

二值图像逻辑与运算 CNN 模板的稳定性设计

李 硕^a, 魏小亭^a, 李国东^{a,b}

(新疆财经大学 a. 应用数学学院; b. 新疆社会经济统计研究中心, 乌鲁木齐 830012)

摘 要:结合细胞神经网络(Cellular Neural Networks)理论,提出了一类能快速实现二值图像逻辑与运算的模板。对模板稳定性的数学分析表明,只要模板参数符合文中定理的要求,CNN 就能够对两幅二值图像进行与运算。实验仿真证明了 LOGAND CNN 在实际应用中的有效性及稳定性设计定理的正确性。

关键词:二值图像;细胞神经网络;逻辑与运算;稳定性设计

中图分类号:TP183

文献标志码:A

引 言

细胞神经网络(CNN, cellular neural network)是由蔡少棠和杨林^[1-2]在 1988 年提出的。目前,大型集成电路已经可以实现细胞神经网络的功能,而且它也在许多重要领域得到应用^[3-9]。CNN 的模板参数决定了它的功能,参数的多样性使得 CNN 的图像处理功能十分强大。因此研究模板参数在什么范围内能使 CNN 实现特定功能,并使 CNN 具备稳定性^[10-12]有很大的研究意义。Chua L O 提出了二值图像逻辑与(LOGAND)CNN 的模板^[5]。丁蕾研究了一种对二值图像进行逻辑运算的改进算法^[13]。张群等^[14]研究了一类能对灰度图像进行逻辑或的 CNN。有研究发现,CNN 处理器的图像处理速度理论上要比数字处理器快 1000 倍^[5],表明了此算法的优越性。本文对 Chua L O 给出的 LOGAND CNN 模板参数进行了扩展,提出了一个符合二值图像逻辑与运算的定理。

标准的 $M \times N$ 的 CNN 是由细胞 $C_{i,j}$ 构成,其结构基本形式如图 1 所示。每个细胞 $C_{i,j}$ 的状态方程^[5]为:

$$\dot{x}_{i,j} = -x_{i,j} + \sum A(i,j;k,l)y_{kl} + \sum B(i,j;k,l)u_{kl} + z \quad (1)$$

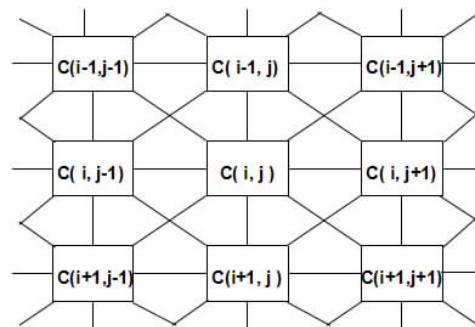


图 1 二阶 CNN 的结构图

输出变量 $y_{i,j}$ 是由下述分段函数定义的:

$$y_{i,j}(t) = \frac{1}{2}(|x_{i,j}(t) + 1| - |x_{i,j}(t) - 1|) \quad (2)$$
$$1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N$$

收稿日期:2016-05-31

基金项目:国家自然科学基金项目(11461063);国家社科基金项目(14BTJ021);国家教育部人文社会科学基金项目(13YJAZH040);新疆维吾尔自治区普通高等学校人文社会科学重点研究基地基金项目(050315B03)

作者简介:李 硕(1988-),男,河北保定人,硕士生,主要从事数据分析与图像处理方面的研究,(E-mail)15026066340a@sina.com;

李国东(1972-),男,黑龙江鹤岗人,教授,博士,主要从事数据分析与图像处理方面的研究,(E-mail)lgdzh@126.com

其中, $x_{i,j}$ 、 $y_{i,j}$ 、 $u_{i,j}$ 和 z 分别表示为状态变量、输出变量、输入变量和阈值; $A(i,j;k,l)$ 和 $B(i,j;k,l)$ 为两个矩阵, A 为反馈模板, B 为控制模板。状态方程的动力学性质就由模板 A 、 B 和偏移 z 来决定。标准的 CNN 的输出函数如图 2 所示。

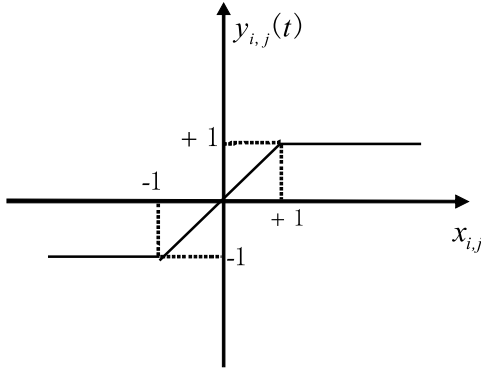


图 2 标准 CNN 输出函数

1 二值图像与运算 CNN

假设两幅 $M \times N$ 的图像处于 (i,j) 点位置的像素的灰度值为 $h_{i,j}^1$ 和 $h_{i,j}^2$, $h_{i,j} \in [0,255]$, 数值 0 显示纯黑色, 数值 255 显示纯白色。为了适合 CNN 处理, 必须用式(3)将图像的灰度值 $h_{i,j}^1$ 和 $h_{i,j}^2$ 转换到区间 $[-1,1]$ (-1 显示纯白色, 1 显示纯黑色) 作为方程(1)的输入, 当边界与初始条件合适时, 得到的稳态解便是这两幅二值图像逻辑与后的图像。CNN 方程的输入 $u_{i,j}$ 的公式为:

$$u_{i,j} = 1 - 2h_{i,j} \div 255 \quad (3)$$

为了确保像素点是一一对应的, 要求两幅进行逻辑与运算的二值图像尺寸必须相同。任何一个像素点对应的输入和初值只能为 1 或 -1 , 只有当对应像素点的输入和初值全为 1 (黑像素) 时, 输出才为 1; 否则, 输出为 -1 , 即白像素。其模板由式(4)给出

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, Z = -1 \quad (4)$$

1.1 LOGAND CNN 的整体任务

LOGAND CNN 的整体任务如下:

- (1) 给定两幅静态二值图像 $P1$ 和 $P2$ 。
- (2) 输入图像: $U = P1$ 。
- (3) 初始状态图像: $X(0) = P2$ 。

(4) 边界条件: 周期 (toroidal) 边界条件。

(5) 输出图像: $Y(\infty)$ 是图像 $P1$ 和 $P2$ 进行与运算后得到的一幅二值图像, 表达式为 $Y = P1 \cap P2$, 即对 (i,j) 点的输入 $h_{i,j}^1$ 和初值 $h_{i,j}^2$, 只有满足 $h_{i,j}^1$ 为 1 而且 $h_{i,j}^2$ 为 1, 才输出 $y_{i,j}(\infty) = 1$, 否则, 输出 $y_{i,j}(\infty) = -1$ 。其中, 输入 $h_{i,j}^1$ 和初值 $h_{i,j}^2$ 分别为图像 $P1$ 和 $P2$ 在 (i,j) 点的像素值。

1.2 LOGAND CNN 的局部规则

由 LOGAND CNN 的整体任务可以看出, 它的输出结果仅与它的输入和初始的状态有关系, 输入和初始状态共有 4 种组合形式: $(1,1)$ 、 $(1,-1)$ 、 $(-1,1)$ 、 $(-1,-1)$ 。按照这 4 种情况, 可以将整体任务分成 4 个局部规则:

- (1) $(u_{i,j}, x_{i,j}(0)) = (1,1) \Rightarrow y_{i,j}(\infty) = 1$;
- (2) $(u_{i,j}, x_{i,j}(0)) = (1,-1) \Rightarrow y_{i,j}(\infty) = -1$;
- (3) $(u_{i,j}, x_{i,j}(0)) = (-1,1) \Rightarrow y_{i,j}(\infty) = -1$;
- (4) $(u_{i,j}, x_{i,j}(0)) = (-1,-1) \Rightarrow y_{i,j}(\infty) = -1$;

所以, 对待处理的二值图像 $P1$ 和 $P2$, LOGAND

CNN 的 4 个局部规则可以归纳为表 1 的形式。

表 1 LOGAND CNN 模拟二值图像逻辑与运算的局部规则

局部规则	$u_{i,j}(0)$	$x_{i,j}(0)$	\Rightarrow	$y_{i,j}(\infty)$
局部规则 1	1	1	\Rightarrow	1
局部规则 2	1	-1	\Rightarrow	-1
局部规则 3	-1	1	\Rightarrow	-1
局部规则 4	-1	-1	\Rightarrow	-1

1.3 LOGAND CNN 模板稳定性定理及证明

LOGAND CNN 的逻辑与运算功能是用线性非耦合模板式(4)来实现的, 它是 LOGAND CNN 的一种特殊形式。这里仿照上述模板, 采用下文的一般线性非耦合模板来实现 LOGAND CNN 的功能。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, Z = z \quad (5)$$

其中, a, b, z 为实数, 且 $a > 1, b > 0$ 。

则 LOGAND CNN 的状态方程为:

$$\dot{x}_{i,j} = -x_{i,j} + \sum_{k=-1}^1 \sum_{l=-1}^1 a_{kl} y_{i+k, j+l} + \sum_{k=-1}^1 \sum_{l=-1}^1 b_{k,l} u_{i+k, j+l} + z =$$

$$-x_{i,j} + ay_{i,j} + bu_{i,j} + z \quad (6)$$

定理 1 设二值数字图像逻辑与运算 CNN 的模板为式(5)所示形式,那么当式(7)表示的不等式组成立时,CNN 能够实现二值图像逻辑与运算的功能。

$$\begin{cases} a > 1 - 2b - z \\ z < 0 \\ a > 1 \\ b > 0 \end{cases} \quad (7)$$

证明 将 LOGAND CNN 的状态方程(6)写为

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i,j} &= -x_{i,j} + \sum_{k=-1}^1 \sum_{l=-1}^1 a_{kl}y_{i+k,j+l} + \sum_{k=-1}^1 \sum_{l=-1}^1 b_{k,l}u_{i+k,j+l} + z = \\ &= -x_{i,j} + ay_{i,j} + bu_{i,j} + z = \\ &= -x_{i,j} + ay_{i,j} + w_{i,j}, \\ & \quad i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $w_{i,j} = bu_{i,j} + z$ 。

由 $a > 1$ 和 LOGAND CNN 的状态方程(8),可以得到单个细胞 $C_{i,j}$ 在取不相等的常数 $w_{i,j}$ 时的动力学曲线,如图 3 所示,横坐标代表状态变量 $x_{i,j}$,纵坐标代表其导数值 $\dot{x}_{i,j}$ 。

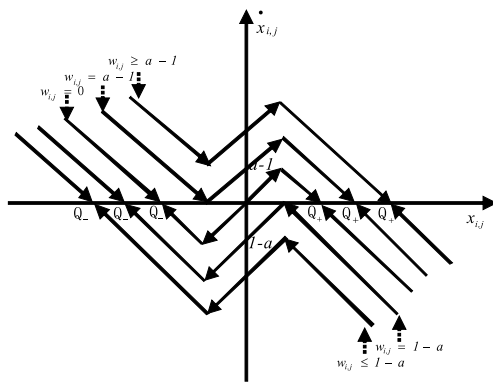


图 3 单个 LOGAND CNN 的动力学曲线

(1) $u_{i,j}(0) = -1$, 且 $x_{i,j}(0) = -1 \Rightarrow y_{i,j}(\infty) = -1$ 。

可得 $C_{i,j}$ 的动力学曲线,位于图 3 中的 $w_{i,j} = a - 1$ 曲线下方(即 $bu + z < 1 - a$)。得到

$$w_{i,j} = bu + z = -2b + z < a - 1 \quad (9)$$

(2) $u_{i,j}(0) = -1$, 且 $x_{i,j}(0) = 1 \Rightarrow y_{i,j}(\infty) = -1$ 。

可得 $C_{i,j}$ 的动力学曲线,位于图 3 中的 $w_{i,j} = 0$ 曲线下方(即 $bu + z < 0$)。得到

$$w_{i,j} = bu + z = z < 0 \quad (10)$$

(3) $u_{i,j}(0) = 1$, 且 $x_{i,j}(0) = 1 \Rightarrow y_{i,j}(\infty) = 1$ 。可得

$C_{i,j}$ 的动力学曲线,位于图 3 中的 $w_{i,j} = 1 - a$ 曲线上方(即 $bu + z > 1 - a$)。得到

$$w_{i,j} = bu + z = 2b + z > 1 - a \quad (11)$$

(4) $u_{i,j}(0) = 1$, 且 $x_{i,j}(0) = -1 \Rightarrow y_{i,j}(\infty) = -1$ 。

可得 $C_{i,j}$ 的动力学曲线,位于图 3 中的 $w_{i,j} = 0$ 曲线下方(即 $bu + z < 0$)。得到

$$z < 0 \quad (12)$$

由式(9)~式(12)与 $a > 1, b > 0$ 可得(7)式。

定理 1 证明完毕。表明只要 CNN 的模板参数满足定理 1 中式(7)的要求,就能够完成对数字二值图像进行逻辑与运算的任务。

2 实验结果

为了验证本算法的可行性与正确性,将两幅静态二值数字图像 $P1$ (图 4(a))和 $P2$ (图 4(b))进行实验模拟。令 LOGAND CNN 的输入图像 $U = P1 = [h_{i,j}^1]_{M \times N}$, 初始二值图像 $X(0) = P2 = [h_{i,j}^2]_{M \times N}$ 。选择如下三组不同的(满足定理 1)的模板参数:

$$\{a = 2, b = 1, z = -1\}$$

$$\{a = 10, b = 2, z = -2\}$$

$$\{a = 100, b = 20, z = -10\}$$

三组参数模拟的结果如图 4(c)所示,可以看出实验仿真的效果很好。

为了避免实验结果的偶然性,选取不同的图像 $P3$ (图 5(a))和 $P4$ (图 5(b))进行实验仿真,同样选取三组不同的(满足定理 1)的模板参数:

$$\{a = 20, b = 10, z = -3\}$$

$$\{a = 200, b = 100, z = -20\}$$

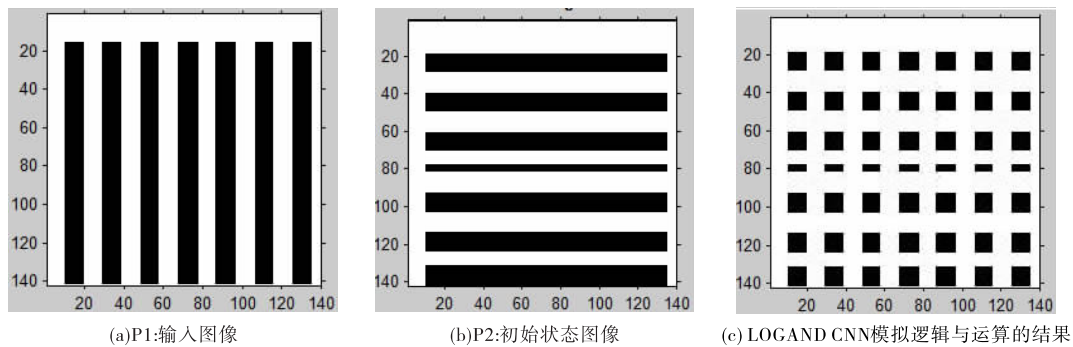
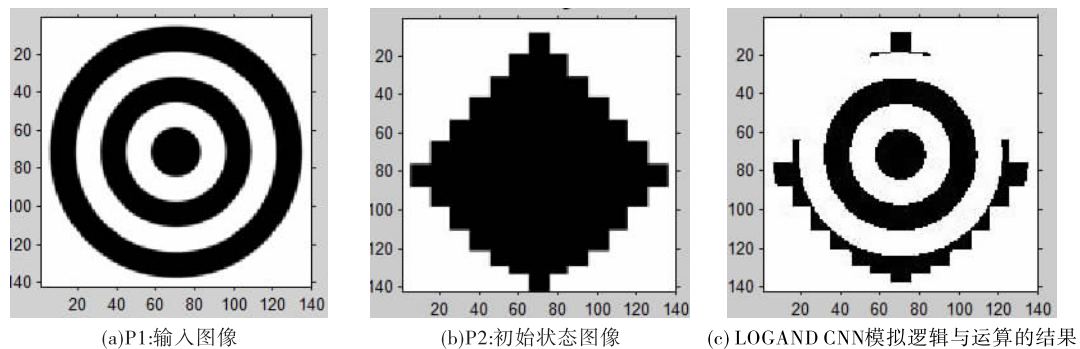
$$\{a = 300, b = 200, z = -30\}$$

结果如图 5(c)所示。

综上所述,当选择的模板参数满足定理 1 的要求时,LOGAND CNN 便能对两幅静态二值数字图像完成逻辑与运算,且效果比较理想,确认了定理 1 的可行性与正确性。

3 结束语

通过对 Chua L O 给出的 LOGAND CNN 模板参数进

图 4 LOGAND CNN 模拟二值图像 P_1 和 P_2 的与运算图 5 LOGAND CNN 模拟二值图像 P_3 和 P_4 的逻辑与运算

行扩展,给出了一个适用于二值图像逻辑与运算的定理,并对该定理进行了严格的数学证明。只要 LOGAND CNN 的模板参数满足定理的要求,就可以完成对两幅二值图像的逻辑与运算。实验结果证明了 LOGAND CNN 的有效性、稳定性以及设计定理的正确性。该 LOGAND CNN 具有所有 CNN 的高速运算功能,使得此算法在实际图像处理过程中具有很大的优越性。

参考文献:

- [1] CHUA L O, YANG L. Cellular neural networks: theory [J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems, 1988, 35 (10): 1257-1272.
- [2] CHUA L O, YANG L. Cellular neural networks: applications [J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems, 1988, 35(10): 1273-1290.
- [3] 李国东,王雪,赵国敏.基于五阶 CNN 的图像边检测算法研究[J].安徽大学学报:自然科学版,2015,39(3): 15-21.
- [4] 张爱华,雷小亚,陈晓雷,等.基于细胞神经网络的快速手语视频分割方法[J].计算机应用,2013,33(2): 503-506.
- [5] CHUA L O. CNN: a vision of complexity [J]. International Journal of Bifurcation & Chaos, 1997, 7 (10): 2219-2425.
- [6] ZANELA A, TARAGLIO S. Sensing the third dimension in stereo vision systems: a cellular neural networks approach [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 1998, 11(2): 203-213.
- [7] HADAD K, PIROOZMAND A. Application of cellular neural network (CNN) method to the nuclear reactor dynamics equations [J]. Annals of Nuclear Energy, 2007, 34(5): 406-416.
- [8] 涂小辉,许杰,张莲.五阶离散 CNN 超混沌数字化研究[J].现代电子技术,2011,34(3): 101-103.

- [9] 任晓霞,廖晓峰,熊永红.基于细胞神经网络超混沌特性的图像加密新算法[J].计算机应用,2011,31(6):1528-1530.
- [10] MIN L Q. Robustness designs of a kind of uncoupled CNNs with applications [C]//Proceeding of 2005 9th International Workshop on Cellular Neural Networks and Their Applications, Hsinchu, Taiwan, May 28-30, 2005:98-101.
- [11] LIU J Z, MIN L Q. Robust design for templates of directional extraction cellular neural network with applications [J]. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2009, 23(1):63-66.
- [12] LIU J Z, MIN L Q. Robust design of bipolar wave cellular neural network with applications [J]. International Journal of Modelling Identification & Control, 2010, 11(1-2):99-106.
- [13] 丁蕾.快速图像逻辑运算 VC++ 算法[J].广西师范学院学报:自然科学版,2011,28(3):88-92.
- [14] 张群,闵乐泉.灰度图像逻辑或运算 CNN 模板的稳健性设计[J].通信学报,2014,35(5):88-94.

The Stability Design of Binary Image Logic and CNN Template

LI Shuo^a, WEI Xiaoting^a, LI Guodong^{a,b}

(a. School of Applied Mathematics; b. Research Center of Xinjiang Social and Economic Statistics, Xinjiang University of Finance & Economics, Urumqi 830012, China)

Abstract: A kind of binary image logic and CNN was proposed by combining with CNN theory. A theorem was established to design the stability template parameters of LOGAND CNN, and a rigorous mathematical proof was given. As long as the template parameters conform to the requirements of the theorem, CNN can conduct and operations for two binary image. The simulation results illustrate the effectiveness and the correctness of the LOGAND CNN in practical application.

Key words: binary image; cellular neural networks; logical or operation; stability design