

基于格林函数的轮轨缺陷对轮轨垂向动态相互作用的研究

张宝安^{1a}, 郑静^{1b}, 周和超²

(1. 中车青岛四方机车车辆股份有限公司 a. 国家工程研究中心; b. 技术中心, 山东 青岛 266000;
2. 同济大学铁道与城市轨道交通研究院, 上海 201804)

摘要:在轮轨垂向耦合振动模型中,把钢轨考虑成离散支撑的连续的铁木辛科梁,用一系悬挂和二系悬挂把在钢轨上滚动的车轮、1/4 构架质量块和 1/8 车体质量块连接起来作为简化的车辆模型。为了高效精确地研究不同车轮和钢轨缺陷对轮轨垂向动态相互作用的影响,对钢轨在移动载荷作用下的运动方程进行拉普拉斯变换,用格林函数法求解其在频域上的响应解,再通过反傅里叶变换求得钢轨在时域内的振动响应。考虑不同工况下车轮的扁疤、多边形化缺陷和钢轨的波磨缺陷,用非线性赫兹接触理论和数值迭代方法计算轮轨垂向冲击力。结果表明:应用格林函数法可以高效准确地求解轮轨垂向动态响应,为在高频范围内研究轮轨作用提供了理论基础。

关键词:铁木辛科梁;格林函数;轮轨垂向冲击力;车轮扁疤;车轮多边形化;钢轨波磨
中图分类号:U271.91 **文献标志码:**A

引言

车轮圆周非圆化现象广泛存在于铁路运输现场。制动热伤损和滚动接触疲劳会引起扁疤、剥离等车轮滚动圆局部非圆化,车轮半径沿整个圆周呈周期性变化是车轮多边形化的车轮滚动圆全周非圆化的典型特征。车轮圆周的局部非圆化将会引起极大的轮轨高频冲击载荷,车轮圆周的全局非圆化将引起低频轮轨接触力的增大,导致轮轨和车辆簧下结构的损伤。车轮圆周非圆化会对车辆-轨道系统造成很大的冲击作用,影响车辆零件的强度,加剧轮对的损坏,还对轨道产生极大的影响,加剧轮轨间磨损,影响轮轨服役时间,对行车稳定性、安全性有很大影响,并且产生的冲击噪声或增大的滚动噪声又将影响乘客的舒适度。钢轨波磨的存在导致车辆轨道结构激烈的振动,不仅影响车辆和轨道结构的使用寿命,而且严重的钢轨波磨会导致重大脱轨

事故的发生,增加了铁路养护部门的维修工作量和维修费用。

因此,各国学者在轮轨垂向相互作用的数值模拟、轮轨缺陷形成机理方面展开了一些研究。Nielsen 等分别用有限元方法^[1]、复模态叠加法^[2]和模态子结构的方法^[3]建立了轮轨振动模型,研究了不同波长的扁疤产生的最大轮轨冲击力,确定了对应的轮轨接触丢失的车辆运行速度。Wu 和 Thompson 等^[4-6]用数值解析的方法建立轨道的铁木辛科梁模型,分析了在连续两层弹性支撑和离散支撑上的轨道受到不同尺寸的车轮扁疤冲击力和冲击噪声。Baeza^[7]分析比较了赫兹模型和三维非赫兹模型中车轮扁疤产生的动态响应。文献[8]应用车辆-轨道耦合动力学理论分析了车轮扁疤激励下轮轨冲击噪声的特性。翟婉明^[9]将车轮扁疤等冲击型激励模型作为激励源输入到车辆-轨道耦合系统模型中。Johansson^[10]研究了车轮多边形化对轮轨垂向动态作用

收稿日期:2017-01-06

基金项目:中国铁路总公司科技研究开发计划项目(2016G008-F);上海市浦江人才计划(16PJ1409500)

作者简介:张宝安(1987-),男,山东日照人,工程师,博士,主要从事车辆动力学方面的研究,(E-mail) zhangbaoan@cqsf.com

力的影响。Meinke^[11]等人数值模拟了初始理想圆形车轮在激励作用下逐渐向多边形的发展过程。谷永磊等建立高速铁道车辆-板式无砟轨道动力学数值分析模型,采用现场测试得到的高速铁路钢轨波磨数据作为系统激励,研究不同深度的钢轨波磨对高速铁路轮轨相互作用、车辆运行稳定性的影响^[12],并研究了高速铁路轨道结构振动特性与钢轨波磨间的内在关系以及轨道振动特性对钢轨波磨影响的机理^[13]。陈光雄等基于摩擦系统自激振动理论^[14-15]建立了由轮对和钢轨组成的轮轨系统摩擦自激振动模型,使用该模型对轮轨系统进行了摩擦自激振动发生趋势的仿真分析^[16]。

本文为了探究轮轨垂向动态相互作用,把轨道考虑成离散支撑的连续的铁木辛科梁,在钢轨上移动车轮通过一系悬挂连接一质量块作为简单的车辆模型,建立了轮轨垂向耦合振动模型。通常,相比频域范围,钢轨的时域振动模型需要更多的计算工作量^[17],所以对钢轨在移动载荷作用下的运动方程进行拉普拉斯变换,用格林函数法求解其在频域上的响应解,再通过反傅里叶变换求得钢轨在时域内的振动响应。用非线性赫兹接触理论和数值迭代方法分析计算不同工况下车轮扁疤、多边形化缺陷和钢轨波磨缺陷引起的轮轨垂向动态冲击力。

1 轮轨垂向动态响应的求解

轮轨垂向耦合振动模型包括车辆子系统和轨道子系统。车辆子系统由两个质量块(1/8 车体和 1/4 构架)、一系悬挂、二系悬挂和车轮组成的车辆简化模型,轨道子系统由钢轨、扣件、轨枕和道砟组成,轮轨垂向耦合振动的物理模型如图 1 所示。车辆子系统以速度 V 沿着轨道纵向正方向前进,其中, M_c 是 1/8 车体质量, M_l 是 1/4 构架质量, M_w 是车轮质量,并且分别只考虑它们各自的垂向位移自由度 (Z_c , Z_l 和 Z_w), K_1 和 C_1 分别是一系悬挂系统的刚度和阻尼, K_2 和 C_2 分别是二系悬挂系统的刚度和阻尼。在轨道子系统中, K_{pv} 和 C_{pv} 分别为扣件的刚度和阻尼, K_{bv} 和 C_{bv} 分别为道砟的刚度和阻尼, $K_{p\alpha}$ 和 $C_{p\alpha}$ 分别为扣件的回转刚度和回转阻尼, s_i 是第 i 个轨枕到参考点的距离, s_{i+1} 是第 $i+1$ 个轨枕到参考点的距离,两者间距为轨距 d , 并且只考虑钢轨垂向位移和横截面旋转位移两个自由度,考虑轨枕的垂向位移和点头位移两个自由度。其他物理参数为:杨氏模量 E , 剪切模量 G , 密度 ρ , 钢轨的单位长度质量 m_r , 钢轨的横截面积 S , 截面惯性矩 I , 剪切系数 κ , 轨枕质量之半 M_s , 轨枕惯性质量矩之半 J_s 。假设车辆子系统和轨道子系统都是对称的,所以只研究整个轮轨垂向耦合

振动的一侧。

车辆子系统的运动方程^[18]:

$$M\ddot{\{z\}} + C\dot{\{z\}} + K\{z\} = \{p\} \quad (1)$$

其中, $\{z\} = [z_c(t) \ z_l(t) \ z_w(t)]^T$, $\{p\} = [0 \ 0 \ P_0 - P(t)]^T$, P_0 是轴重之半, $P(t)$ 为轮轨垂向接触力, M 为质量矩阵, C 为阻尼矩阵, K 为刚度矩阵。

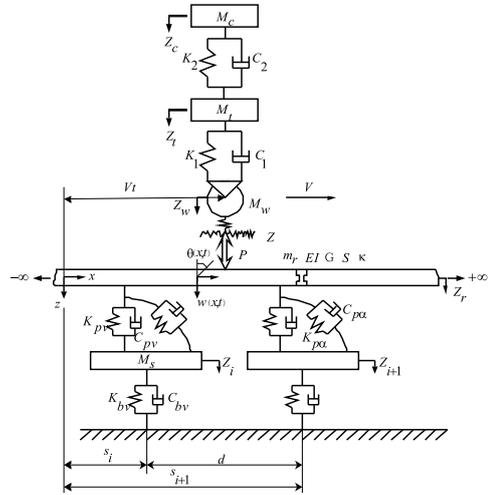


图 1 轮轨垂向耦合振动模型

轨道子系统的运动方程:

$$L_{x,t}q + \sum_{i=-\infty}^{\infty} (A_i q_i + B_i q_i^s) \delta(x - s_i) = [-P(t)\delta(x - Vt) \ 0]^T \quad (2)$$

$$C_i q_i^s = D_i q_i \quad (3)$$

其中, $q = q(x, t) = [w(x, t) \ \theta(x, t)]^T$, $q_i = q(s_i, t)$, $q_i^s = [z_i(t) \ \alpha_i(t)]^T$, $\delta(\cdot)$ 是狄拉克函数,对于无限长的离散支撑连续的铁木辛科梁来说满足 $\lim_{|x-Vt| \rightarrow \pm\infty} q(x, t) = 0$ 和 $\lim_{i \rightarrow \pm\infty} q_i^s(x, t) = 0$ 。对式(2)和式(3)进行拉普拉斯变换得到频域的轨道子系统运动方程形式:

$$L_{x,\omega}G + \sum_{i=-\infty}^{\infty} (A_\omega G_i + B_\omega G_i^s) \delta(x - s_i) = \delta(x - \xi) [1 \ 0]^T \quad (4)$$

$$C_\omega G_i^s = D_\omega G_i \quad (5)$$

其中, $G = [G^w(x, \xi, \omega) \ G^\theta(x, \xi, \omega)]^T$, $G_i = G(s_i, \xi, \omega)$, $G_i^s = [G_i^z(\xi, \omega) \ G_i^\alpha(\xi, \omega)]^T$, G_i 和 G_i^s 分别表示在钢轨的 ξ 截面处施加一角频率为 ω 的单位简谐力,在钢轨的 x 截面处的频域位移响应和轨枕 i 处的频域位移响应。 $L_{x,\omega}$ 、 A_ω 、 B_ω 、 C_ω 和 D_ω 的表达式:

$$L_{x,\omega} = \begin{bmatrix} \kappa GS \frac{d^2}{dx^2} + m_r \omega^2 & -\kappa GS \frac{d}{dx} \\ \kappa GS \frac{d}{dx} & EI \frac{d^2}{dx^2} - \kappa GS + \rho I \omega^2 \end{bmatrix}$$

$$A_\omega = \begin{bmatrix} -iC_{pv}\omega - K_{pv} & 0 \\ 0 & -iC_{p\alpha}\omega - K_{p\alpha} \end{bmatrix}$$

$$B_\omega = \begin{bmatrix} iC_{pv}\omega + K_{pv} & 0 \\ 0 & iC_{p\alpha}\omega + K_{p\alpha} \end{bmatrix}$$

$$C_\omega = \begin{bmatrix} -M_s\omega^2 + iC_{sv}\omega + K_{sv} & 0 \\ 0 & -J_s\omega^2 + iC_{p\alpha}\omega + K_{p\alpha} \end{bmatrix}$$

$$D_\omega = B_\omega^T$$

其中, $C_{sv} = C_{pv} + C_{bv}$, $K_{sv} = K_{pv} + K_{bv}$ 。

由式(4)和式(5)可以得到:

$$L_{x,\omega}G = \delta(x - \xi)[1 \ 0]^T - \sum_{i=1}^{\infty} K_\omega G_i \delta(x - s_i) \quad (6)$$

其中, $K_\omega = A_\omega + B_\omega C_\omega^{-1} D_\omega$ 。在式(6)的左右两侧同乘矩阵微分算子 J_x , 则式(6)的解为:

$$G = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma J_x \delta(x' - \xi)[1 \ 0]^T dx' - \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma \sum_{i=1}^{\infty} J_x K_\omega G_i \delta(x' - s_i) dx' \quad (7)$$

其中

$$J_x = \begin{bmatrix} \frac{EI}{GKS} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{\rho I \omega^2}{GKS} - 1 & \frac{d}{dx} \\ -\frac{d}{dx} & \frac{d^2}{dx^2} + \frac{m_s \omega^2}{GKS} \end{bmatrix}$$

格林函数的 Γ 矩阵是以下等式的解:

$$L_{x,\omega}^* \Gamma = \delta(x - x') E \quad (8)$$

其中

$$\Gamma = \Gamma(x, x', \omega) = \text{diag}(\Gamma^w(x, x', \omega), \Gamma^\theta(x, x', \omega)), \Gamma^w(x, x', \omega) = \Gamma^\theta(x, x', \omega) = -\frac{\beta_2 \exp(-\beta_1 |x - x'|) + j\beta_1 \exp(-j\beta_2 |x - x'|)}{2\beta_1 \beta_2 (\beta_1^2 + \beta_2^2) EI}$$

$$\text{令 } \Gamma^*(x, \xi, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x, x', \omega) J_x \delta(x' - \xi) dx'$$

则

$$G = \Gamma^*(x, \xi, \omega)[1 \ 0]^T - \sum_{i=1}^{\infty} \Gamma^*(x, s_i, \omega) K_\omega G_i \quad (9)$$

钢轨和轨枕的时域格林函数可以通过对 G_i 和 G_i^s 进行傅里叶逆变换得到, 则钢轨和轨枕 i 的位移表达式为:

$$q(x, t) = \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} g(x, \xi, t - \tau) P(\tau) \delta(\xi - V\tau) d\xi d\tau = \int_0^t g(x, \xi, t - \tau) P(\tau) d\tau$$

$$q_i^s(t) = \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} g_i^s(\xi, t - \tau) P(\tau) \delta(\xi - V\tau) d\xi d\tau = \int_0^t g_i^s(V\tau, t - \tau) P(\tau) d\tau$$

2 轮轨垂向冲击力的计算

用非线性 Hertz 接触理论来计算轮轨之间的垂向接触力, 当 $z_w - w(Vt, t) - \Delta z > 0$ 时, $P(t) = C_H [z_w - w(Vt, t) - \Delta z]^{3/2}$; 当 $z_w - w(Vt, t) - \Delta z \leq 0$ 时, $P(t) = 0$ 。其中, C_H 为 Hertz 轮轨接触常数, Δz 为由于轮轨缺陷导致的轮轨相对位移。用数值积分的方法求解 $w(Vt, t)$, 把时间 t 分成 n 等分, t_0, t_1, \dots, t_n , 其中 $t_0 = 0, t_n = t$ 且 $\Delta t = t_{i+1} - t_i, i = 1 \dots n$, 则 $w(Vt_n, t_n) = \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^t g^w(Vt_n, V\tau, t_n - \tau) P(\tau) d\tau$ 。假设在时间间隔 $[t_i, t_{i+1}]$ 内钢轨的格林函数和轮轨接触力 $P(\tau)$ 线性变化, 则钢轨时域垂向位移表达式:

$$w(Vt_n, t_n) = \frac{\Delta t}{6} \sum_{i=1}^n [2(g_i^w - g_{i-1}^w)(P_i - P_{i-1})] + \frac{\Delta t}{6} \sum_{i=1}^n [3(g_{i-1}^w P_i + g_i^w P_{i-1})] \quad (10)$$

其中, $g_n^w = g^w(Vt_n, Vt_i, t_n - t_i), P_i = P(t_i)$ 。

对于不同的轮轨缺陷, 轮轨相对位移 Δz 会有不同的表达形式。

2.1 车轮缺陷引起的轮轨相对位移

主要研究车轮扁疤和车轮多边形化两种车轮缺陷。车轮扁疤主要分为新扁疤和旧扁疤, 车轮扁疤和车轮多边形化的示意图如图 2 所示。车轮的新扁疤和旧扁疤的深度都为 e , 车轮新扁疤的宽度为 l_0 , 车轮旧扁疤的宽度为 l , 则车轮的新扁疤和旧扁疤分别产生的轮轨相对位移 Δz_n 和 Δz_r 为:

$$\Delta z_n = e - \frac{x'^2}{2R_w} \quad -\frac{l_0}{2} \leq x' \leq \frac{l_0}{2} \quad (11)$$

$$\Delta z_r = \frac{e}{2} \left[1 + \cos\left(2\pi \frac{x'}{l}\right) \right] \quad -\frac{l}{2} \leq x' \leq \frac{l}{2} \quad (12)$$

车轮多边形化导致的轮轨相对位移 Δz_p 为:

$$\Delta z_p = \Delta r_0 \cos \frac{nVt}{R_w} \quad (13)$$

其中, Δr_0 是车轮多边形化的幅值, n 为车轮多边形的阶数, R_w 是车轮的名义滚动圆半径。

2.2 钢轨缺陷引起的轮轨相对位移

只考虑钢轨的波磨缺陷导致的轮轨相对位移的变化, 把钢轨波磨考虑成正弦函数形式 $r = r_0 \sin kx$, 其中 r_0 是钢轨波磨的幅值, k 为波数, 车轮在含有波磨的钢轨上的不同位置, 其对应产生的轮轨相对位移也不同, 如图 3 所示。

车轮运行在波磨钢轨的不同位置会产生不同的轮轨相对位移 Δz_c , 用分段函数表示 Δz_c ,

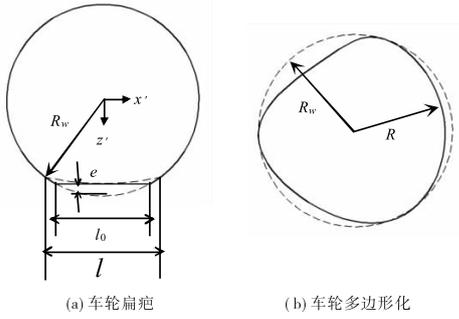


图 2 车轮缺陷

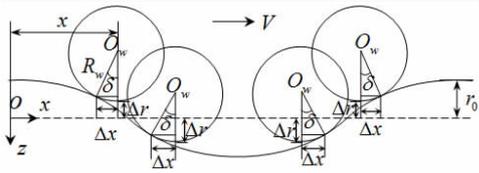


图 3 车轮在波磨钢轨上的不同位置

$$\Delta z_c = \begin{cases} r_0 \sin k(x - \Delta x) - R_w(1 - \cos \delta) & r > 0 \ \& \ \dot{r} < 0 \\ r_0 \sin k(x - \Delta x) + R_w(1 - \cos \delta) & r < 0 \ \& \ \dot{r} < 0 \\ r_0 \sin k(x + \Delta x) - R_w(1 - \cos \delta) & r < 0 \ \& \ \dot{r} > 0 \\ r_0 \sin k(x + \Delta x) + R_w(1 - \cos \delta) & r > 0 \ \& \ \dot{r} > 0 \end{cases} \quad (14)$$

其中, $x = Vt$, $\Delta x = R_w \sin \delta$, δ 是接触角, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ 是波磨波长, r 是波磨函数的一阶导数。

3 算例与分析

在数学软件 Maple 里对上述各种缺陷产生的轮轨垂向冲击力进行了编程计算,其中计算参数如下: $E = 210 \text{ GPa}$, $G = 81 \text{ GPa}$, $\kappa = 0.4$, $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$, $m_r = 60 \text{ kg/m}$, $S = 7.69 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, $I = 30.55 \times 10^{-6} \text{ kgm}^2$, $K_{pw} = 50 \times 10^6 \text{ N/m}$, $K_{pcr} = 1 \times 10^7 \text{ Nm/rad}$, $C_{pw} = 2 \times 10^5 \text{ Ns/m}$, $C_{pcr} = 1 \times 10^4 \text{ Nms/rad}$, $K_{bw} = 1 \times 10^9 \text{ N/m}$, $C_{bw} = 1 \times 10^6 \text{ Ns/m}$, $M_s = 129 \text{ kg}$, $J_s = 1.28 \text{ kgm}^2$, $d = 0.6 \text{ m}$, $s_1 = 0.3 \text{ m}$, $V = 60 \text{ m/s}$, $P_0 = 70 \text{ kN}$, $M_c = 4000 \text{ kg}$, $M_t = 1800 \text{ kg}$, $M_c = 1000 \text{ kg}$, $K_1 = 1.176 \times 10^6 \text{ N/m}$, $C_1 = 1.96 \times 10^4 \text{ Ns/m}$, $K_2 = 0.2205 \times 10^6 \text{ N/m}$, $C_2 = 9.8 \times 10^3 \text{ Ns/m}$, $R_w = 0.46 \text{ m}$ 。为了更加清楚地研究车轮缺陷和钢轨缺陷对轮轨垂向动态相互作用的影响,不考虑轨道不平顺谱对轮轨垂向冲击力的影响。仿真结果如图 4 ~ 图 7 所示。

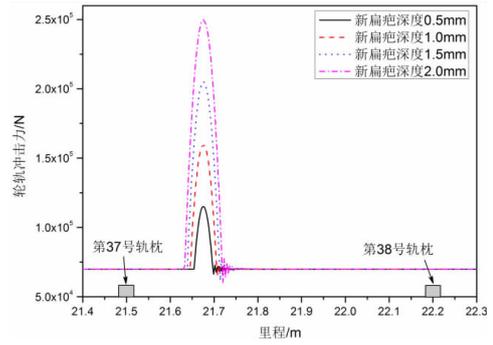


图 4 不同新扁疤深度引起的轮轨冲击力

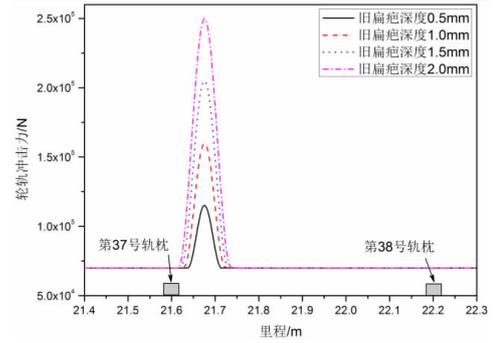


图 5 不同旧扁疤深度引起的轮轨冲击力

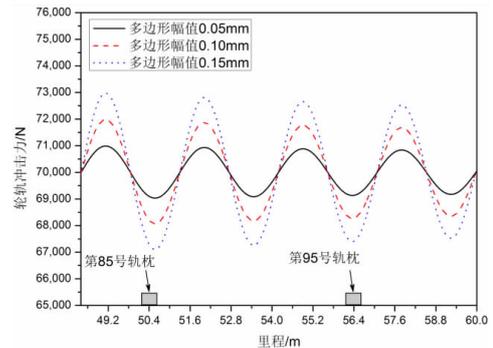


图 6 不同车轮多边形化幅值导致的轮轨冲击力

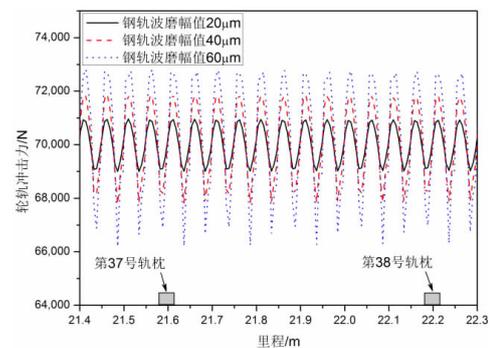


图 7 不同钢轨波磨幅值导致的轮轨冲击力

分别计算了车轮新扁疤和旧扁疤在 0.5 mm、1.0 mm、1.5 mm 和 2.0 mm 四种不同深度引起的轮轨垂向冲击力,计算轨道长度为 60 m,时间步长为 0.05 ms。

图4为四种不同车轮新扁疤深度在第37号轨枕和第38号轨枕之间引起的轮轨垂向冲击力,为了方便分析对比,图5为四种不同车轮旧扁疤深度在第37号轨枕和第38号轨枕之间引起的轮轨垂向冲击力,从图4和图5可以看出,随着车轮扁疤深度的增加,轮轨垂向冲击力最大值也随之增加,车轮新扁疤的数学模型会引起车轮滚过新扁疤区域后的轮轨垂向冲击力在轮轨静载荷附近的振荡,最后再收敛到轮轨静载荷,而车轮旧扁疤的数学模型则不会引起轮轨垂向冲击力在轮轨静载荷附近的振荡,从而说明车轮旧扁疤更能精确地模拟轮轨垂向冲击力的变化。

对车轮多边形化在0.05 mm、0.10 mm和0.15 mm三种不同幅值下的轮轨垂向冲击力进行了计算,时间步长为0.05 ms。图6为车轮多边形化的不同幅值在第85号轨枕和第95号轨枕之间导致轮轨冲击力的变化。从图中可以看出,同一速度下的轮轨垂向冲击力的周期一致,但是轮轨垂向冲击力的幅值是随车轮多边形化的幅值的增加,轮轨垂向冲击力也会相应的增大,基本上呈正比例增加,并在轮轨静载荷处上下波动。

对钢轨波磨的不同幅值引起的轮轨冲击力变化进行了计算,分别计算了钢轨波磨幅值为20 μm 、40 μm 和60 μm 三种不同幅值下轮轨冲击力的变化,钢轨波磨的波长为0.05 m,计算时间步长为0.1 ms。图7为钢轨波磨的不同幅值在第37号轨枕和第38号轨枕之间引起的轮轨冲击力变化。从图中可以看出,由于钢轨波磨的波长是一致的,所以钢轨垂向冲击力的变化周期是一致的,但不同的钢轨波磨幅值会产生不同的轮轨冲击力的大小,类似于不同幅值的车轮多边形化引起的轮轨冲击力,随着钢轨波磨幅值的增加,轮轨垂向冲击力也随之增大,其轮轨冲击力的最大值基本上与三种钢轨波磨幅值呈线性关系,并在轮轨静载荷处上下波动。图7与图6的不同之处是,图7的轮轨垂向冲击力变化并不呈现光滑的谐波变化,这可能与钢轨波磨的波长大小有关,另外,即使两种缺陷的幅值相同,两种缺陷产生的最大轮轨垂向力也不同,钢轨波磨会产生相对比较大的轮轨垂向冲击力,因此钢轨的波磨相比车轮多边形化会对轮轨垂向冲击力产生更大的影响。

4 结 论

(1) 建立了轮轨垂向耦合振动模型,把钢轨考虑成离散支撑的连续的铁木辛科梁,用格林函数法求解其在频域上的响应解,再通过反傅里叶变换求得钢轨在时域

内的振动响应,可以从高频结构振动的角度研究轮轨垂向相互作用,克服了传统动力学中只考虑轮轨振动的低频成分,忽略中高频振动影响的缺陷。

(2) 随着车轮扁疤深度的增加,轮轨垂向冲击力的最大值也随之线性地增加,车轮新扁疤的数学模型会引起车轮滚过新扁疤区域后的轮轨垂向冲击力在轮轨静载荷附近的振荡,最后再收敛到轮轨静载荷,而车轮旧扁疤的数学模型则不会引起这种振荡,从而说明车轮旧扁疤更能精确地模拟轮轨垂向冲击力的变化。

(3) 相比车轮多边形化,钢轨的波磨则会对轮轨垂向冲击力产生更大的影响,也就是说,即使两种缺陷的幅值相同,各自导致的轮轨垂向力不同,钢轨波磨缺陷会产生相对比较大的轮轨垂向冲击力。

参 考 文 献:

- [1] NIELSEN J C O,IGELAND A.Vertical dynamic interaction between train and track-influence of wheel and track imperfections[J].Journal of Sound and Vibration,1995,187(5):825-839.
- [2] NIELSEN J C O,OSCARSSON J.Simulation of dynamic train-track interaction with state-dependent track properties[J].Journal of Sound and Vibration,2004,275(3):515-532.
- [3] BAEZA L,RODA A,NIELSEN J C O.Railway vehicle/track interaction analysis using a modal substructuring approach[J].Journal of Sound and Vibration,2006,293(1-2):112-124.
- [4] WU T X,THOMPSON D J.A hybrid model for the noise generation due to railway wheel flats[J].Journal of Sound and Vibration,2002,251(1):115-139.
- [5] WU T X,THOMPSON D J.On parametric excitation of the wheel/track system[J].Journal of Sound and Vibration,2004,278(4):725-747.
- [6] WU T X,THOMPSON D J.The effects of track non-linearity on wheel/rail impact[J].Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers,Part F:Journal of Rail and Rapid Transit,2004,218(1):1-15.
- [7] BAEZA L,RODA A,CARBALLEIRA J,et al.Railway train-track dynamics for wheel flats with improved contact models[J].Nonlinear Dynamics,2006,45(3):385-397.
- [8] 杨新文,翟婉明.车轮扁疤激起的轮轨冲击噪声机理

- 分析[J].振动与冲击,2009,28(8):46-49.
- [9] 翟婉明.车辆-轨道耦合动力学[M].3版.北京:中国科学出版社,2007.
- [10] JOHANSSON A,ANDERSSON C.Out of round railway wheels-a study of wheel polygonalization through simulation of three-dimensional wheel-rail interaction and wear[J].Vehicle System Dynamics,2005,43(8):539-559.
- [11] MEINKE P,MEINKE S.Polygonalization of wheel treads caused by static and dynamic imbalances[J].Journal of Sound and Vibration,1999,227(5):979-986.
- [12] 谷永磊,赵国堂,金学松,等.高速铁路钢轨波磨对车辆-轨道动态响应的影响[J].中国铁道科学,2015,36(4):27-31.
- [13] 谷永磊,赵国堂,王衡禹,等.轨道振动特性对高速铁路钢轨波磨的影响[J].中国铁道科学,2016,37(4):42-47.
- [14] CUI X L,CHEN G X,YANG H G,et al.Study on rail corrugation of a metro tangential track with Cologne-egg type fasteners[J].Vehicle System Dynamics,2016,54(3):353-369.
- [15] HU W P,WANG P,CHEN G X,et al.Experimental study on corrugation of a sliding surface caused by frictional self-excited vibration[J].Tribology Transactions,2016,59(1):8-16.
- [16] 陈光雄,崔晓璐,王科.高速列车车轮踏面非圆磨耗机理[J].西南交通大学学报,2016,51(2):244-250.
- [17] PIERINGER A,KROPP W,NIELSEN J C O.A time domain model for wheel/rail interaction aiming to include non-linear contact stiffness and tangential friction[J].Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design,2008,99:285-291.
- [18] 张宝安,陆正刚,王恒亮.柔性轮对的轮轨接触参数分析[J].同济大学学报:自然科学版,2013,41(4):577-582.

Investigation on Wheel-Rail Vertical Dynamic Interaction Due to Wheel-rail Imperfections Based on Green's Function Method

ZHANG Baoan^{1a}, ZHENG Jing^{1b}, ZHOU Hechao²

(1a. National Engineering Research Center for High-speed EMU; 1b. R&D Center, CRRC Sifang Co., Ltd, Qingdao 266000, China; 2. Institute of Railway & Urban Rail Transit, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: The wheel-rail vertical coupled vibration model was established, in which the rail was considered as a continuous Timoshenko beam discretely supported. The lumped masses of wheel, a quarter of bogie frame and one eighth of carbody were connected using primary and secondary suspensions respectively, and this subsystem was taken as a simplified vehicle model. In order to efficiently and accurately investigate the effects of wheel and rail defects on vertical dynamic interaction between wheel and rail, Laplace transform was implemented for the motion equations of the rail under a moving load, and those motion equations were solved in the frequency domain by Green's function method, then inverse Fourier transform was carried out to obtain vibration response of rail in the time domain. Wheel-rail vertical impact forces due to wheel flat, wheel polygonalization and rail corrugation in various cases were calculated by numerical iterations according to the nonlinear Hertzian contact theory. Results show that the vertical wheel-rail dynamic response can be solved by the Green function method accurately and efficiently, and it provides a theoretical foundation for the research of wheel-rail interaction in the range of high frequency.

Key words: Timoshenko beam; Green's function; vertical wheel-rail impact force; wheel flat; wheel polygonalization; rail corrugation