

# 基于材料循环 RVE 的 I 型椭圆裂纹疲劳扩展理论模型研究

石凯凯, 郑斌

(中国核动力研究设计院核反应堆系统设计技术重点实验室, 成都 610213)

**摘要:**基于材料循环 RVE 和平面应力裂纹尖端循环塑性区内的塑性应变能,建立了 I 型穿透裂纹的疲劳扩展速率 SHI - CAI 模型。结合 7075 - T6 材料和结构裂纹前缘疲劳扩展最小寿命假定,研究远端拉伸板中半椭圆表面裂纹的疲劳扩展规律,并进行了试验验证。结果表明,结构裂纹前缘疲劳扩展最小寿命假定可用于描述了 I 型穿透裂纹和结构裂纹疲劳扩展之间的联系。最后结合所提出的结构裂纹疲劳扩展理论模型,研究了远端拉伸板中半椭圆裂纹和椭圆嵌入裂纹的疲劳扩展规律。

**关键词:**循环 RVE; I 型椭圆裂纹; 疲劳裂纹扩展; 塑性应变能; 理论模型; 7075 - T6 铝合金

**中图分类号:** TB115

**文献标志码:** A

## 引言

在航空、高铁等行业,结构裂纹的疲劳扩展直接影响到部件的剩余寿命和剩余强度,因此一直是安全部门关注的要点。众所周知,含缺陷构件在往复载荷作用下,其裂纹尖端受尖端驱动力的作用,裂纹将发生疲劳扩展。线弹性断裂力学认为,致使裂纹尖端疲劳扩展的驱动力即为应力强度因子<sup>[1]</sup>,目前均是通过建立裂纹尖端应力强度因子与裂纹扩展速率之间的联系来定量描述裂纹的疲劳扩展规律的,如 Paris 律<sup>[2]</sup>。

SHI - CAI 模型<sup>[3]</sup>是基于材料裂纹尖端循环 RVE 和塑性应变能耗散,用来建立材料低周疲劳和 I 型裂纹扩展速率之间的联系,同时描述了平面应力条件下 I 型贯穿裂纹的疲劳裂纹扩展速率。为避免 I 型裂纹尖端的奇异场,SHI - CAI 模型首先在裂纹尖端引入了钝化方程;其次考虑平面应力裂纹尖端循环塑性区内弹性应变远小于塑性应变,因此忽略裂纹尖端的弹性应变;然后考虑裂纹尖端循环塑性区范围内的塑性应变能耗散,并基于材料循环 RVE 建立了材料低周疲劳(LCF)与 I 型贯穿裂纹疲劳扩展(FCG)之间的联系。从安全和经济的角度,已对 SHI -

CAI 模型结合多种金属材料进行了有效性验证。

本文结合航空材料 7075 - T6 铝合金<sup>[4]</sup>进一步对 SHI - CAI 模型预测 I 型贯穿裂纹疲劳扩展速率的有效性进行验证;之后,以 SHI - CAI 模型为基础,结合针对结构裂纹疲劳扩展所提出的裂纹前缘疲劳扩展最小寿命假定,从理论上建立了用于分析结构裂纹疲劳扩展剩余寿命和扩展规律的理论模型;然后并通过 7075 - T6 铝合金远端拉伸板中半椭圆表面裂纹扩展试验数据<sup>[5]</sup>进行了验证。结果表明,结构裂纹前缘疲劳扩展最小寿命假定可用于描述了 I 型穿透裂纹和 I 型结构裂纹疲劳扩展之间的联系。最后基于所提出的结构裂纹疲劳扩展理论模型,以 7075 - T6 铝合金材料的材料数据分别分析了半椭圆表面裂纹和嵌入椭圆裂纹在循环载荷作用下的裂纹扩展规律。

## 1 结构裂纹前缘疲劳扩展最小寿命假定的疲劳扩展理论模型

工程中通常基于探伤等技术手段,获得在役结构的缺陷尺寸<sup>[6]</sup>。然而探伤获得的实际缺陷尺寸并不是规则的几何构形,理论分析中通常将其处理为规则的几何

收稿日期:2016-12-22

作者简介:石凯凯(1987-),男,山西曲沃人,博士,主要从事疲劳、损伤和断裂方面的研究,(E-mail)shikai1000@163.com

构形,如椭圆等。结构裂纹在循环载荷作用下,其裂纹前缘各点在各自位置处的裂纹疲劳扩展驱动力(应力强度因子幅  $\Delta K$ )控制下发生扩展。

在结构裂纹疲劳扩展理论模型中,由于裂纹前缘扩展的复杂性,故而只分析能表征结构裂纹前缘形貌的特征角度范围,通常为  $0^\circ \sim 90^\circ$ 。

结构裂纹前缘疲劳扩展最小寿命假定:在特征角度范围内,基于 SHI-CAI 模型和裂纹前缘驱动力分析裂纹前缘各点扩展一步所需要的各自循环寿命,其中分析得到的最小循环寿命即为结构裂纹前缘扩展最小寿命。继而,在特征角度范围内控制裂纹前缘各点扩展的控制点扩展步长可通过 SHI-CAI 模型和结构裂纹前缘扩展最小寿命假定计算得到。最后得到特征角度范围内发生一步扩展后的裂纹前缘形貌。

基于 SHI-CAI 模型可得到结构裂纹特征角度范围内的疲劳裂纹扩展速率表达式为:

$$\frac{dl}{dN} = \frac{r_c - \rho_c}{N^*} \quad (1)$$

式中,  $dl$  为裂纹前缘扩展步长,  $r_c$  为裂纹尖端循环塑性区尺寸,  $\rho_c$  为裂纹尖端钝化区尺寸,  $N^*$  为发生一次扩展所需要的循环寿命。

$$r_c = \frac{1}{4\pi(1+n')} \left( \frac{\Delta K}{\sigma_{yc}} \right)^2 \quad (2)$$

$$\rho_c = \frac{1}{4\pi(1+n')} \left( \frac{\Delta K_{th}}{\sigma_{yc}} \right)^2 \quad (3)$$

$$N^* = \frac{1}{2} \left[ \frac{K'}{(\sigma'_f - \sigma_m) \varepsilon'_f} \cdot \left( \frac{\sigma_{yc}}{E} \right)^{n'+1} \cdot \frac{r_c}{r_c - \rho_c} \cdot [\ln(r_c) - \ln(\rho_c)] \right]^{\frac{1}{b+c}} \quad (4)$$

其中,  $\sigma_{yc}$  为循环屈服应力,  $n'$  为材料循环应变硬化指数。考虑当裂纹尖端驱动力等于应力强度因子门槛值  $\Delta K_{th}$  时,裂纹不发生扩展。 $\varepsilon'_f$  为疲劳延性系数,  $\sigma'_f$  为疲劳强度系数,  $c$  为疲劳延性指数,  $b$  为疲劳强度指数,  $\sigma_m$  为低周疲劳测试中的平均应力,用以修正低周疲劳的 Manson-Coffin 模型,  $E$  为杨氏模量,  $K'$  为循环应变硬化系数。

结合 SHI-CAI 模型和结构裂纹前缘疲劳扩展最小寿命假定,在特征角度范围内依据控制点扩展量,即可分析 I 型结构裂纹疲劳扩展规律。

## 2 半椭圆表面裂纹疲劳扩展规律的验证

在进行结构裂纹疲劳扩展模型建立之前,先结合 7075-T6 铝合金的低周疲劳参量,验证 SHI-CAI 模型

在预测 I 型贯穿裂纹疲劳扩展速率的有效性。SHI-CAI 模型预测结果与试验数据如图 1 所示。表 1 给出了 SHI-CAI 模型在分析中所使用到的 7075-T6 铝合金相关的半椭圆表面裂纹的几何尺寸及材料低周疲劳参量。由图 1 可知,SHI-CAI 模型在分析 7075-T6 铝合金的 I 型贯穿疲劳裂纹扩展稳定阶段速率时,其预测结果与实验结果吻合良好。这为预测 I 型结构裂纹疲劳扩展提供了必要的基础数据,同时也验证了 SHI-CAI 模型在预测 7075-T6 铝合金的裂纹疲劳扩展的有效性。考虑结构裂纹前缘疲劳扩展最小寿命假定,依据 SHI-CAI 模型的材料循环 RVE 理论,即可进行 I 型结构裂纹疲劳扩展规律的研究,继而分析含缺陷构件的剩余寿命和剩余强度。

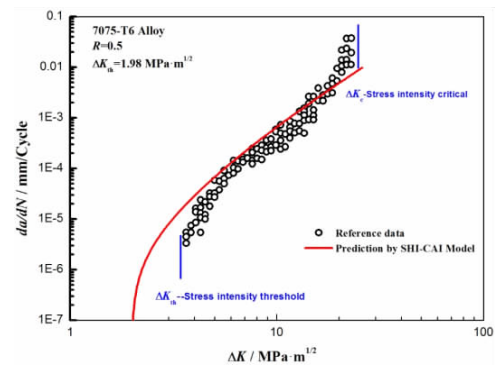


图 1 I 型贯穿疲劳裂纹扩展速率试验与 SHI-CAI 模型

表 1 7075-T6 铝合金半椭圆表面裂纹几何和低周疲劳参量

输入参量	数值
杨氏模量 $E$ / GPa	71
循环屈服应力 $\sigma_{yc}$ / MPa	469
循环应变硬化系数 $K'$ / MPa	781
循环应变硬化指数 $n'$	0.088
疲劳强度系数 $\sigma'_f$ / MPa	781
疲劳强度指数 $b$	-0.045
疲劳延性系数 $\varepsilon'_f$	0.19
疲劳延性指数 $c$	-0.52
循环加载比 $R$	0.5
应力强度因子门槛值 $\Delta K_{th}$ / (MPa · m <sup>1/2</sup> )	1.98
长度 $2H$ / mm	200
宽度 $W$ / mm	100
厚度 $t$ / mm	9.6

考虑 Newman 的远端拉伸板中半椭圆表面裂纹应力强度因子<sup>[7-8]</sup>或 Hosseini 的远端拉伸板中半椭圆表面裂纹应力强度因子<sup>[9]</sup>,依据上述理论研究该裂纹疲劳扩展的规律。图 2 给出了 SHI-CAI 模型分析不同初始半椭圆表面裂纹的深度  $a$  和表面半长度  $c$  之比 ( $\alpha = a/c$ ) 随着半椭圆表面裂纹深度  $a$  和板厚度  $t$  之比 ( $\beta = a/t$ ) 的形貌变化规律。

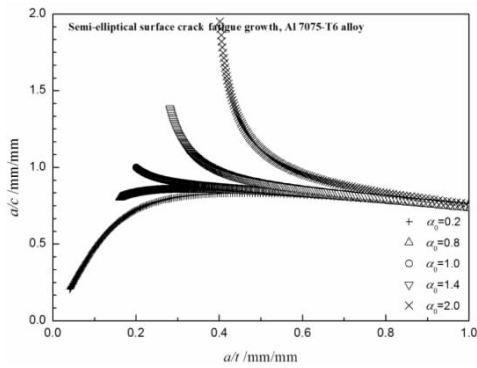


图 2 表面半椭圆裂纹形貌变化

YU 等<sup>[10-11]</sup>在考虑等效厚度概念情况下通过有限元研究了半椭圆表面裂纹疲劳扩展寿命和形貌演化,但没有脱离有限元形成完全的结构裂纹疲劳扩展理论模型。由图 2 可知,远端拉伸板中半椭圆表面裂纹的形貌在远端循环载荷作用下的曲线变化(即  $\alpha \sim \beta$ )。当初始形貌为圆形时(即  $\alpha = 1$ ),其随着裂纹深度逐渐在板厚度方向上疲劳扩展,裂纹的形貌不在保持圆形,而是趋于一个恒定的  $\alpha$  比值,其  $\alpha$  约为 0.8。

为验证结构裂纹疲劳扩展最小寿命假定的合理性,需将结构裂纹疲劳扩展理论分析结果与试验数据进行对比。图 3 给出了远端拉伸板中半椭圆表面裂纹扩展的预测形貌和试验数据的对比。由图 3 可知,基于结构裂纹疲劳扩展最小寿命假定和 SHI - CAI 模型所建立的预测 I 型半椭圆表面裂纹疲劳扩展模型,有良好的预测结果,因此可将所提出的结构裂纹疲劳扩展理论模型用于其他 I 型结构裂纹疲劳扩展的分析中。

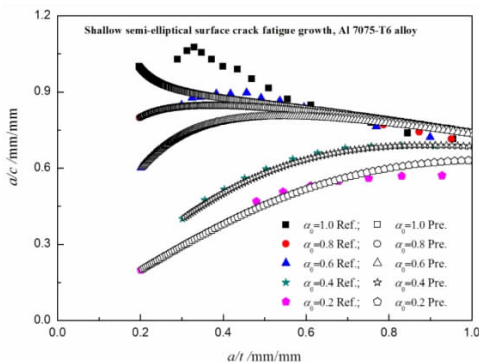


图 3 半椭圆表面裂纹疲劳扩展预测结果与试验对比

### 3 椭圆嵌入裂纹疲劳扩展规律的分析

针对工程中椭圆嵌入裂纹,依据所提出的结构裂纹前缘疲劳扩展最小寿命假定,结合结构裂纹疲劳扩展模型和 Newman 的远端拉伸板中椭圆嵌入裂纹应力强度因子<sup>[8]</sup>,分析了 7075 - T6 铝合金远端拉伸板中不同初始

形貌的椭圆嵌入裂纹疲劳扩展规律,如图 4 所示。

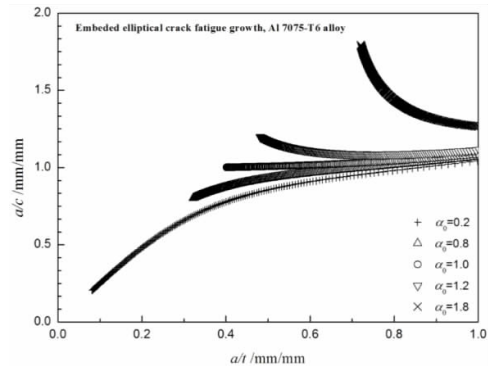


图 4 椭圆嵌入裂纹疲劳扩展规律

由图 4 可知,当椭圆嵌入裂纹初始形貌是圆形时(即  $\alpha = 1$ ),在远端循环载荷作用下发生疲劳扩展。更新后的嵌入裂纹形貌变化不是初始圆形尺寸,而是其  $\alpha$  值会变,直至椭圆裂纹穿透板的厚度  $t$ 。

### 4 结论与展望

结合 I 型贯穿裂纹疲劳扩展的 SHI - CAI 模型和结构裂纹疲劳扩展最小寿命假定,建立了预测结构裂纹疲劳扩展的理论模型。通过对 7075 - T6 铝合金的裂纹疲劳扩展研究,可以得到:

(1) 考虑材料循环 RVE 的 SHI - CAI 模型,可用于预测 7075 - T6 铝合金材料 I 型裂纹稳定阶段的疲劳扩展速率。通过对比试验数据,可知 SHI - CAI 模型具有良好的预测效果。

(2) 针对结构裂纹,提出了可用于分析其裂纹疲劳扩展的最小寿命假定。并结合 SHI - CAI 模型中的循环 RVE 理论,提出了用于预测 I 型结构裂纹疲劳扩展的理论模型。

(3) 结合 7075 - T6 铝合金材料,通过对比远端拉伸板中半椭圆表面裂纹疲劳扩展试验数据和结构裂纹疲劳扩展理论模型预测结果,验证了所提出的预测结构裂纹疲劳扩展理论模型的有效性。

(4) 基于结构裂纹疲劳扩展理论模型,分析分析了远端拉伸板中半椭圆表面裂纹和椭圆嵌入裂纹疲劳扩展规律。

进一步工作中,可针对工程中其他 I 型规则结构裂纹或不规则结构裂纹<sup>[12]</sup>,利用所提出的结构裂纹疲劳扩展理论模型进行剩余寿命和剩余强度的分析;同时结合多种材料试验数据对结构裂纹疲劳扩展最小寿命假定的合理性进行验证;或是通过扩展有限元技术<sup>[13]</sup>分析结构裂纹疲劳扩展,验证理论模型假定的有效性。

## 参考文献:

- [1] KUJAWSKI D. A new  $(\Delta K + K_{\max})^{0.5}$  driving force parameter for crack growth in aluminum alloys[J]. International Journal of Fatigue, 2001, 23(8):733-740.
- [2] PARIS P, ERDOGAN F. A critical analysis of crack propagation laws [J]. Journal of Basic Engineering, 1963, 85(4):528-533.
- [3] SHI K, CAI L, CHEN L, et al. Prediction of fatigue crack growth based on low cycle fatigue properties[J]. International Journal of Fatigue, 2014, 61:220-225.
- [4] NOROOZI A, GLINKA G, LAMBERT S. A two parameter driving force for fatigue crack growth analysis[J]. International Journal of Fatigue, 2005, 27(10):1277-1296.
- [5] PUTRA I S, SCHIJVE J. Crack opening stress measurements of surface cracks in 7075-T6 aluminium alloy plate specimen through electron fractography[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1992, 15(4):323-338.
- [6] SHAHJAHAN S, AUBRY A, RUPIN F, et al. Flaw detection on Inconel600? using separation of single and multiple scattering contributions [J]. Cancer Imaging the Official Publication of the International Cancer Imaging Society, 2012, 14(S1):1-2.
- [7] NEWMAN J J, RAJU I. An empirical stress-intensity factor equation for the surface crack[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1981, 15(1):185-192.
- [8] NEWMAN J J, RAJU I. Stress intensity factor equations for cracks in three-dimensional finite bodies[J]. ASTM STP, 1983, 791:238-265.
- [9] HOSSEINI A, MAHMOUD M. Evaluation of stress intensity factor and fatigue growth of surface cracks in tension plates[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1985, 22(6):957-974.
- [10] YU P, GUO W. An equivalent thickness conception for prediction of surface fatigue crack growth life and shape evolution[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2012, 93:65-74.
- [11] YU P, SHE C, GUO W. Equivalent thickness conception for corner cracks [J]. International Journal of Solids & Structures, 2010, 47(16):2123-2130.
- [12] OORE M, BURNS D. Estimation of stress intensity factors for embedded irregular cracks subjected to arbitrary normal stress fields[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 1980, 102(2):202-211.
- [13] PATHAK H, SINGH A, SINGH I V. Fatigue crack growth simulations of 3-D problems using XFEM[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2013, 76(11):112-131.

## Theory Model Using Material Cycle RVE for Mode-I Elliptical Crack Fatigue Growth

SHI Kaikai, ZHENG Bin

(Science and Technology on Reactor System Design Technology Laboratory, Nuclear Power Institute of China, Chengdu 610213, China)

**Abstract:** Considering the material cycle RVE and the plastic strain energy within the cycle plastic zone near crack tip, the SHI-CAI Model used to analyze the fatigue crack growth rate for mode-I crack is developed. Based on the 7075-T6 alloy and the minimum life of fatigue crack for structural crack front, the semi-elliptical surface crack in a finite plate subjected the remote cycle tension load is studied. At the same time, the theory results are compared with the experiments results for 7075-T6 alloy. The results show that the assumption, the minimum life of fatigue crack growth (MLOFCG) for structural crack front, can be used to describe the relationship between the mode-I crack fatigue growth and the structural crack fatigue growth. At last, the semi-elliptical surface crack and the embedded elliptical crack in a finite plate subjected to the remote cycle tension load are researched based on the fatigue cracking theory model for structural crack.

**Key words:** cycle RVE; mode-I elliptical crack; fatigue crack growth; plastic strain energy; theory model; 7075-T6 Al alloy