

# 灰色-BP 神经网络在深基坑变形预测中的应用研究

黄永红

(重庆市勘测院, 重庆 400020)

**摘 要:**随着城市化进程的推进,向地下空间发展将是趋势,由此带来大量深基坑工程。深基坑的稳定问题不仅关系上部结构的安全,而且还会影响周边建筑物的变形,因此深基坑变形研究越来越受到重视。将改进灰色预测模型与 BP 神经网络组合模型结合,通过在南京某大型深基坑的变形模拟和预测效果对比,改进后的灰色模型在一定程度上提高了拟合精度与预测精度,而灰色-BP 组合模型在此基础上通过 MATLAB 平台又进一步地提高了拟合与预测的精度。该研究可为工程施工提供较好的指导意义,并为同类工程提供借鉴。

**关键词:**灰色-BP 神经网络;深基坑;变形预测

**中图分类号:**TU473

**文献标志码:**A

## 引 言

随着地下空间项目在我国快速发展,大量的深基坑工程越来越影响人们的日常生活,在深基坑的稳定性不足容易导致附近建筑物的倾斜,上部结构的变形破坏等问题。目前,国内外对深基坑变形规律的研究尚不成熟。工程中较常用的方法是根据施工动态的监测数据对沉降值进行推算,以期提高预测的精度<sup>[1-3]</sup>。然而,对于饱和土而言,结合大量的观测实例可以看出,根据双曲线预测的结果往往会偏大,而指数曲线法进行预测得到的结果往往偏小<sup>[4-5]</sup>。另外,灰色理论也受限于非等时距,以及观测值累加生成不具有指数规律等情况<sup>[6-8]</sup>。目前,随着计算机技术的普遍应用,结合计算机软件研究地表沉降规律已成为趋势,将提升研究效率,有效提高预测精度<sup>[9]</sup>。本文结合 Matlab 软件,通过建立灰色-BP 神经网络方法,对南京市某过江隧道和匝道的深基坑工程中 CX03 点的变形趋势进行短期预测。

## 1 初始边值改进的灰色预测模型

灰色预测模型中,初始迭代值和边值的生成方式是

预测模型精度的重要影响因素<sup>[10]</sup>。一般情况下 GM(1,1) 在建立预测模型情况下都是选择原始数据作为迭代值,即  $\tilde{x}^{(1)}(1) = x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$ , 初始值的拟合结果虽然与实际值相同,误差表现为零,拟合曲线必经过  $(1, x^{(0)}(1))$ , 但这样的做法是不妥的,因为初始值不同,所拟合的结果也会不同,通过图 1 可以看出区别,  $\alpha$ 、 $\beta$  或  $\gamma$  的初始值分别不同,因此,拟合结果差别较大。

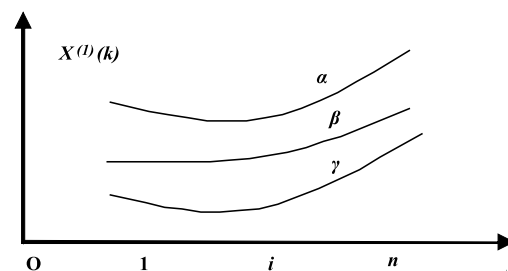


图 1 拟合曲线分析

无论选择  $k = i (i = 1, 2, 3 \dots n)$  点作为迭代的基准都会出现类似情况,不一样的是灰色模型对信息新旧较为敏感,选择新的序列值,可以使误差减少<sup>[11]</sup>。通过调整边值(灰色 GM(1,1) 模型的初始条件),对该模型进

行优化改进成新的 GM(1,1)。

考虑边值问题的预测模型方程组<sup>[8]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b \\ x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1) \end{cases} \quad (1)$$

通过分析灰色模型边值的响应表达式可以看出生成序列的预测值与原序列号的预测值的边值条件有关。基于此,可将方程组改进为:

$$\begin{cases} \frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b \\ x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1) + \delta \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\delta$  是对  $x^{(0)}(1)$  的修正量。修正后离散时间响应式为:

$$\tilde{x}^{(1)}(k) = \left[ x^{(0)}(1) + \delta - \frac{b}{a} \right] \cdot e^{-a(k-1)} + \frac{b}{a} \quad (3)$$

$$\tilde{x}^{(0)}(k) = (1 - e^{-a}) \cdot \left[ x^{(0)}(1) + \delta - \frac{b}{a} \right] \cdot e^{-a(k-1)} \quad (4)$$

整理得

$$\tilde{x}^{(1)}(k) = \tilde{x}^{(1)}(k) + \delta \cdot e^{-a(k-1)} \quad (5)$$

$$\tilde{x}^{(0)}(k) = \tilde{x}^{(0)}(k) + \delta \cdot (1 - e^{-a}) \cdot e^{-a(k-1)} \quad (6)$$

式中,  $\tilde{x}^{(1)}(k)$ ,  $\tilde{x}^{(0)}(k)$  分别为加入修正量后的预测值和原序列预测值。根据平方和最小原则求解  $\delta$ 。或者根据平方和最小原则,建立关于原始预测值与原始序列值的误差函数  $\varphi(\delta)$ , 即

$$\varphi(\delta) = \min \left[ \sum_{k=1}^R \tilde{x}^{(0)}(k) - x^{(0)}(k) \right]^2 = \min \left\{ \sum_{k=1}^R (1 - e^{-a}) \cdot \left( x^{(0)}(1) + \delta - \frac{b}{a} \right) \cdot e^{-a(k-1)} - x^{(0)}(k) \right\}^2 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \varphi(\delta) &= \min \left\{ 2 \cdot \left[ \sum_{k=1}^R (1 - e^{-a}) \cdot \left( x^{(0)}(1) + \delta - \frac{b}{a} \right) \cdot e^{-a(k-1)} - x^{(0)}(k) \right] \cdot e^{-a(k-1)} \right\} = \\ &= \min \left\{ 2 \cdot \left[ \sum_{k=1}^R \left[ (1 - e^{-a}) \cdot \left( x^{(0)}(1) + \delta - \frac{b}{a} \right) \cdot e^{-2a(k-1)} - x^{(0)}(k) \right] \cdot e^{-a(k-1)} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \delta \cdot (1 - e^{-a}) \cdot e^{-2a(k-1)} \right] \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

令  $\varphi'(\delta) = 0$ , 得:

$$\delta = \frac{\sum_{k=1}^R \tilde{x}^{(0)}(k) \cdot e^{-a(k-1)}}{\sum_{k=1}^R (1 - e^{-a}) e^{-2a(k-1)}} - \left( x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) \quad (9)$$

## 2 BP 神经网络模型的结构设计

BP 神经网络不仅拥有输入层、输出层,同时还至少拥有一层隐含层,且每层都有若干个节点。输入的信息从输入层的节点直接传输到各个隐含层节点上。各单

元的特性在隐含层上通过激励函数进行转化,转化所得的信息作为下一层输入的信息,同样此信息经过相同的转换并一直向前传递,直到响应信号从输出层输出<sup>[12-14]</sup>。与此同时,在网络处于学习过状态时,对比  $\tilde{x}^{(0)}(k) = (1 - e^{-a}) \cdot \left[ x^{(0)}(1) + \delta - \frac{b}{a} \right] \cdot e^{-a(k-1)}$  输出的响应信号和期望输出响应信号得出误差信号,此信号以学习信号的身份沿着与正向传播相反的路径回转,并逐层的修改连接权值与阈值,直到所有层之间的连接权值与阈值得到修改,此学习过程宣布完成<sup>[15-17]</sup>。

BP 神经网络计算:

(1) 设输入的信息向量:

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \quad (10)$$

那么与之对应的输出信息向量为:

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T \quad (11)$$

(2) 设隐含层的神经元各输入量为:

$$b_j = \sum_{i=1}^n W_{ij} - \theta_j \quad (12)$$

式中:  $j=1, 2, \dots, k, \dots, n$ ,  $W_{ij}$  表示输入层神经元与输出层神经元之间的权值大小,  $\theta_j$  称之某个神经元隐含层的阈值,  $k$  为隐含层单元的数量。

(3) 这里激活函数采取 Sigmoid 函数:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (13)$$

隐含层输出为:

$$S_j = \frac{1}{1 + \exp\left(-\sum_{i=1}^n W_{ij} - \theta\right)} \quad (14)$$

各神经元输入层输入为:

$$x_t = \sum_{j=1}^q w_{jt} S_j - \lambda_t \quad (15)$$

各神经元输出层为:

$$y_t = \frac{1}{1 + \exp\left(-\sum_{j=1}^q w_{jt} S_j - \lambda_t\right)} \quad (16)$$

式中:  $t=1, 2, \dots, p, \dots$ ,  $w_{jt}$  为隐含层神经元与输出层神经元之间的权值大小,  $\lambda_t$  为输出层神经元的阈值。

采用平方误差函数计算在误差反传过程中单个样本误差  $E_k$ ,

$$E_k = \frac{\sum_{i=1}^p (y_i^k - d_i^k)^2}{2} \quad (17)$$

该网络模型总误差为:

$$E = \sum_{k=1}^m E_k$$

式中,  $E_k$  为第  $k$  层的学习误差,  $d_i^k$  为系统输出的响应目

标值。

网络进行学习的目的就是使得  $E_k$  降为最小,一般典型优化的计算方法都是采取一阶梯度法,也称之为最速下降法。此方法关键在于寻找某个目标函数  $E$  关于寻优参数的一阶导数。从输出层开始进行计算并逐层求解  $E$  对各个权值的导数,令:

$$\Delta W_{ij}^k = \eta \frac{\partial E}{\partial W_{ij}^k} \quad (18)$$

$\eta$  称之为学习效率。

修正权值:

$$W_{ij}^k(t+1) = W_{ij}^k(t) + \Delta W_{ij}^k(t+1) \quad (19)$$

式中:  $W_{ij}^k(t+1)$  为第  $k$  层的第  $i$  个节点的连接权值位于第  $t+1$  次学习后的值,  $W_{ij}^k(t)$  为第  $q$  层的第  $i$  个节点和第  $j$  个节点的连接权值位于第  $t$  次学习后的值,  $\Delta W_{ij}^k(t+1)$  为第  $k$  层的第  $i$  个节点和第  $j$  个节点的连接权值位于第  $t+1$  次学习后需要修正的值。

因为  $\Delta W_{ij}^k(t+1) \propto \frac{\partial E}{\partial W_{ij}^k}$ , 所以:

输出层:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial W_{ij}^k} &= \frac{\partial E_p}{\partial y_{pi}^Q} \cdot \frac{\partial y_{pi}^Q}{\partial x_{ij}^Q} \cdot \frac{\partial x_{ij}^Q}{\partial w_{ij}^Q} = \\ &= -(d_i - y_i) f'(x_{pi}^Q) y_{pi}^{Q-1} = -\delta_{pi}^Q y_{pi}^{Q-1} \end{aligned} \quad (20)$$

式中:

$$\delta_{pi}^Q = \frac{\partial E_p}{\partial y_{pi}^Q} = (d - y_{pi}^Q) f'(x_{pi}^Q) \quad (21)$$

$f'(x_{pi}^Q)$  为激活函数的一阶导数值。

$Q-1$  层即隐含层时:

$$\left( \sum_{k=1}^{n_o} -\delta_{pk}^Q w_{ij}^Q \right) f'(x_{pi}^{Q-1}) y_{pi}^{Q-2} = -\delta_{pi}^{Q-1} y_{pi}^{Q-2} \quad (22)$$

式中:

$$\delta_{pi}^{Q-1} = \frac{\partial E_p}{\partial y_{pi}^{Q-1}} = \left( \sum_{k=1}^{n_o} -\delta_{pk}^Q w_{ij}^Q \right) f'(x_{pi}^{Q-1}) \quad (23)$$

式(20)~式(23)可以发现,学习信号是通过反向递推计算所得,先是从期望响应值与输出层输出值的差推导出  $\delta_{pi}^Q$ , 然后根据它反向推导出  $Q-1$  层, 依照此方法算出所有的  $\frac{\partial E_p}{\partial w_{ij}^Q}$  及  $\Delta w_{ij}^k$ , 并将所有的权值进行修正。

通过以上方法可以对隐含层、输出层的连接权值与阈值进行调整,对网络模型进行一次完整的训练。

### 3 改进的灰色模型与 BP 神经网络组合预测模型

采用改进后的灰色系统与神经网络模型组合模型,首先使用基于初始边值和背景值生产方式改进得到的 GM(1,1) 进行预测,之后采用改进后的灰色模型预测结

果代替 BP 神经网络的输入样本值,采用实际测量得到的基坑数据作为模型的样本值,通过训练 BP 神经网络,得出用于预测基坑变形的神经网络模型,其具体的建模步骤如下:

(1) 将实测数据应用在改进后的灰色模型中。

(2) 将改进后的灰色模型得到的预测数据作为 BP 神经网络的输入值,将对应的实测值作为对比的输出向量的目标值,对 BP 神经网络进行归一化处理分析。

(3) 当输出的值不满足期望输出目标值时,反向传播修改权等直到得到满意的仿真结果,所得到的仿真结果即为此组合模型预测的结果。

组合模型具体运算编程步骤如图 2 所示。

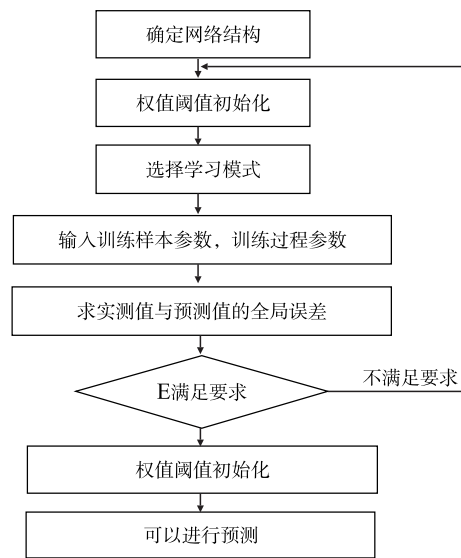


图 2 组合模型运算流程图

### 4 算例分析

深基坑工程是一项特别重要而且复杂的工程,在施工过程中,如果发生事故容易造成人员和财产的损失,所以为了保证基坑开挖过程中支护结构和周边建筑物的安全,必须对深基坑的侧壁与周围环境制定支撑、加固及保护措施,并制定详细的监测方案,根据监测数据调整施工方法与进度。本文以南京市某过江隧道和匝道的深基坑工程中 CX03 点的监测数据为例,通过 MATLAB 计算软件,采用本文建立的灰色-BP 神经网络方法预测变形趋势。

原序列:

$$X^{(0)} = \{2.62, 3.60, 4.36, 5.02, 5.58, 5.96, 6.48, 8.40, 9.90, 9.68, 9.88, 9.90\}$$

原序列紧邻累加序列:

$$X^{(1)} = \{2.62, 6.22, 10.58, 15.6, 21.18, 27.14,$$

33.62,42.02,51.92,61.6,71.48,81.38}

传统灰色 GM(1,1)模型:

$$\hat{x}^{(1)}(k) = 42.41 e^{0.096(k-1)} - 39.79, k \in [1, n] \quad (24)$$

边值改进模型:

$$\partial = \frac{\sum_{k=1}^n x^{(0)}(k) \cdot e^{-a(k-1)}}{\sum_{k=1}^n (1 - e^a) e^{-2a(k-1)}} - \left( x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) = -0.5 \quad (25)$$

背景值优化模型:

$$A = \sum_{k=2}^n z^{(1)}(k), B = \sum_{k=2}^n x^{(0)}(k) \quad (26)$$

$$C = \sum_{k=2}^n z^{(1)}(k)x^{(0)}(k), D = \sum_{k=2}^n [z^{(1)}(k)]^2 \quad (27)$$

$$N = n - 1 \quad (28)$$

$$a = \frac{AB - NC}{ND - A^2} = -0.096 \quad (29)$$

$$b = \frac{BD - AC}{ND - A^2} = 3.70, \partial = -0.5 \quad (30)$$

$$\tilde{x}^{(1)}(k) = \left[ x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] \cdot e^{-a(k-1)} + \frac{b}{a} = \left( 2.62 + \frac{3.70}{0.096} \right) e^{0.096(k-1)} - \frac{3.70}{0.096} = 41.52 e^{0.096(k-1)} - 38.5, k \in [1, n] \quad (31)$$

基于背景优化的边值改进模型:

$$\tilde{x}^{(1)}(k) = \tilde{x}^{(1)}(k) \partial e^{-a(k-1)} = 41.52 e^{0.096(k-1)} - 38.5 - 0.5 e^{0.096(k-1)} = 41.02 e^{0.096(k-1)} - 38.5 \quad (32)$$

相对误差:

$$\Delta k = \left| \frac{\tilde{x}^{(0)}(k) - x^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right| \times 100\% \quad (33)$$

或

$$\left| \frac{\tilde{x}^{(0)}(k) - x^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right| \times 100\%$$

表 1 为使用基于初始边值和背景值生产方式改进得到的 GM(1,1)进行预测,然后采用改进后的灰色模型预测结果代替 BP 神经网络的输入样本值,得出用于预测基坑变形的神经网络模型。对比表 1、2 可知其相对误差最大值由原来表 2 的 18.31%,降为表 1 的 5.01%,图 3 采用坐标图的形式直观表现了表 1、表 2 的拟合值,通过对比可知改进的灰色-BP 组合模型明显提高了拟合与预测的精度。

### 5 结束语

通过改进灰色预测模型与 BP 神经网络组合模型在

表 1 组合模型误差表

拟合值	残差	相对误差/%	拟合值	残差	相对误差/%
2.62	0	0	6.493	-0.013	0.2
3.6412	-0.0412	1.14	8.399	0.001	0.02
4.2708	0.0892	2.04	9.9	0	0
5.2718	-0.2518	5.01	9.8197	-0.1397	1.44
5.5501	0.0299	0.54	9.8201	0.0599	0.61
5.774	0.186	3.12	9.8202	0.0798	0.81
平均误差		1.24			

表 2 GM(1,1)与改进的 GM(1,1)模型预测

GM(1,1)			改进 GM(1,1)		
拟合值	残差	相对误差/%	拟合值	残差	相对误差/%
2.62	0	0	2.52	-0.1	3.82
4.27	0.67	15.75	4.13	0.53	14.8
4.70	0.34	7.31	4.54	0.18	4.34
5.17	0.15	3.04	5.00	-0.01	0.23
5.69	0.11	2.1	5.51	-0.06	1.2
6.27	0.31	5	6.06	0.10	1.81
6.90	0.42	6.17	6.67	0.19	3.07
7.60	-0.79	10.5	7.65	-0.74	8.9
8.36	-1.5	18.31	8.39	-1.50	15.21
9.21	-0.46	5.1	9.20	0.47	4.87
10.13	0.25	2.55	9.80	-0.07	0.74
11.16	1.26	11.9	10.79	0.89	9.03
平均误差		7.92	平均误差		5.67

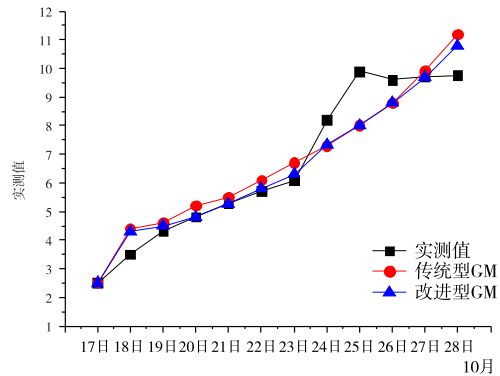


图 3 实测和预测值对比图

南京某大型深基坑的变形模拟和预测效果对比,改进后的灰色模型在一定程度上提高了拟合精度与预测精度,而灰色-BP 组合模型在此基础上通过 MATLAB 平台又进一步地提高了拟合与预测的精度。在展现灰色-BP 组合模型优势的同时,又展现了 BP 神经网络模型在非线性及函数模拟等方面的优势,该模型结果显示优化的组合模型对深基坑变形预测有更高的精度。基于改进灰色-BP 组合模型预测系统的建立以及应用具有一定的指导意义。

### 参考文献:

[1] 徐鑫鑫,苏华友,张春萍.BP 神经网络在基坑周边地

- 表短期沉降预测中的应用[J].四川理工学院学报:自然科学版,2013,26(2):53-56.
- [2] 彭涛,杨岸英,梁杏.BP神经网络-灰色系统联合模型预测软基沉降量[J].岩土力学,2005,26(11):1810-1814.
- [3] 秦艳华.基于FOA优化BP神经网络的电子商务网站评价研究[J].四川理工学院学报:自然科学版,2015,28(6):36-41.
- [4] 王玉雯.昆明深基坑变形监测与预测的应用研究[D].昆明:昆明理工大学,2011.
- [5] 刘安宁,来庆专,吴瑞刚,等.深基坑上部土钉墙土钉轴力监测及分析[J].四川理工学院学报:自然科学版,2015,28(1):59-62.
- [6] 张德丰.MATLAB神经网络应用设计[M].北京:机械工业出版社,2009.
- [7] ROBERT H N.Theory of the back propagationneural network[C]/Harry Wechsler.Proceedings ofInternational Joint Conference on Neural Networks,Orlando, Florida,USA,February 1-5,1992:65-93.
- [8] 房亚群,吴一凡.测量不确定度的BP神经网络模型[J].四川理工学院学报:自然科学版,2015,28(4):22-26.
- [9] 张乐.地铁隧道施工地表沉降预测模型及实证研究[D].武汉:华中科技大学,2011.
- [10] 齐千.基于BP网络的深基坑变形预测研究[D].桂林:桂林工学院,2004.
- [11] 余江,陶宇.BP神经网络和灰色系统预测模型在深基坑地表沉降中的应用[J].浙江水利科技,2010(3):80-82.
- [12] 罗毅,姚毅,李莺,等.基于BP神经网络的输电线路覆冰增长模型研究[J].四川理工学院学报:自然科学版,2012,25(1):63-66.
- [13] 傅荟璇,赵红.MATLAB神经网络应用设计[M].北京:机械工业出版社,2010.
- [14] 贾萍,方源敏,卢水牯.Logistic模型在高层建筑沉降监测中的应用[J].河南科学,2011,29(3):329-332.
- [15] 刘彩虹.BP神经网络学习算法的研究[D].重庆:重庆师范大学,2008.
- [16] 杨赛.BP神经网络学习问题的分析研究[D].赣州:江西理工大学,2010.
- [17] 李晓峰,徐玖平,王荫清,等.BP人工神经网络自适应学习算法的建立及其应用[J].系统工程理论与实践,2004(5):1-8.

## Study on Application of Gray-BP Neural Network to Deformation Prediction of Deep Foundation Pit

HUANG Yonghong

(Chongqing Survey Institute, Chongqing 400020, China)

**Abstract:** With the advance of the urbanization process, more and more underground space was developed, which brings a lot of deep foundation pit engineering. The stability of deep foundation pit is not only related to the safety of the upper structure, but also affects the deformation of the surrounding buildings, so the research of the deformation of deep foundation pit is more and more important. The combination of grey prediction model and BP neural network combination model is improved. by comparing the deformation simulation and prediction effect of a large deep foundation pit in Nanjing, it is shown that the improved grey model improves the precision of fitting and forecasting in a certain extent, based on which the grey-BP combination model through MATLAB platform further improves the precision of fitting and prediction. This research can provide a good guide for engineering construction, and provide reference for similar projects.

**Key words:** grey-BP neural network; deep foundation pit; deformation prediction