

# 无铰抛物线拱非线性稳定分析

申成岳<sup>1</sup>, 黄斌<sup>2</sup>

(1. 长安大学公路学院, 西安 710064; 2. 中交二航局第六工程分公司, 武汉 430014)

**摘要:**基于有限元程序 ANSYS 10.0, 在考虑几何非线性和材料非线性的情况下, 对无铰抛物线拱进行了弹塑性全过程的屈曲分析。将拱结构初始缺陷和矢跨比作为主要影响因素, 分析其对无铰抛物线拱失稳极限承载力的影响。计算结果表明: 无铰抛物线拱初始缺陷越大, 失稳极限承载力越小; 随着矢跨比的增大, 无铰抛物线拱失稳极限承载力先增大后减小, 存在一个理论上的最优矢跨比。

**关键词:**无铰抛物线拱; 几何非线性; 材料非线性; 屈曲分析; 失稳极限承载力

**中图分类号:**U441

**文献标志码:**A

## 引言

当结构所受荷载达到某一特定的极限值时, 该结构体系会突然发生大的变形, 这种现象称为屈曲, 或称丧失稳定<sup>[1]</sup>。因此, 当拱结构所支承的荷载达到一定的临界值时, 整个拱结构就会失去平衡的稳定性, 或者在拱的平面内发生纯弯屈曲, 或者倾出于平面之外发生弯扭侧倾。对于拱结构, 如果拱轴线和压力线是吻合的, 则在结构失稳前拱结构是处于受压状态的, 但是由于施工预拱度的设置、施工偏差导致的初变形、非对称加载等因素, 拱结构在运营阶段通常处于压弯状态, 使得其失稳形态大部分属于极值点失稳。求解这类稳定问题的极限荷载, 应考虑拱的变形影响和材料弹塑性影响, 按几何非线性和材料非线性理论求得拱的失稳极限荷载<sup>[2]</sup>。

童根树等<sup>[3]</sup>建立了可适用于弹塑性阶段分析的工字型截面圆弧曲梁非线性分析基本理论。窦超等<sup>[4]</sup>采用经典平衡理论推导双轴对称纯压、纯弯圆弧拱的平面外弯扭屈曲方程, 给出了两铰圆弧拱的平面外屈曲荷载解析解。易壮鹏等<sup>[5]</sup>对弹性支撑圆弧拱考虑几何缺陷的面内屈曲特性进行了研究。结果表明: 几何缺陷对屈

曲路径有一定的影响, 而弹性支承刚度对跳跃屈曲的路径和临界值均有显著影响。乔彩虹等<sup>[6]</sup>对圆管截面两铰圆弧纯压拱的平面外稳定性及设计方法进行了研究, 提出了以面外屈曲荷载对应的正则化长细比为参数进行面外稳定性设计。虽然拱结构的非线性屈曲分析理论已经相对完善, 但是某些影响因素对拱结构失稳极限荷载的降低程度仍缺少研究。

本文在已有研究成果的基础上, 利用有限元程序 ANSYS10.0 对拱结构进行考虑几何非线性和材料非线性的非线性屈曲分析, 考察初始缺陷和矢跨比对无铰抛物线拱失稳极限承载力的影响。

## 1 有限元模型

如图 1 所示的无铰抛物线拱, 计算跨径  $L = 40 \text{ m}$ , 计算矢高  $f = 8 \text{ m}$ , 拱轴线方程为  $y = -x^2/50 + 8$ 。主拱横截面为箱形, 截面宽 600 mm, 高 400 mm, 顶底板厚 16 mm, 腹板厚 10 mm, 拱跨结构承受自重及集中荷载作用。主拱材料采用 Q235 钢, 弹性模量  $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$ , 泊松比  $\nu = 0.3$ 。考虑材料非线性时, 采用双线性随动强化模型, 该模型采用 Mises 屈服准则和随动强化准则, 以两条直线段描述材料的应力 - 应变关系。

收稿日期:2013-12-15

基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金资助(CHD2009JC166)

作者简介:申成岳(1985-),男,河南延津人,硕士生,主要从事桥梁结构分析理论方面的研究,(E-mail)shenchy063@163.com

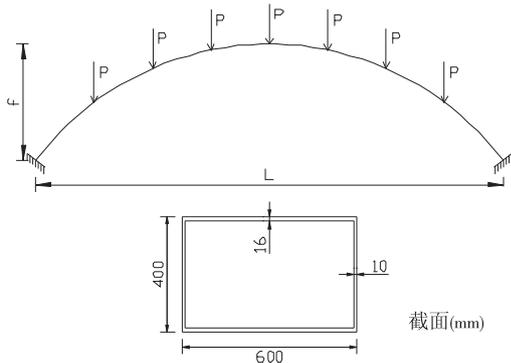


图1 无铰抛物线拱结构示意图

Q235 钢的屈服强度  $f_y = 235$  MPa, 屈服点以后的切线模量  $E' = 7.9 \times 10^2$  MPa。利用 ANSYS 10.0 对该拱分别进行是否考虑材料非线性和几何非线性的特征值屈曲分析、非线性屈曲分析, 文中所述屈曲均指无铰抛物线拱结构的整体屈曲而不考虑局部屈曲。

ANSYS 单元库中提供了丰富的单元类型, 可根据分析目的的不同进行适当的选择。拱结构属于细长、中等细长的结构类型, 且拱结构的截面类型属于非标准梁截面, 通常需要自定义梁截面, 所以选用梁单元 Beam 188 或 Beam 189 单元模拟比较合适。但是 Beam 188 单元为两节点单元, 初始几何为直线, 而 Beam 189 单元为三节点单元考虑了梁的初始曲率, 所以拱结构选用 Beam 189 单元模拟更为合适。

## 2 特征值屈曲分析

屈曲分析的目的是确定结构从稳定的平衡状态变为不稳定的平衡状态的临界荷载。理想结构数学处理上是求解特征值问题, 故又称为特征值屈曲分析。特征值屈曲分析用来预测一个理想线性结构的理论屈曲强度, 优点是无须进行复杂的非线性分析, 即可获得结构的临界荷载和屈曲形状, 并可为非线性屈曲分析提供可供参考的荷载值<sup>[7]</sup>。

屈曲分析的特征值方程为:

$$([K_E] + \lambda_i [K_G]) \{\varphi_i\} = 0 \quad (1)$$

式中:  $\lambda_i$  为第  $i$  阶特征值;  $\{\varphi_i\}$  为与  $\lambda_i$  对应的特征向量, 是响应该阶段屈曲荷载时结构的变形形状, 即屈曲模态或失稳模态。

特征值屈曲分析时, 需要求解的是恒载作用下活载的屈曲荷载, 即在求解时不对恒载应力刚度进行缩放, 而只对活载应力刚度进行缩放。计算时需要通过不断修改外荷载的数值, 直到屈曲荷载系数为 1, 且一阶和二阶模态应分别调整外荷载, 分别使得屈曲荷载系数为 1。

ANSYS 里提供了专门的特征值屈曲分析类型, 但是需要注意以下 3 点:

(1) 仅考虑线性行为, 即使定义了非线性单元 ANSYS 程序也将按线性单元处理。

(2) 必须定义材料的弹性模量, 材料性质可为线性、各向同性或各向异性, 其数值可以为常值, 也可与温度相关。

(3) 特征值屈曲分析前应有静力解, 且必须激活预应力效应。因为预应力效应激活后生成和保存的几何刚度矩阵是进行特征值屈曲分析所必须的。激活预应力效应可以通过将 pstres 设为 on 实现。

通过以下命令即可进行特征值屈曲分析:

```
/solu
antype, buckle      ! 定义分析类型
bucopt, lanb, 5     ! 定义求解控制选项
mxpand, 5           ! 定义模态扩展数目
solve
```

经特征值屈曲分析计算, 模型拱的一阶屈曲模态为面外失稳, 外荷载的屈曲荷载为 753 350 N; 二阶屈曲模态为面内反对称失稳, 外荷载的屈曲荷载为 1 313 650 N。

## 3 非线性屈曲分析

非线性屈曲分析采用逐渐增加荷载的非线性静态分析, 搜索结构开始变得不稳定时的荷载水平。使用非线性屈曲分析, 可以分析包括初始缺陷、塑性行为、接触、大变形响应及其它非线性行为。非线性屈曲分析的收敛准则有荷载控制、位移控制和弧长法三种, 跟踪非线性平衡路线的应用较多, 效果较好的方法是弧长法, 本文选择位移弧长法作为非线性收敛准则。需要注意的是, 非线性屈曲分析时如果不引入缺陷, 则结构对称荷载对称, 不能得到正确的极限荷载。

图 2 为一般的非线性荷载位移曲线, 显示了理想荷载路径、有缺陷结构荷载高路径和实际动态响应之间的关系。

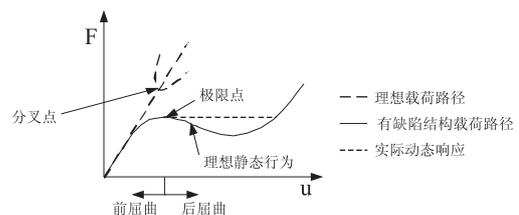


图2 非线性荷载位移曲线

### 3.1 不同初始缺陷的影响

考虑初始几何缺陷时, 采用无铰抛物线拱特征值一

阶屈曲模态形状的不同百分比作为扰动位移,峰值大小分别取  $L/4000$ 、 $L/1000$  和  $L/500$ ,研究不同初始缺陷程度下无铰抛物线拱失稳极限荷载的变化。

不同大小初始缺陷下的荷载位移曲线如图 3 所示。当施加缺陷的峰值为  $L/4000$  时,即轴线偏位为 0.01 m,通过非线性屈曲分析得到其极限荷载  $P_{cp} = 683\ 560$  N;同理,当初始缺陷峰值为  $L/1000$  时,通过非线性屈曲分析得到其极限荷载  $P_{cp} = 599\ 529$  N;当初始缺陷的峰值为  $L/500$  时,即轴线偏位为 0.08 m,通过非线性屈曲分析得到其极限荷载  $P_{cp} = 523\ 146$  N。显然随着初始缺陷的增大,无铰抛物线拱的失稳极限荷载明显降低。

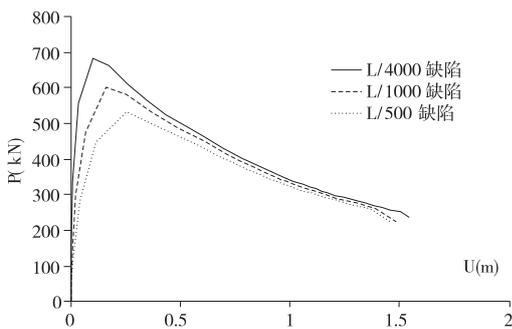


图 3 不同初始缺陷荷载位移曲线图

不同情况下无铰抛物线拱的失稳极限承载力见表 1。从表 1 可以看出,当施加的初始缺陷峰值为  $L/4000$  时,非线性屈曲分析得到的失稳极限承载力相对于特征值屈曲分析减小 9.3%,而当施加的初始缺陷峰值达到  $L/500$  时,其失稳极限承载力相对于特征值屈曲分析减小 30.6%。所以对于大跨无铰抛物线拱,应该严格控制初始缺陷,否则失稳极限承载力会有明显的下降。

表 1 极限承载力分析表(单位:N)

分析类型	极限承载力	$1 - P_{cp}/P_{cr}$ (%)
特征值屈曲分析 ( $P_{cr}$ )	753350	-
非线性屈曲分析 ( $P_{cp}$ )	$L/4000$ 缺陷	683560 9.3
	$L/1000$ 缺陷	599529 20.4
	$L/500$ 缺陷	523146 30.6

### 3.2 不同矢跨比的影响

研究不同矢跨比对无铰抛物线拱的失稳极限承载力的影响时,固定计算跨径  $L$  不变,通过改变矢高来改变矢跨比,初始缺陷峰值为  $L/4000$ 。这里选择四组矢高分别为 14 m、12 m、10 m、8 m 和 6 m,即矢跨比分别为 0.35、0.3、0.25、0.2 和 0.15 进行非线性屈曲分析。

不同矢跨比下的荷载位移曲线如图 4 所示,从图 4 可以得出以下结论:

(1)随着矢跨比的增加,无铰抛物线拱的极限承载力先增大后减小,当矢跨比  $f/L = 0.25$  时,失稳极限承

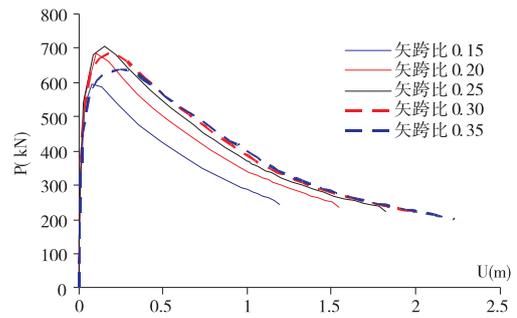


图 4 不同矢跨比荷载位移曲线图

载力达到最大值,  $P_{cp} = 704\ 986$  N。

(2)当进行非线性屈曲分析时,无铰抛物线拱结构存在一个理论上的最优矢跨比。

以上只是研究了算例的 5 个不同矢跨比对极限承载力变化的影响,0.25 只是这 5 个矢跨比中的最优值。如果要得到无铰抛物线拱结构准确的最优矢跨比,应当根据具体结构形式和尺寸建模,以矢跨比为变量采用二分法来寻找最优矢跨比。

不同矢跨比下无铰抛物线拱的失稳极限承载力如图 5 所示,当矢跨比为 0.15 时,非线性屈曲分析得到的失稳极限承载力相对于特征值屈曲分析减小 13.8%,而当矢跨比为 0.35 时,非线性屈曲分析得到的失稳极限承载力相对于特征值屈曲分析减小 1.8%。从图 5 可以看出,在计算跨径不变且初始缺陷峰值为  $L/4000$  时,随着矢跨比的增大,材料非线性和几何非线性因素对失稳极限承载力的影响越来越小,非线性屈曲得到的失稳极限承载力先增大后减小。

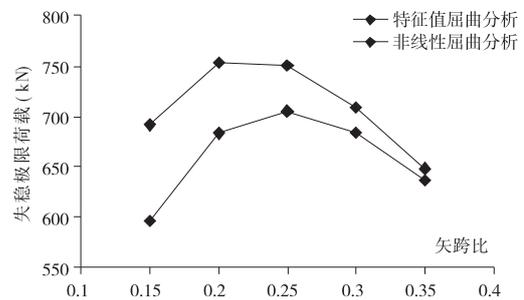


图 5 不同矢跨比对极限承载力的影响关系曲线

## 4 结论

本文基于无铰抛物线拱的特征值屈曲分析和非线性屈曲分析,研究了初始缺陷和矢跨比对无铰抛物线拱的失稳极限承载力的影响。研究表明:

(1)对于无铰抛物线拱,考虑材料非线性和几何非线性后,其失稳极限承载力明显降低。如果只对无铰抛物线拱桥进行特征值屈曲分析,那么得到的失稳极限承

载力将偏大,即拱结构偏不安全,所以应对其进行同时考虑材料非线性和几何非线性的非线性屈曲分析,以得到拱结构准确的失稳极限承载力。

(2)对于无铰抛物线拱,非线性屈曲分析时引入的初始缺陷越大,其失稳极限承载力越小。

(3)在初始缺陷相同的情况下,无铰抛物线拱的矢跨比越大,材料非线性和几何非线性因素对失稳极限承载力的影响越来越小。

(4)随着矢跨比的增大,无铰抛物线拱的失稳极限荷载呈先增大后减小趋势。所以,无铰抛物线拱桥在设计时应通过非线性屈曲分析找到最优矢跨比,以增大其失稳极限荷载。

以上研究成果对于工程实际的指导意义在于:工程设计阶段应通过合理的数值分析寻找拱结构的最优矢跨比,进行结构的优化设计;工程施工阶段应严格执行相关施工技术规范,控制轴线偏位、拱肋标高等可能引入初始缺陷的因素,以提高结构的失稳极限承载力。

#### 参考文献:

- [1] 陈骥. 钢结构稳定理论与设计[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [2] 李国豪. 桥梁结构稳定与振动[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2003.
- [3] 童根树, 许强. 工字型截面圆弧曲梁的非线性理论[J]. 土木工程学报, 2004, 37(4): 1-7.
- [4] 窦超, 郭彦林. 圆弧拱平面外弹性弯扭屈曲临界荷载分析[J]. 工程力学, 2012, 29(3): 83-89.
- [5] 易壮鹏, 王连华, 涂光亚, 等. 弹性支撑圆弧拱考虑几何缺陷的面内屈曲特性[J]. 长沙理工大学学报: 自然科学版, 2011, 8(3): 44-49.
- [6] 乔彩虹, 郭彦林, 曹玉生. 圆管截面两铰圆弧纯压拱的平面外稳定性及设计方法[J]. 工业建筑, 2009, 39(12): 90-94.
- [7] 李雪, 李宏男, 黄连壮. 高压输电线路覆冰倒塔非线性屈曲分析[J]. 振动与冲击, 2009, 28(5): 111-114.

## Nonlinear Stability Analysis of Hingeless Parabolic Arch

*SHEN Chengyue, HUANG Bin*

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, China; 2. Six Department of the Second Harbor Engineering Company, Wuhan 430014, China)

**Abstract:** Based on the finite element program ANSYS 10.0, considering the factors of geometrical nonlinearity and material nonlinearity, the whole elastic-plastic buckling process of hingeless parabolic arch were analyzed. The influence of the initial defects and rise-span ratio of arch structure, which are major factors on ultimate bearing capacity were analyzed. The calculation results showed that the greater the initial defects were, the smaller the ultimate bearing capacity will be; With the increase of rise-span ratio, the limit bearing capacity of hingeless parabolic arch buckling first increased then decreased, with an optimal rise-span ratio in theroy.

**Key words:** hingeless parabolic arch; geometrical nonlinearity; material nonlinearity; buckling analysis; ultimate bearing capacity of instability