工作, h 表示部件 1 修理, i 表示部件 2 修理, j 表示部件 1 修理未完成修理设备故障, k 表示表示部件 2 修理未完成修理设备故障。显然,系统的状态空间为:

$$E=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14\}$$

系统的工作状态为 $F=\{0,1,2,3,4,5,6\}$, 系统的故障状态为 $W=\{7,8,9,10,11,12,13,14\}$, 此模型过程不是 Markov 过程。引入补充变量: $X^{(n)}(t)$ 表示在时刻 t 时系统在第 n 次循环中修理工已用去的休假时间; $Y^{(n)}(t)$ 表示在时刻 t 时系统在第 n 次循环中正在被修理的部件已用去的修理时间; $Z^{(n)}(t)$ 表示在时刻 t 时系统在第 n 次循环中修理设备已用去的修理时间;则 $\{N^{(n)}(t),X^{(n)}(t),Y^{(n)}(t),Z^{(n)}(t)\}$ 构成一个广义 Markov 过程,系统在时刻 t ($t\geqslant 0$) 的状态概率定义为:

$$P_i(t,x)\mathrm{d}x=P\{N^{(n)}(t)=i,x\leqslant X^{(n)}(t)<x+\mathrm{d}x\}$$
$$i=0,1,4,7,8$$

$$P_j(t,y)\mathrm{d}y=P\{N^{(n)}(t)=j,y\leqslant Y^{(n)}(t)<y+\mathrm{d}y\}$$
$$j=2,5,9,10,13$$

$$P_k(t,y,z)\mathrm{d}z=P\{N^{(n)}(t)=k,Y^{(n)}(t)=y,z\leqslant Z^{(n)}(t)<z+\mathrm{d}z\}$$
$$k=3,6,11,12,14$$

为了计算的方便,引入以下变换:

拉普拉斯变换:

$$h(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} dH(x), \bar{H}(x) = 1 - H(x), x > 0$$

拉普拉斯–司梯阶变换：

$$P_i^*(s,x) = \int_0^{\infty} e^{-st} P_i(t,x)\mathrm{d}x, s > 0$$

由偏微分方程理论可得如下系统各状态概率微分方程组：

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + a^{n-1}\lambda + \beta + r(x)\right]P_0(t,x) = 0$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + a^{n-1}\lambda + r(x)\right]P_1(t,x) = \beta P_0(t,x)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} + a^{n-1}\lambda + \varepsilon + p(y)\right]P_2(t,y) = \int_0^{\infty} q(z)P_3(t,y,z)\mathrm{d}z$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} + a^{n-1}\lambda + q(z)\right]P_3(t,y,x) = 0$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + \theta + r(x)\right]P_4(t,x) = a^{n-1}\lambda P_0(t,x)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} + \theta + \varepsilon + b^{n-1}\mu\right]P_5(t,y) = \int_0^{\infty} q(z)P_6(t,y,z)\mathrm{d}z$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} + \theta + q(z)\right]P_6(t,y,z) = 0$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + r(x)\right]P_7(t,x) = a^{n-1}\lambda P_1(t,x)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + r(x)\right]P_8(t,x) = \theta P_4(t,x)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} + b^{n-1}\mu + \varepsilon\right]P_9(t,y) = \int_0^{\infty} q(z)P_{11}(t,y,z)\mathrm{d}z$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} + b^{n-1}\mu + \varepsilon\right]P_{10}(t,y) = \int_0^{\infty} q(z)P_{12}(t,y,z)dz + \theta P_5(t,y)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} + q(z)\right]P_{11}(t,y,z) = 0$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} + q(z)\right]P_{12}(t,y,z) = \theta P_6(t,y,z)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} + \varepsilon + p(y)\right]P_{13}(t,y) = a^{n-1}\lambda P_2(t,y) + \int_0^{\infty} q(z)P_{14}(t,y,x)\mathrm{d}z$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} + q(z)\right]P_{14}(t,y,z) = a^{n-1}\lambda P_3(t,y,z)$$

初始条件：$P_0(0,0) = 1$，其余为0，边界条件如下：

$$P_0(t,0) = \int_0^{\infty} p(y)P_2(t,y)\mathrm{d}y + \int_0^{\infty} b^{n-1}\mu P_5(t,y)\mathrm{d}y + 1$$

$$P_2(t,0) = \int_0^{\infty} r(x)P_1(t,x)\mathrm{d}x + \int_0^{\infty} b^{n-1}\mu P_{10}(t,y)\mathrm{d}y + \int_0^{\infty} b^{n-1}\mu P_9(t,y)\mathrm{d}y$$

$$P_3(t,y,0) = \varepsilon P_2(t,y)$$

$$P_5(t,0) = \int_0^{\infty} r(x)P_4(t,x)\mathrm{d}x + \int_0^{\infty} p(y)P_{13}(t,y)\mathrm{d}y$$

$$P_6(t,y,0) = \varepsilon P_5(t,y)$$

$$P_9(t,0) = \int_0^{\infty} r(x)P_7(t,x)\mathrm{d}x$$

$$P_{10}(t,0) = \int_0^{\infty} r(x)P_8(t,x)\mathrm{d}x$$

$$P_{11}(t,y,0) = \varepsilon P_9(t,y)$$

$$P_{12}(t,y,0) = \varepsilon P_{10}(t,y)$$

$$P_{14}(t,y,0) = \varepsilon P_{13}(t,y)$$

$$P_i(t,0) = 0, i = 1,4,7,8,13$$

对上述各式作 Laplace 变换并求解可得：

$$P_0^*(s,x) = P_0^*(s,0)e^{-k_2x}\bar{H}(x)$$

$$P_1^*(s,x) = P_0^*(s,0)e^{-k_1x}\bar{H}(x)(1 - e^{-\beta x})$$

$$P_2^*(s,y) = P_0^*(s,0)e^{-k_4y}\bar{G}_2(y)$$

$$P_3^*(s,y,z) = P_3^*(s,y,0)e^{-k_1z}\bar{V}(x)$$

$$P_4^*(s,x) = P_0^*(s,0)e^{-(s+\theta)x}\bar{H}(x)\left(1 - \frac{a^{n-1}\lambda}{k_3}e^{-k_3x}\right)$$

$$P_5^*(s,y) = P_5^*(s,0)e^{-k_5y}$$

$$P_6^*(s,y,z) = \varepsilon P_5^*(s,0)e^{-k_5y}e^{-(s+\theta)z}\bar{V}(z)$$

$$P_7^*(s,x) = P_0^*(s,0)e^{-sx}\bar{H}(x)\left(1 - e^{-a^{n-1}\lambda x} + \frac{a^{n-1}\lambda}{k_6}e^{-k_6x}\right)$$

$$P_8^*(s,x) = P_0^*(s,0)e^{-sx}\bar{H}(x)\left(1 - e^{-\theta x} + \frac{\theta a^{n-1}\lambda}{k_3k_6}e^{-k_6x}\right)$$

$$P_9^*(s,y) = P_9^*(s,0)e^{-(s+b^{n-1}\mu+\varepsilon+\varepsilon v^*(s))y}$$

$$P_{10}^*(s,y) = P_5^*(s,0)(v^*(s) + \theta - v^*(s+\theta))\left(e^{-(s+b^{n-1}\mu+\varepsilon)y} - \frac{1}{\theta + v^*(s+\theta)}e^{-k_5y}\right)$$

$$P_{11}^*(s,y,z) = P_{11}^*(s,y,0)e^{-sz}\bar{V}(z)$$

$$P_{12}^*(s,y,z) = P_5^*(s,0)e^{-k_5y}\bar{V}(z)e^{-sz}(1-e^{-\theta z})$$

$$P_{13}^*(s,y) = P_2^*(s,0)(\varepsilon v^*(s) - \varepsilon v^*(k_1) + a^{n-1}\lambda)\bar{G}_2(y)$$
$$\left[e^{-(s+\varepsilon)y} - \frac{1}{a^{n-1}\lambda + \varepsilon v^*(s+a^{n-1}\lambda)}e^{-k_4y}\right]$$

$$P_{14}^*(s,y,z) = P_3^*(s,y,0)e^{-sz}\bar{V}(z)(1-e^{-a^{n-1}\lambda z})$$

$$P_0^*(s,0) = \frac{1}{s\left[1 - \frac{D_3 + D_1D_4}{1-D_2D_4}g_2^*(k_4) - \frac{b^{n-1}\mu(D_1+D_2D_3)}{k_5(1-D_2D_4)}\right]}$$

$$P_2^*(s,0) = \frac{D_3 + D_1D_4}{1-D_2D_4}P_0^*(s,0)$$

$$P_3^*(s,y,0) = \varepsilon P_2^*(s,0)e^{-k_4y}\bar{G}_2(y)$$

$$P_5^*(s,0) = \frac{D_1 + D_2D_3}{1-D_2D_4}P_0^*(s,0)$$

$$P_6^*(s,y,0) = \varepsilon P_5^*(s,0)e^{-k_5y}$$

$$P_9^*(s,0) = P_0^*(s,0)\left[h^*(s) - h^*(k_1) + \frac{a^{n-1}\lambda}{k_6}h^*(k_6)\right]$$

$$P_{10}^*(s,0) = P_0^*(s,0)\left[h^*(s) - h^*(s+\theta) + \frac{\theta a^{n-1}\lambda}{k_2k_6}h^*(k_2)\right]$$

$$P_{11}^*(s,y,0) = \varepsilon P_9^*(s,0)e^{-(s+b^{n-1}\mu+\varepsilon+\varepsilon v^*(s))y}$$

$$P_{12}^*(s,y,0) = \varepsilon P_5^*(s,0)(v^*(s) + \theta - v^*(s+\theta))$$
$$\left(e^{-(s+b^{n-1}\mu+\varepsilon)y} - \frac{1}{\theta + v^*(s+\theta)}e^{-k_5y}\right)$$

$$P_{14}^*(s,y,0) = \varepsilon P_2^*(s,0)e^{-(s+\varepsilon)y}\bar{G}_2(y)$$
$$\left[1 - \frac{a^{n-1}\lambda + \varepsilon v^*(s) - \varepsilon v^*(k_1)}{a^{n-1}\lambda + \varepsilon v^*(k_1)}e^{-(a^{n-1}\lambda+\varepsilon v^*(k_1))y}\right]$$

$$P_i^*(s,0) = 0, i = 1,4,7,8,13.$$

其中

$$D_1 = h^*(s+\theta) - \frac{a^{n-1}\lambda}{k_3}h^*(k_2)$$

$$D_2 = (\varepsilon v^*(s) - \varepsilon v^*(k_1) + a^{n-1}\lambda)\left[g_2^*(s+\varepsilon) - \frac{g_2^*(k_4)}{a^{n-1}\lambda + \varepsilon v^*(s+a^{n-1}\lambda)}\right]$$

$$D_3 = h^*(k_1) - h^*(k_2) + \frac{b^{n-1}\mu}{s + b^{n-1}\mu + \varepsilon + \varepsilon v^*(s)}\left[h^*(s) - h^*(k_1) + \frac{a^{n-1}\lambda}{k_6}h^*(k_6)\right]$$

$$D_4 = b^{n-1}\mu\left[\frac{1}{s+\varepsilon+b^{n-1}\mu} - \frac{1}{k_5(\theta + v^*(s+\theta))}\right][v^*(s) - v^*(s+\theta) + \theta]$$

$$k_1 = s + a^{n-1}\lambda$$

$$k_2 = s + a^{n-1}\lambda + \beta$$

$$k_3 = a^{n-1}\lambda + \beta - \theta$$

$$k_4 = s + a^{n-1}\lambda + \varepsilon + \varepsilon v^*(s + a^{n-1}\lambda)$$

$$k_5 = s + b^{n-1}\mu + \theta + \varepsilon + \varepsilon v^*(s+\theta)$$

$$k_6 = a^{n-1}\lambda + \beta$$

3 系统的可靠性分析

3.1 系统的可用度

定理 1 系统的瞬时可用度为 $A(t)$, 其 Laplace 变换为:

$$A^*(s) = P_0^*(s,0)\Lambda_0 \tag{1}$$

稳态可用度 A 为:

$$A = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} \tag{2}$$

其中

$$\Lambda_0 = H^*(k_1) + \bar{H}^*(s+\theta) - \frac{a^{n-1}\lambda}{k_3}\bar{H}^*(k_2) + \frac{D_3 + D_1D_4}{1-D_2D_4}(1 + \varepsilon\bar{V}^*(k_1)) + \frac{D_1 + D_2D_3}{k_5(1-D_2D_4)}(1 + \varepsilon\bar{V}^*(\varepsilon+\theta))$$

$$\Lambda_1 = H^*(\tilde{k}_1) + \bar{H}^*(\theta) - \frac{a^{n-1}\lambda}{\tilde{k}_3}\bar{H}^*(\tilde{k}_2) + \frac{\tilde{D}_3 + \tilde{D}_1\tilde{D}_4}{1-\tilde{D}_2\tilde{D}_4}(1 + \varepsilon\bar{V}^*(\tilde{k}_1)) + \frac{\tilde{D}_1 + \tilde{D}_2\tilde{D}_3}{\tilde{k}_5(1-\tilde{D}_2\tilde{D}_4)}(1 + \varepsilon\bar{V}^*(\varepsilon+\theta))$$

$$\Lambda_2 = 1 - \frac{\tilde{D}_3 + \tilde{D}_1\tilde{D}_4}{1-\tilde{D}_2\tilde{D}_4}g^*(\tilde{k}_4) + \frac{b^{n-1}\mu(\tilde{D}_1 + \tilde{D}_2\tilde{D}_3)}{\tilde{k}_5(1-\tilde{D}_2\tilde{D}_4)}$$

$$\tilde{D}_i = D_i(s=0), \tilde{k}_i = k_i(s=0)$$

证明 由系统瞬时可用度的定义得:

$$A(t) = \sum_{i=0,1,4}\int_0^\infty P_i(t,x)\,dx + \sum_{i=2,5}\int_0^\infty P_i(t,y)\,dy +$$

$$\sum_{i=3,6}\int_0^\infty\int_0^\infty P_i(t,y,z)\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z,$$

对其作拉普拉斯变换,并将各状态方程的解代入式(1),再由 Tauber 定理:$A = \lim_{t\to\infty} A(t) = \lim_{s\to 0} sA^*(s)$ 及式(1)可得系统的稳态可用度式(2)。

3.2 系统的故障频度

定理2 系统的瞬时故障频度为 $W(t)$,其 Laplace 变换为:

$$W^*(s) = P_0^*(s,0)\Lambda_3 \tag{3}$$

稳态故障频度为:

$$W = \frac{\Lambda_4}{\Lambda_2} \tag{4}$$

其中

$$\Lambda_3 = a^{n-1}\lambda\Big[\tilde{H}^*(k_1) - \bar{H}^*(k_2) + \left(1 + \frac{D_3 + D_1D_4}{1 - D_2D_4}\varepsilon\bar{V}^*(k_1)\right)\Big] + \theta\Big[\bar{H}^*(s+\theta) - \frac{a^{n-1}\lambda}{k_3}\bar{H}^*(k_2) + \frac{D_1 + D_2D_3}{k_5(1 - D_2D_4)}(1 + \varepsilon\bar{V}^*(\varepsilon+\theta))\Big]$$

$$\Lambda_4 = a^{n-1}\lambda\Big[\tilde{H}^*(\tilde{k}_1) - \bar{H}^*(\tilde{k}_2) + \left(1 + \frac{\tilde{D}_3 + \tilde{D}_1\tilde{D}_4}{1 - \tilde{D}_2\tilde{D}_4}\varepsilon\bar{V}^*(\tilde{k}_1)\right)\Big] + \theta\Big[\bar{H}^*(\theta) - \frac{a^{n-1}\lambda}{\tilde{k}_3}\bar{H}^*(\tilde{k}_2) + \frac{\tilde{D}_1 + \tilde{D}_2\tilde{D}_3}{\tilde{k}_5(1 - \tilde{D}_2\tilde{D}_4)}(1 + \varepsilon\bar{V}^*(\varepsilon+\theta))\Big]$$

证明 由文献[15]有:

$$W(t) = \int_0^\infty a^{n-1}\lambda P_1(t,x)\,\mathrm{d}x + \int_0^\infty a^{n-1}\lambda P_2(t,y)\,\mathrm{d}y + \int_0^\infty\int_0^\infty a^{n-1}\lambda P_3(t,y,z)\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z + \int_0^\infty \theta P_4(t,x)\,\mathrm{d}x + \int_0^\infty \theta P_5(t,y)\,\mathrm{d}y + \int_0^\infty\int_0^\infty \theta P_6(t,y,z)\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

对其作 Laplace 变换,并将各状态方程的解代入式(3),再由 Tauber 定理:

$$W = \lim_{t\to\infty}\frac{W(t)}{t} = \lim_{s\to 0} sW^*(s)$$

并应用洛必达法则,得式(4)。

3.3 系统的可靠度

定理3 系统可靠度 $R(t)$ 的 Laplace 变换为:

$$R^*(s) = Q_0^*(s,0)\Lambda_5, \tag{5}$$

其中:

$$Q_0^*(s,0) = 1/s\Big[1 - (h^*(k_1) - h^*(k_2))g_2^*(k_4) + \frac{b^{n-1}\mu}{k_5}e^{-k_5y}\left(h^*(s+\theta) - \frac{a^{n-1}\lambda}{k_3}h^*(k_2)\right)\Big]$$

$$\Lambda_5 = \bar{H}^*(k_1) + \bar{H}^*(s+\theta) - \frac{a^{n-1}\lambda}{k_3}\bar{H}^*(k_2) + \varepsilon(h^*(k_1) - h^*(k_2))\bar{G}_2^*(k_4)\bar{V}^*(k_1) + \frac{1 + \varepsilon\bar{V}^*(s+\theta)}{k_5}\left(h^*(s+\theta) - \frac{a^{n-1}\lambda}{k_3}h^*(k_2)\right)$$

证明 要求系统的可靠度 $R(t)$,只需在以上基本模型中令故障状态 $W = \{7,8,9,10,11,12,13,14\}$,为吸收状态,则系统构成一个新的广义 Markov 过程:

$$\{\tilde{N}^{(n)}(t), \tilde{X}^{(n)}(t), \tilde{Y}^{(n)}(t), \tilde{Z}^{(n)}, t \geqslant 0\}$$

其中 $\tilde{N}^{(n)}(t)$ 表示系统在时刻 t 所处的状态,可靠度 $R(t)$ 的 Laplace 变换为:

$$R^*(s) = \sum_{i=0,1,4}\int_0^\infty Q_i^*(s,x)\,\mathrm{d}x + \sum_{i=2,5}\int_0^\infty Q_i^*(s,y)\,\mathrm{d}y + \sum_{i=3,6}\int_0^\infty\int_0^\infty Q_i^*(s,y,z)\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{6}$$

边界条件为:

$$Q_2(t,0) = \int_0^\infty r(x)Q_1(t,x)\,\mathrm{d}x$$

$$Q_3(t,y,0) = \varepsilon Q_2(t,y)$$

$$Q_5(t,0) = \int_0^\infty r(x)Q_4(t,x)\,\mathrm{d}x$$

$$Q_6(t,y,0) = \varepsilon Q_5(t,y)$$

$$Q_i(t,0) = 0, i = 1,4$$

初始条件:$Q_0(0,0) = 1$,其余为0。同可用度的分析一样,可得:

$$Q_0^*(s,x) = Q_0^*(s,0)e^{-k_2x}\bar{H}(x)$$

$$Q_1^*(s,x) = Q_0^*(s,0)e^{-k_1x}\bar{H}(x)(1 - e^{-\beta x})$$

$$Q_2^*(s,y) = Q_0^*(s,0)e^{-k_4y}\bar{G}_2(y)$$

$$Q_3^*(s,y,z) = Q_3^*(s,y,0)e^{-k_1z}\bar{V}(x)$$

$$Q_4^*(s,x) = Q_0^*(s,0)e^{-(s+\theta)x}\bar{H}(x)\left(1 - \frac{a^{n-1}\lambda}{k_3}e^{-k_3x}\right)$$

$$Q_5^*(s,y) = Q_5^*(s,0)e^{-k_5y}$$

$$Q_6^*(s,y,z) = \varepsilon Q_5^*(s,0)e^{-k_5y}e^{-(s+\theta)z}\bar{V}(z)$$

$$Q_2^*(s,0) = Q_0^*(s,0)[h^*(k_1) - h^*(k_2)]$$

$$Q_5^*(s,0) = Q_0^*(s,0)\left[h^*(s+\theta) - \frac{a^{n-1}\lambda}{k_3}h^*(k_2)\right]$$

将上述各式带入式(6)可得结论。

3.4 系统首次故障前的平均时间

系统首次故障前的平均时间为:

$$MTTFF = \lim_{t\to\infty}R(t) = \lim_{s\to 0}R(s) = \frac{\Lambda_6}{\Lambda_7} \tag{7}$$

其中:

$$\Lambda_6 = \bar{H}^*(\tilde{k}_1) + \bar{H}^*(\theta) - \frac{a^{n-1}\lambda}{\tilde{k}_3}\bar{H}^*(\tilde{k}_2) + \varepsilon(h^*(\tilde{k}_1) - h^*(\tilde{k}_2))\bar{G}_2^*(\tilde{k}_4)\bar{V}^*(\tilde{k}_1) + \frac{1+\varepsilon\bar{V}^*(\theta)}{\tilde{k}_5}\left[h^*(\theta) - \frac{a^{n-1}\lambda}{\tilde{k}_3}h^*(\tilde{k}_2)\right]$$

$$\Lambda_7 = 1 - [h^*(\tilde{k}_1) - h^*(\tilde{k}_2)]g_2^*(\tilde{k}_4) + \frac{b^{n-1}\mu}{\tilde{k}_5}e^{-k_5 y}\left[h^*(\theta) - \frac{a^{n-1}\lambda}{\tilde{k}_3}h^*(\tilde{k}_2)\right]$$

证明　由 Tauber 定理, $MTTFF = \lim_{t\to\infty}R(t) = \lim_{s\to 0}R(s)$ 及式(5)可得式(7)。

4　结束语

本文研究了由两个不同型部件、一个修理工组成的修理设备可修的温贮备系统,考虑了在修理工多重休假和部件 1 不能修复如新的条件下,利用补充变量法拉普拉斯变换及反演等方法得到了系统的主要可靠性指标。本文研究结果是在已有文献研究结果上的进一步延伸,具有一定的理论价值,为工程实践和实际生产提供了有力的依据。

参 考 文 献:

[1] 曹晋华,程侃.可靠性数学引论[M].2 版.北京:高等教育出版社,2006.

[2] 程侃.寿命分布类与可靠性数学引论[M].北京:科学出版社,1999.

[3] 汪军芳,张民悦.两个相依部件并联系统和有冷贮备部件串联系统的模糊可靠性[J].四川理工学院学报:自然科学版,2015,28(1):80-82.

[4] 梁丽丹.n 个同型部件和 k 个修理设备的并联可修系统的可靠度探究[J].四川理工学院学报:自然科学版,2016,29(4):88-93.

[5] 张民悦,邹一凡.具有多重休假开关连续型温贮备可修系统的可靠性分析[J].兰州理工大学学报,2015,41(5):152-156.

[6] YUAN L,MENG X Y.Reliability analysis of a warm standby repairable system with priority in use [J]. Applied Mathematical Modelling,2011,35(9):4295-4303.

[7] 程江,唐应辉.修理设备可更换的三部件串-并联可修系统的可靠性分析[J].西南大学学报:自然科学版,2010,32(1):148-154.

[8] 姜颖,唐应辉.部件有两类故障状态且修理设备可更换的并联可修系统分析[J].应用数学,2014,27(3):535-545.

[9] CAO J H,WU Y H.Reliability analysis of a multi-state system with a replaceable repair facility[J].Acta Math Appl Sinica,1988,4(2):113-121.

[10] 吴文青,唐应辉,姜颖.修理工多重休假且修理设备可更换的 k/n(G)表决可修系统研究[J].系统工程理论与实践,2013,33(10):2604-2614.

[11] 张欣欣,孟宪云,陈胜强,等.修理设备可更换且修理工多重延误休假的温贮备系统[J].郑州大学学报:理学版,2013,45(3):13-18.

[12] 刘仁彬,唐应辉.修理设备可更换且修理有延误的两不同部件并联可修系统[J].高校应用数学学报,2006,21(2):127-140.

[13] 刘海涛,孟宪云.具有单重休假和修复不如新的两部件温贮备系统[J].自动化学报,2012,38(4):639-646.

[14] 吕文静,郑海鹰.修理工可延误休假且部件不能修复如新的温贮备可修系统[J].浙江大学学报:理学版,2014,41(5):512-517.

[15] 史定华.计算可修系统在(0,t]中平均故障次数的新方法[J].应用数学学报,1985,8(1):101-110.

[16] 张民悦,姜明明.开关寿命连续型三不同型部件温贮备可修系统可靠性分析[J].四川理工学院学报:

自然科学版,2015,28(6):87-91.

[17] 张民悦,连爱玲.开关寿命连续型且部件修复非新的温贮备可修系统[J].四川理工学院学报:自然科学版,2017,30(2):90-97.

[18] 张民悦,黄鹏远.延迟修理的三失效状态可修系统的最优更换模型[J].系统科学与数学,2016,36(1):134-144.

Facility-repaired and Non-new Workpiece-composed Repairable Warm Standby System

ZHANG Minyue, *LIAN Ailing*

(School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: A new model of warm fund maintenance system is analyzed, and the concept of repairable repair equipment is introduced, which means repair equipment can repair itself during working and continue to put into using. At the same time, considering the situation of repairman with multiple vacations, the two part of the new non warm standby repairable system is studied. It is assumed that the working time, standby time of part 1, and the working time, standby time and repair equipment life of part 2 obey the exponential distribution; the repair time, the repairman vacation time and repair equipment repair time of part 2 obey the general distribution. By using the supplementary variable method, which is extended to generalized Markov process, differential equations for the state probabilities is established, and the main system reliability index is obtained by the application of Laplasse transform and its inversion.

Key words: repairable facility; non-new and repairable; supplementary variable approach; Markov Modal in broad sense; Laplace Transform