

温度对介电弹性体材料致动器动态性能的影响

盛俊杰¹, 张玉庆¹, 李树勇¹, 陈花铃^{2,3}

(1. 中国工程物理研究院总体工程研究所, 四川 绵阳 621900; 2. 西安交通大学机械工程学院, 西安 710049;
3. 机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安 710049)

摘要:介电弹性体材料(Dielectric Elastomer,简称 DE)具有很强的粘弹性,由于 DE 材料的粘弹性具有时间依赖关系,从而使其应力-应变也具有时间依赖性,因此动态变形中,其能量转换、宏观变形等特性也必然受到粘弹性的影响。同时,DE 的粘弹性和介电常数具有很强的温度依赖性。通过引入温度对介电常数、弹性模量和粘弹性松弛的影响,并结合 DE 的粘弹性力学模型和欧拉-拉格朗日方程,构建了不同环境温度场下的 DE 系统的动力学控制方程。最后,通过数值模拟,分析了温度对 DE 材料致动器动态性能的影响。研究结果能为 DE 致动器的结构设计和动态变形控制提供理论指导。

关键词:介电弹性体材料;动态性能;温度

中图分类号:TB381;TB122

文献标志码:A

引言

介电弹性体材料(Dielectric Elastomer,简称 DE)是一种新型的智能电活性聚合物(Electroactive Polymer,简称 EAP)。相比于其他 EAP 材料,DE 材料独有的特点是变形大、弹性模量低、机电耦合效率高、工作温度范围宽和频率范围广(0.1 ~ 20 kHz)。DE 致动器指的是在 DE 材料上下表面涂有柔性电极的三明治结构,在电极上施加电压后,DE 材料上产生的 Maxwell 电场力和电致伸缩电应力的共同作用挤压材料,结果使其面积增大、厚度减小,并逐渐成为近几年国内外的研究热点之一^[1-3]。近年来,研究学者设计出很多种基于 DE 材料的致动器和换能器结构,并尝试将 DE 应用于航空航天、医学与智能机器人等领域^[2-3]。

在工程实际应用中,对 DE 材料施加的载荷常常是

周期性的电压或者应力,如微泵结构、各种运动驱动器、能量循环收集器等^[3],然而现有研究对 DE 材料在交变载荷下的动力学变形行为以及力电耦合特性的研究尚没有得到足够的重视。近两年来,学者们才开始了对 DE 材料动态特性的研究。哈佛大学的 Zhu 从热动力学出发,通过扰动方法研究了 DE 气球^[4]的非线性振动特性;兰州大学的 Yong 等人^[5]建立了一套 DE 动态分析模型,研究了厚球壳的稳定性;浙江大学的 Li^[6]研究了纯剪切共振器的力电耦合性能及其动态性能;Federal University of Goiás 的 Soares 等^[7]利用打靶法对预拉伸后的超弹性平面薄膜的动态方程进行了求解,并与有限元求解方法进行了对比;最近 TU Darmstadt 的 Xu^[8]利用拉格朗日方程得到了平面 DE 的动态运动方程,并研究了动态载荷下的位移响应和稳定性,但是没有考虑预应力的影响。

收稿日期:2016-03-27

基金项目:国家自然科学基金项目(11402246)

作者简介:盛俊杰(1986-),男,山东单县人,高级工程师,博士,主要从事智能材料与结构方面的研究,(E-mail)scu2005sjj@163.com;

陈花铃(1954-),女,陕西韩城人,教授,博导,博士,主要从事智能材料与结构、机械振动与噪声控制理论与技术方面的研究,(E-mail)hlchen@mail.xjtu.edu.cn

由于 DE 材料的粘弹特性具有时间依赖关系,从而使其应力 - 应变也具有时间依赖性,因此动态变形中,其能量转换、宏观变形等特性也必然受到粘弹性的影响。但在现有的研究中,关于 DE 材料交变电场作用下受粘弹性影响的应变能及电能的转换规律对 DE 材料的动态变形及稳定性影响等缺少研究。同时,温度会在很大程度上影响 DE 材料的粘弹性松弛,而温度又会对 DE 材料的力学性能和介电性能产生影响,因此温度也会对粘弹性 DE 材料的动态性能产生影响。

从欧拉 - 拉格朗日方程出发,结合 DE 材料的粘弹性力学模型,得到了平面粘弹性 DE 材料致动器试件的动力学运动控制方程。最后,通过得到的控制方程,分析了温度对 DE 材料致动器动态性能的影响。

1 DE 致动器的动力学方程

在振动力学中,欧拉 - 拉格朗日方程(Euler - Lagrange equation)经常被用来求解复杂系统的动力学方程,类似于自由能求解方法,欧拉 - 拉格朗日方程也是一种使系统函数能量最小化的求解方式。借助欧拉 - 拉格朗日方程获得 DE 材料致动器的非线性动力学方程。

1.1 欧拉 - 拉格朗日方程

DE 致动器是在 DE 材料的上下两面涂上柔性电极后的一种三明治结构,施加电压 Φ 后,DE 材料的上、下表面积累了一定的电荷 $\pm Q$,电荷之间产生的 Maxwell 电场力和电致伸缩电应力的共同作用挤压材料,结果使其面积增大、厚度减小。

图 1 为平面 DE 致动器的示意图,参考状态下 DE 致动器在参考坐标系 X 、 Y 和 Z 的初始尺寸分别为 $2L$ 、 $2L$ 和 $2H$ 。外加电场激励下,DE 致动器的尺寸为 $2l \times 2l \times 2h$ 。定义厚度方向 z 的变形率为 λ ,基于 DE 材料的各向同性假设和不可压缩性,那么平面 x 和 y 方向的变形率均为 $\frac{1}{\lambda}$ 。名义电场强度为 $E = \frac{\Phi}{(2H)}$,名义电位移为

$$D = \frac{Q}{(2L \times 2L)}。$$

假设 DE 致动器的中心位置在振动过程中没有变化,即中心点的坐标一直为 $(0,0,0)$,在动态电场作用下 DE 致动器的变形是时间的函数 $\lambda(t)$,那么可以得出致动位置和参考位置在整个坐标系中的关系式:

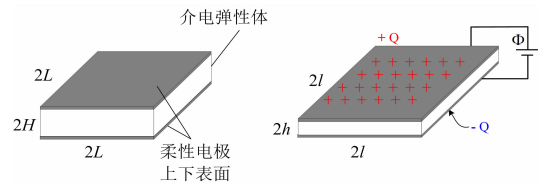


图 1 DE 致动器的工作原理图

$$x = \frac{1}{\sqrt{\lambda(t)}}X, y = \frac{1}{\sqrt{\lambda(t)}}Y, z = \lambda(t)Z \quad (1)$$

DE 致动器系统的欧拉 - 拉格朗日方程可以写为:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\lambda}} \right) = 0, L = K - U \quad (2)$$

式中: L 为拉格朗日函数; K 为 DE 系统的动能(单位:J); U 为 DE 系统的势能(单位:J)。

1.2 DE 系统的动能和势能

DE 系统的动能 K 可以表示为^[8]:

$$K = \frac{2}{3}\rho H L^4 \frac{\dot{\lambda}^2}{\lambda^3} + \frac{4}{3}\rho H^3 L^2 \lambda^2 \quad (3)$$

式中: ρ 为材料密度(单位: $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)。

DE 系统的势能是系统的自由能密度函数对体积的积分,而系统的自由能包含两个方面,Helmholtz 自由能和电势能^[9]。

作为一种同时具有弹性和粘性的 DE 材料,在变形的过程中必然会产生粘弹性松弛。DE 材料的粘弹性可用一系列的弹簧和阻尼来进行描述,即所谓的流变模型^[10-11],如图 2 所示。流变模型由两部分组成:网链 A 是一个弹簧,用来表征超弹性的可逆变形;网链 B 由一个弹簧和一个粘壶串联组成的 Maxwell 模型,用来表征不可逆的非弹性变形。在这种 Maxwell 模型中,网链 B 所承受的应力和粘壶应力相等,体系总的应力为两个网链的应力之和,体系的总应变为两个网链应变之积。

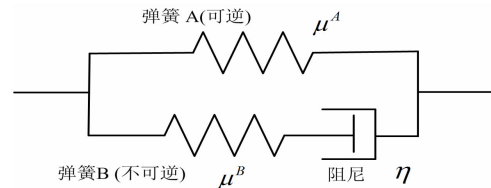


图 2 DE 材料的粘弹性模型

由于在研究 DE 材料致动器的动力学特性时,其在平衡位置附近的变形不大,不需要考虑大变形下的应变刚化现象,所以,我们采用 Neo - Hookean 模型来表示 DE 致动器系统弹性应变能,于是,系统的自由能为:

$$W = \frac{\mu^A(T)}{2} \left(\frac{2}{\lambda} + \lambda^2 - 3 \right) + \frac{\mu^B(T)}{2} \left(2 \frac{\xi}{\lambda} + \frac{\lambda^2}{\xi^2} - 3 \right) + \rho c_0 \left[T - T_0 - T \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] + \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r(\lambda, T) \frac{E^2}{\lambda^2} \quad (4)$$

式中: $\mu^A(T)$ 为 A 弹簧的剪切模量(单位:Pa); $\mu^B(T)$ 为 B 弹簧的剪切模量(单位:Pa); ξ 为粘壶的变形量; c_0 为材料的比热(单位: $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$); T 为绝对温度(单位:K); T_0 为参考温度(单位:K); $\varepsilon_0 \varepsilon_r(\lambda, T) = \varepsilon$ 为 DE 材料的介电常数; ε_0 为真空介电常数,取值 $8.85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ 。 $\varepsilon_r(\lambda, T)$ 是温度和变形的函数,可以表示为^[12]:

$$\varepsilon(\lambda, T) = \left(\varepsilon_\infty + \frac{A}{T} \right) (1 + a(2\lambda - 2) + b(2\lambda - 2)^2 + c(2\lambda - 2)^3) \quad (5)$$

基于各向同性假设,可以得到 DE 材料致动器的势能:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \frac{-2\rho H L^4 \lambda^2}{\lambda^4} - 8HL^2 \left[\mu^A(T) \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) + \mu^B(T) \left(-\frac{\xi}{\lambda^2} + \frac{\lambda}{\xi^2} \right) + \frac{\varepsilon E^2}{\lambda^3} - \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial \lambda} \frac{E^2}{\lambda^2} \right] \quad (6)$$

整理以上公式,得到 DE 系统的动力学控制微分方程:

$$\ddot{\lambda} - \frac{3}{2} \frac{1}{\lambda + c_1 \lambda^4} \dot{\lambda}^2 + \frac{c_2}{(1 + c_1 \lambda^3)} \left[\mu^A(T) (\lambda^4 - \lambda) + \mu^B(T) (-\xi \lambda + \lambda^4 \xi^{-2}) + \varepsilon E^2 - \frac{\lambda}{2} \varepsilon_0 \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial \lambda} E^2 \right] = 0 \quad (7)$$

在粘弹性流变模型中,弹簧的应力和粘壶的应力是相等的,即 $\frac{-\partial W}{\partial \xi} = \eta \frac{d\xi}{dt}$, 其中,粘弹性方程为^[11]:

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{\mu^B}{\eta} (\lambda^2 \xi^{-3} - \lambda^{-1}) \quad (8)$$

其中: η 是 DE 材料的粘度, $\frac{\eta}{\mu^B} = \tau(T)$ 是 DE 材料的松弛时间^[13]。

公式(7)和(8)构成了考虑粘弹性后 DE 致动器在不同温度环境下的动力学方程。下面将在该方程的基础上采用数值模拟方法研究 DE 材料致动器在正弦激励

电压 $E = \frac{\Phi(t)}{(2H)} = E_0 \sin(2\pi ft)$ 下的动态性能。

根据前面的研究结果,令 $E_0 = 18.5 \times 10^3 \text{ kV/m}$, 此时 DE 不会发生瞬时的力电失稳。在时间 $t = 0$ 时刻, DE 致动器运动的初始值分别为: $\lambda(0) = \xi(0) = 1$ 和 $\dot{\lambda}(0) = 0$ 。在下面的数值模拟中,参数设置为: $H = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}$, $L = 5.0 \times 10^{-3} \text{ m}$, $\rho = 1.2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。

2 温度对 DE 致动器动态性能的影响

温度不仅影响 DE 的介电常数和弹性模量,而且对 DE 的粘弹性松弛时间有很大的影响,因而必然会对 DE 致动器的动态性能产生一定的影响。

图 3 为不同温度下 DE 平面致动器的幅频响应曲线。由图可见,在 $T = 295 \text{ K}$ 下, DE 致动器的共振频率为 405 Hz, 此时的最大振幅为 1.417; 在 $T = 305 \text{ K}$ 时, DE 致动器在 358 Hz 时共振, 其最大振幅为 1.528; 温度升高到 315 K 的时候, DE 致动器在 314 Hz 下具有最大的振幅值 1.618。也就是说,随着温度升高, DE 致动器的共振频率下降, 而最大振幅却在上升, 这是因为温度升高使 DE 材料的弹性模量减小的缘故。

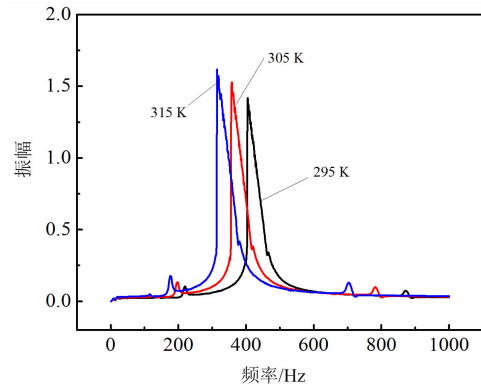


图 3 不同温度下 DE 材料的幅频响应曲线

图 4 为三种温度 295 K、305 K 和 315 K 下, DE 致动器的总的应变比 λ (图 4 中(a)、(c)、(e)) 和非弹性变形 ξ (图 4 中(b)、(d)、(f)) 随时间的变化关系, 其中电场激励频率 $f = 330 \text{ Hz}$ 。在 330 Hz 下, 当温度从 295 K 升高到 315 K 的时候, DE 致动器的振动越来越剧烈, 振幅越来越大, 表现出周期性的振动特性; 由于 DE 材料的松弛时间在几十秒的数量级, 比电场变化周期大很多, 因而此时的粘弹性松弛影响比较小, 如图 4 (b)、图 4 (d) 和图 4 (f) 所示。

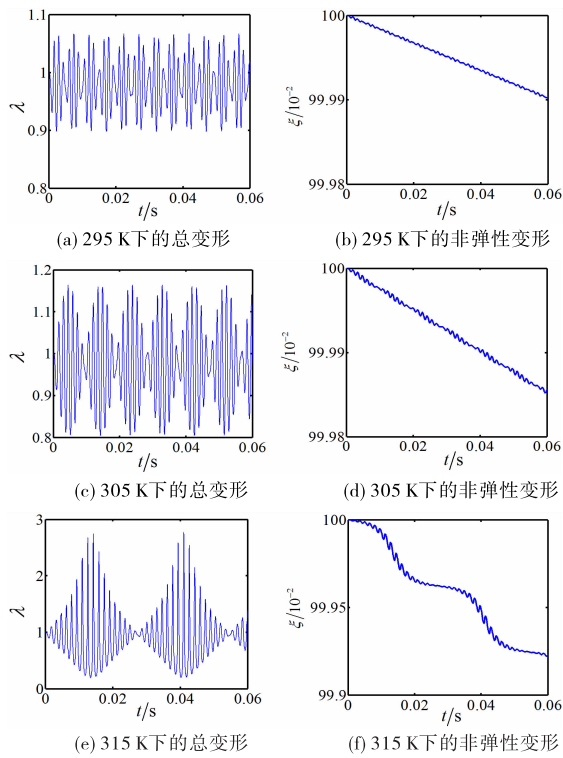


图 4 三种温度下 DE 致动器的总的变形和非弹性变形 (330 Hz)

图 5 为 295 K、305 K 和 315 K 温度下粘弹性 DE 材

料的相平面图(图 5(a) ~ 图 5(c))和庞加莱映射图(图 5(d) ~ 图 5(f))。可以清晰地看出,激励频率 $f = 330 \text{ Hz}$ 时,三种温度下的相位图均形成了封闭的曲线,同时,对应温度下的庞加莱映射图中的点集都有规律地分布在一条封闭环曲线上,代表着它们的运动是拟周期运动^[14]。

3 结束语

在欧拉 - 拉格朗日方程的基础上,研究了温度对 DE 系统非线性动态性能的影响,包括:幅频曲线、变形响应曲线和庞加莱映射图。温度升高后,系统的共振频率减小,最大振幅会增加。在 295 K、305 K 和 315 K 温度下,DE 在共振频率附近的振动都是稳定的,同时温度升高后,滞后会越来越明显,此时具有比较明显的能量损耗产生。

在 DE 动力学运动控制方程中引入了粘弹性的影响,并考虑了温度对介电性能和力学性能的影响,借助建立的粘弹性运动控制方程,可以合理地 DE 进行结构设计,有效地控制其振动变形、抑制其失效现象发生。因此,研究成果具有重要的实际应用价值。

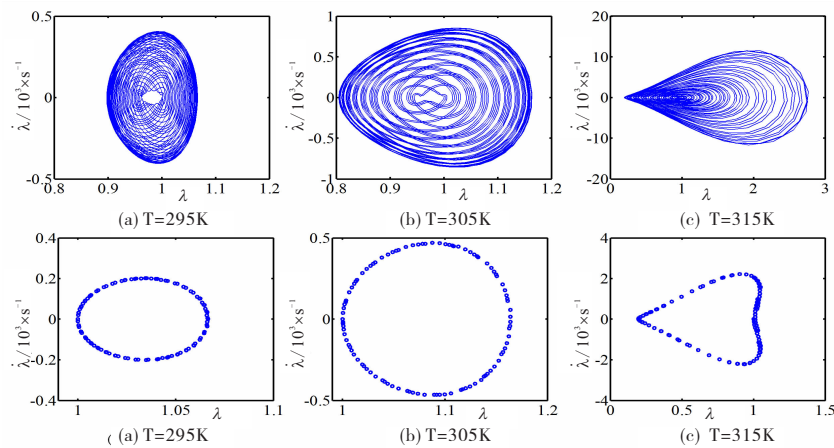


图 5 不同温度下粘弹性 DE 材料的相平面图和 Poincaré 映射图 (330 Hz)

参考文献:

[1] PELRINE R, KORNBLUH R, PEI Q, et al. High-speed electrically actuated elastomers with strain greater than 100% [J]. Science, 2000, 287(5454): 836-839.
 [2] CARPI F, ROSSI D D, KORNBLUH R, et al. Dielectric elastomers as electromechanical transducers [M]. Amsterdam: Elsevier, 2008.
 [3] BROCHU P, PEI Q. Advances in dielectric elastomers

for actuators and artificial muscle [J]. Macromolecular Rapid Communications, 2010, 31(1): 10-36.
 [4] ZHU J, CAI S, SUO Z. Nonlinear oscillation of a dielectric elastomer balloon [J]. Polymer International, 2010, 59(3): 378-383.
 [5] YONG H, HE X, ZHOU Y. Dynamics of a thick-walled dielectric elastomer spherical shell [J]. International Journal of Engineering Science, 2011, 49(8): 792-800.

- [6] LI T, QU S, YANG W. Electromechanical and dynamic analyses of tunable dielectric elastomer resonator[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2012, 49(26): 3754-3761.
- [7] SOARES R M, GONCALVES P B. Nonlinear vibrations and instabilities of a stretched hyperelastic annular membrane[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2012, 49(3-4): 514-526.
- [8] XU B X, MUELLER R, KLASSEN M, et al. Dynamic analysis of dielectric elastomer actuators[J]. *Applied Physics Letters*, 2012, 11(1): 935-938.
- [9] SUO Z G. Theory of dielectric elastomer[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2010, 23(6): 549-578.
- [10] ZHAO X H, KOH S J A, SUO Z G. Nonequilibrium thermodynamics of dielectric elastomer[J]. *International Journal of Applied Mechanics*, 2011, 3(2): 203-217.
- [11] FOO C C, CAI S, KOH S, et al. Model of dissipative dielectric elastomers[J]. *Journal of Applied Physics*, 2012, 111(3): 034102-034114.
- [12] VU-CONG T, JEAN-MISTRAL C, SYLVESTRE A. New operating limits for applications with electroactive elastomer: Effect of the drift of the dielectric permittivity and the electrical breakdown [C]// *Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering, Electroactive Polymer Actuators and Devices (EAPAD) 2013*, San Diego, California, USA, March 10-12, 2013: 793-806.
- [13] SHENG J, CHEN H, LI B, et al. Nonlinear dynamic characteristics of a dielectric elastomer membrane undergoing in-plane deformation[J]. *Smart Materials & Structures*, 2014, 23(4): 494-501.
- [14] 闻邦椿, 李以农, 徐培民. 工程非线性振动[M]. 北京: 科学出版社, 2007.

Effect of Temperature on the Dynamic Performance of a Dielectric Elastomer Actuator

SHENG Junjie¹, ZHANG Yuqing¹, LI Shuyong¹, CHEN Hualing^{2,3}

(1. Institute of Systems Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China;

2. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

3. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an 710049, China)

Abstract: Dielectric elastomers (DEs) have strong viscoelasticity. Because of their viscoelasticity, DEs are able to produce a large time dependent electromechanical deformation. In the current study, the Euler-Lagrange equation is used to characterize the influence of temperature on the dynamic electromechanical deformation by taking into account temperature dependent permittivity and elastic modulus of DE. Then, the numerical results are present to investigate the time-dependent dynamic performance, phase diagram, and Poincare' map associated with the viscoelastic dissipative process. The dynamic response has strong temperature and frequency dependencies, which may guide the design of high-performance DE Actuator and the control of its dynamic deformation.

Key words: dielectric elastomer; dynamic performance; temperature