第 28 卷第 5 期 四川理工学院学报(自然科学版) Vol. 28 No. 5
2015 年 10 月 Journal of Sichuan University of Science & Engineering(Natural Science Edition) Otc. 2015
文章编号:1673-1549(2015)05-0051-06 DOI:10.11863/j.suse.2015.05.10

基于模式识别的 Lebesgue 积分在 PVS 中的形式化证明与分析

张少芳, 李冀东

(石家庄邮电职业技术学院, 石家庄 050021)

摘　要:针对传统模型验证方法存在效率低和模型较为复杂的缺点,将 Lebesgue 积分的运算特征引入模型验证和测试,提出一种基于 Lebesgue 积分的形式化验证和测试方法。通过不等式计算、闭区间子集可积分性、多重分部、线性运算、Cauchy 可积分准则以及极限定理等方面的形式化,实现 Lebesgue 积分的运算特征在 PVS(Prototype Verification System)定理证明器中的形式化。以标准反相积分器为应用模型验证数学理论和公式推导的正确性,通过数理分析验证 Lebesgue 积分形式化定理库在计算机信息安全领域应用的正确性。测试结果证明了 Lebesgue 积分在 PVS 中进行形式化的可行性和有效性。

关键词:Lebesgue 积分; PVS;形式化;反相积分器

中图分类号:TP391　　**文献标志码**:A

引　言

智能设备的控制系统是影响社会健康持续发展以及广大人民群众切身利益的大问题,科学合理的验证和测试是关键。传统的验证方法涉及到仿真,但测试用例结构存在着非常明显的不足,因此,研发形式化验证和测试方法可以很大程度上克服该不足。一方面按照数理原理和相应的标准验证设计原理是否可行、是否完整。另一方面,测试功能设计的正确性,整个测试环节涉及等价性的测试、定理的证明和系统模型的测验。对于逻辑标准和数理原理在定理证明中能够获得最理想体现。当前,业界应用最为广泛的定理证明系统主要有 HOL4、PVS 等[1-5]。

Lebesgue 积分是将给定的函数按函数值的区域进行划分,然后作和、求极限,从而产生积分概念。其应用非常广泛,主要用于数理推论方面:如应用于数学方面的物体面体积推算,物理领域的压强、功率推算,经济领域中博弈论函数推算及电路学等方面。

1　研究进展

实时模拟等人工智能系统常利用 Lebesgue、Newton、Riemann 和 Gauge 等积分方法[5-7]。每一个积分方法的基本原理均存在一定的差异,如 Riemann 积分,它具有“狭义”和“广义”之分,而 Gauge 积分主要是以 Riemann 积分方法为基础而形成的,但分析性能和测度机制性能都超越 Riemann 积分方法。本文使用的 Lebesgue 积分方法与 Riemann 积分方法相比较,其更具一般特性,尽管其定义非常繁琐,然而却可以在 $[a,b]$ 范围内非常详尽的分析代数。

迄今为止,已经存在大量的定理证明系统,用来对各种积分方法进行验证与测试,同时还得出其定理理论库[8-9]。理论领域的相关学者对积分形式化展开了一系列的研究[10-11],取得了大量的理论成果。许多学者在研究过程中对常用积分进行了形式化验证,但是在具体的验证阶段推演函数的步骤太繁琐,难以把握,同时没有对 Lebesgue 积分进行形式化的验证与测试。本文将在

收稿日期:2015-07-17

作者简介:张少芳(1982-),男,河北宁晋人,讲师,硕士,主要从事网络安全与管理、网络集成技术方面的研究,(E-mail)2209812597@qq.com

PVS 中细致深入地对其实施形式化验证,在此基础上,构造相应的定理理论库。

2 Lebesgue 积分形式化过程

对于 Lebesgue 积分,其属于 $[a,b]$ 对广义 Riemann 积分的一次扩展,能够非常准确地对其微积分理论机制进行描述,对所有的满足

$$\int_a^b f'(x)\ \mathrm{d}x = f(b) - f(a) \tag{1}$$

但是,对多余微积分定义形式,却不符合上述条件。

范围内已知的分割点,具体界定为:

$$a = u_0 < u_1 < \cdots < u_n = b, t_i \in [u_{i-1}, u_i] \tag{2}$$

正值函数:为标尺测量度,如果有,在这种情况下,偏于精细化。对于范围内,能够利用广义 Riemann 积分对其进行描述:

$$\sum_p f = \sum_{i=1}^{n} (u_i - u_{i-1}) f(t_i) \tag{3}$$

设 f: $[a,b] \to R$, 一实数 I, 设对于 $\forall \varepsilon(\varepsilon > 0)$, 且具有一个特定的 δ, 使 $\forall \delta$ 对 P 满足条件:

$$\left| \sum_p f - I \right| < \varepsilon(\varepsilon > 0) \tag{4}$$

则 f 在 $[a,b]$ 范围内有 Lebesgue 可积分性。

PVS 定理证明系统中已对 Lebesgue 积分进行了形式化定义:

$$\int_a^b f(x)\ \mathrm{d}x = k \tag{5}$$

这里,形式化结果具体可以通过 $D\mathrm{int}(a,b)fk$ 进行描述,就是 f 在 $[a,b]$ 范围内的积分为 k。

$D\mathrm{int}(a,b)fk = \forall e. 0 < e = \Rightarrow$

$\exists glebesgue(\lambda xa <= x \wedge x <= b) g \wedge$

$\forall Dp.\ tdiv(a,b)(D,p) \wedge fineg(D,p) = \Rightarrow$

$abs(rsum(D,p)f - k) < e : thm$

因此,

$division(a,b)D \Leftrightarrow (D_0 = a) \wedge \exists N. (\forall n, n < N = \Rightarrow D$

$n < D(SUCn) \wedge \forall n, n >= N ==> (D_n = b)$

是 $division(a,b)D$ 为 $[a,b]$ 范围内的分割点。

$tdiv(a,b)(D,p) \Leftrightarrow division(a,b)D \wedge \forall n, D_n <= p$

$n \wedge p_n <= D(SUCn)$

是在邻近两个分割点间能够得到 p_n 中的 1 个数值。

$dsizeD = @N. (\forall n, n < N ==> D_n < D(SUCn)) \wedge$

$\forall n, n >= N ==> (D_n = D_N)$

是 D 能够把 $[a,b]$ 分为 N 部分。

Lebesgue 和 fine 具体为: g -标尺测量度,属于一个 E 之内,那么其形式化过程:

$|- \forall Eg.\ LebesgueEg \Leftrightarrow \forall x, Ex ==> 0 < gx$

$|- \forall gDp, fineg(D,p) \Leftrightarrow \forall n, n < dsizeD ==> D$

$(SUCn) - Dn < g(pn)$

说明 1 假定函数在指定区间内具有可积分性,那么

$\mathrm{integrable} = |- \forall abf.\ \mathrm{integrable}(a,b)f \Leftrightarrow$

$\exists i, D\mathrm{int}(a,b)fi$

说明 2 可知积分数值。

在这种情况下, $\int_a^b f(x)\ dx$ 在闭区间 $[a,b]$ 范围内成立,于是

$\mathrm{integrable} = |- \forall abf.\ \mathrm{integrable}(a,b)f =$

$$@i, Dint(a,b)fi \left| \sum_{i=1}^{n} f(\varepsilon_i)\Delta X_i - \int_a^b f(x)\ dx \right| < e \tag{6}$$

推理 1 (integrable_Dint)

$|- \forall fab, \mathrm{integrable}(a,b)f ==>$

$Dint(a,b)f(\mathrm{integrable}(a,b)f)|$

推理 2 (Dint_integrable)

$|- \forall fab, a <= b \wedge Dint(a,b)fi ==>$

$\mathrm{integrable}(a,b)f = i)|$

PVS 中的形式化过程见表 1。

表 1 Lebesgue 积分运算特征

Lebesgue 积分运算特征	PVS 形式化
对常数的积分 $\int_a^b c\mathrm{d}x = c*(b-a)$	$\forall a,b,c.\ \mathrm{Dint}(a,b)(\lambda x,c)(c*(b-a))$
对 0 的积分等于 $0\int_a^b 0\mathrm{d}x = 0$	$\forall a,b,c.\ \mathrm{Dint}(a,b)(\lambda x,0)0$
$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = i \Rightarrow \int_a^b (-f(x))\mathrm{d}x = -i$	$\forall f,a,b,i.\ \mathrm{Dint}(a,b)fi = \Rightarrow Dint(a,b)(\lambda x - fx)(-i)$
$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = i \Rightarrow \int_a^b c*f(x)\mathrm{d}x = c*i$	$\forall f,a,b,i.\ \mathrm{Dint}(a,b)fi = \Rightarrow Dint(a,b)(\lambda x, c*fx)(c*i)$
$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = i \wedge \int_a^b g(x)\ \mathrm{d}x = j \Rightarrow \int_a^b (f(x) + g(x))\mathrm{d}x = i + j$	$\forall f,g,a,b,i,j.\ \mathrm{Dint}(a,b)fi \wedge Dint(a,b)gi = \Rightarrow Dint(a,b)(\lambda x, fx + gx)(i+j)$
$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = i \wedge \int_a^b g(x)\ \mathrm{d}x = j \Rightarrow \int_a^b (f(x) - g(x))\mathrm{d}x = i - j$	$\forall f,g,a,b,i,j.\ \mathrm{Dint}(a,b)fi \wedge Dint(a,b)gi = \Rightarrow Dint(a,b)(\lambda x, fx - gx)(i-j)$

$\int_a^b f(x)\,dx = i \wedge \int_a^b g(x)\,dx = j \Rightarrow \int_a^b (m*f(x) + n*g(x))\,dx = m*i = n*j$	$\forall f,g,a,b,i,j.\ Dint(a,b)fi \wedge Dint(a,b)gi = \Rightarrow Dint(a,b)(\lambda x,m*fx + n*gx)(m*i - n*j)$
$\forall x \in [a,b]$ 且 $f(x)$,$g(x)$ 在$[a,b]$上均可积分,若$f(x) \leqslant g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x)\,dx \leqslant \int_a^b g(x)\,dx$	$\forall f,g,a,b,i,j.\ a < b \wedge$ int $ergrable(a,b)f \wedge$ int $ergrable(a,b)g \wedge (\forall x,a < = x \wedge x < = b = \Rightarrow fx < = gx) = \Rightarrow$int $egrable(a,b)f < =$ int $egrable(a,b)g$
$\left\lvert \int_a^b f(x)\,dx \right\rvert \leqslant \int_a^b \lvert f(x) \rvert dx$	$\forall f,g,a,b,i,j.\ a < = b \wedge Dint(a,b)fi \wedge Dint(a,b)(\lambda x,abs(fx))j = \Rightarrow absi < = j$
$\forall x \in [a,b]$ 有$f(x) = g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b g(x)\,dx$	$\forall f,g,a,b,i,j.\ a < = b \wedge Dint(a,b)fi \wedge Dint(a,b)gj \wedge (\forall x,a < = x \wedge x < = b = \Rightarrow (fx = gx)) = \Rightarrow (i = j)$
多重分步积分法:若$f(x)$,$g(x)$为$[a,b]$上的连续可微函数,则有定积分多重分步积分公式 $\int_a^b f(x)g'(x)dx = f(a)*g(a) - f(b)*g(b) - \int_a^b f'(x)g(x)\,dx$	$\forall f,g,f',g',a,b.\ a < = b \wedge (\forall x,a < = x \wedge x < = b = \Rightarrow (fdifflf')x) \wedge (\forall x,a < = x \wedge x < = b = \Rightarrow (gdifflg'x)x) = \Rightarrow Dint(a,b)(\lambda x,f'x*gx + fx*g'x)(fb*gb - fa*ga)$

对 Lebesgue 积分的积分区间可加性可由 3 个特征进行描述。

特征 1　f 在范围 $[a,c]$ 之内有可积分性, $\forall b \in [a,c]$ 情况下,那么 f 在 $[a,b]$ 和 $[b,c]$ 范围内都有可积分性,还有

$$\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx \tag{7}$$

其特征形式化:

$DINT\_COMBINE = \mid - \forall fabcij,a < = b \wedge b < = c \wedge$

$Dint(a,b)fi \wedge Dint(b,c)fj = = >$

$Dint(a,c)f(i + j) \mid$

分裂定理的证明是一个非常繁琐的过程,一方面需要演算一系列相关的推论与定理,另一方面应有许多验证法方可实现。

要对某一分裂定理中的特征进行证明,需要取其前提条件,如 $a < = b \wedge b < = c$,当 a,b,c 中有 2 个相同,证明步骤相对容易实现。若 $a < b \wedge b < c$,且 b 是闭区间 $[a,c]$ 范围内的中介点,那么需要按照本文阐明的一系列定理和描述对 b 实施精细化验证,引理名称和 PVS 表达式见表 2。

表 2　区间分割特征分析

引理名称	PVS 表述式
$DIVISION\_LE\_SUC$	$\forall d,a,b.\ division(a,b)d = \Rightarrow \forall n,d,n < = d(SUCn)$
$DIVISION\_MONO\_LE$	$\forall d,a,b.\ division(a,b)d = \Rightarrow \forall m,n,m < = n = \Rightarrow dm < = dn$
$DIVISION\_MONO\_LE\_SUC$	$\forall d,a,b.\ division(a,b)d = \Rightarrow \forall n,d,n < = d(SUCn)$
$DIVISION\_INTERMEDIATE$	$\forall d,a,c.\ division(a,b)d \wedge a < = c \wedge c < = b = \Rightarrow \exists n,n < = dsized \wedge dn < = c \wedge c < = \mathrm{d}(SUCn)$
$DIVISION\_DSIZE\_LE$	$\forall a,b,d,n.\ division(a,b)d \wedge (\mathrm{d}(SUCn)) = \mathrm{dn} = \Rightarrow dsized < = n$
$DIVISION\_DSIZE\_GE$	$\forall a,b,d,n.\ division(a,b)d \wedge \mathrm{dn} < \mathrm{d}(SUCn) = \Rightarrow SUCn < = dsized$
$DIVISION\_DSIZE\_EQ$	$\forall a,b,d,n.\ division(a,b)d \wedge \mathrm{dn} < \mathrm{d}(SUCn) \wedge (\mathrm{d}(SUC(SUCn)) = \mathrm{d}(SUCn)) = \Rightarrow (dsized = SUCn)$
$DIVISION\_DSIZE\_EQ\_ALT$	$\forall a,b,d,n.\ division(a,b)d \wedge (\mathrm{d}(SUCn) = \mathrm{dn}) \wedge (\forall i,i < n = \Rightarrow \mathrm{di} < \mathrm{d}(SUCi)) = \Rightarrow (dsized = n)$

若 $a < b \wedge b < c$,按照本文阐明的定理和描述分解目标,有:

$\mathrm{abs}(\mathrm{sum}\ (0,dsized)(\lambda n,f(pn) *$

$(\mathrm{d}(SUCn) - \mathrm{d}n)) - (i + j)) < e$

通过 DIVISION_INTERMEDIATE 进行处理

$\mathrm{abs}(\mathrm{sum}\ (0,m + n)(\lambda n,f(pn) *$

$(\mathrm{d}(SUCn) - \mathrm{d}n)) - (i + j)) < e$

首先,自 $n = 0$ 和 $n \neq 0$ 2 个角度验证。当 $n \neq 0$ 时,目标处理具体步骤:

$\mathrm{abs}(\mathrm{sum}\ (0,m)(\lambda n,f(pn) * (\mathrm{d}(SUCn) - \mathrm{d}n)) +$

$(f(pm) * (\mathrm{d}(SUCm) - \mathrm{d}m) + sum(m + 1,PREn)\lambda n,$

$f(pn) * (\mathrm{d}(SUCn) - \mathrm{d}n))) - (i + j)) < e$

这样 $pm = b$,有:

$\mathrm{abs}(\mathrm{sum}\ (0,m)(\lambda n,f(pn) * (\mathrm{d}(SUCn) - \mathrm{d}n)) +$

$(f(b) * (\mathrm{d}(SUCm) - \mathrm{d}m) + \mathrm{sum}(m + 1,PREn)\lambda n,$

$f(pn) * (\mathrm{d}(SUCn) - \mathrm{d}n))) - (i + j)) < e$

通过, $s1$ 表示:

$\mathrm{sum}(0,m)(\lambda n,f(pn) * d(SUCn) - dn))$

通过, $s2$ 表示:

$\mathrm{sum}(m + 1,PREn)(\lambda n,f(pn) * (d(SUCn) - dn))$

可进一步简化目标处理步骤,

$\mathrm{abs}(s1 + (f(b) * (b - \mathrm{d}m) - i < e/2 \wedge$

abs(s2 + fb ∗ (d(SUCm) − b) − j) < e/2

dm = b 和 dm ≠ b 条件下,对 abs(s1 + (f(b) ∗ (b − dm) − i < e/2 进行证明。d(SUCm) = b 和 d(SUCm) ≠ b 的条件下,同样能够对 abs(s2 + fb ∗ (d(SUCm) − b) − j) < e/2 进行证明,于是整个证明过程结束。

特征 2 按照特定函数进行积分运算:

DINT_DELTA_LEFT =

|− ∀ab, Dint(a,b)(λx, ifx = a then1else0)0

DINT_DELTA_RIGHT =

|− ∀ab, Dint(a,b)(λx, ifx = b then1else0)0

DINT_DELTA =

|− ∀abc, Dint(a,b)(λx, ifx = cthen1 else0)0

DINT_POINT_SPIKE =

|− ∀fgabci, (∀x, a < = x ∧ x < = b ∧ x < > c = = > (fx = gx)) ∧ Dint(a,b)fi = = > Dint(a,b)gi

特征 3 子区间进行可积分性证明:

|− ∀fgabcd, a < = c ∧ c < = d ∧ d < = b ∧ integrable(a,b)f = = > integrable(c,d)f

形式化证明以前,应先开展的验证:

|− ∀fgabc,

a < = c ∧ c < = b ∧ integrable(a,b)f = = >

∃i, ∀e, 0 < e = = >

∃g, Lebesgue(λx, a < = x ∧ x < = b)g ∧

∀d1, p1, d2, p2.

tdiv(a,c)(d1,p1) ∧ fineg(d1,p1) ∧

tdiv(c,d)(d2,p2) ∧ fineg(d2,p2) = = >

abs(rsum(d1,p1)f + rsum(d2,p2)f − i) < e

INTEGRABLE_SUBINTERVAL_LEFT =

|− ∀fabc, a < = c ∧ c < = b ∧ integrable(a,b)f = = > integrable(a,c)f

INTEGRABLE_SUBINTERVAL_RIGHT =

|− ∀fabc, a < = c ∧ c < = b ∧ integrable(a,b)f = = > integrable(c,b)f

推理 3 Cauchy 可积分性形式化过程,一个可积分性的函数在某闭区间内对任一涉及到积分的分割形式都具有收敛性质。

INTEGRABLE_CAUCHY:

∀fab, integrable(a,b)f < = >

∀e, &0 < e = = >

∃g, lebesgue(λx, a < = x ∧ x < = b)g ∧

∀d1, p1, d2, p2.

tdiv(a,b)(d1,p1) ∧ fineg(d1,p1) ∧

tdiv(a,b)(d2,p2) ∧ fineg(d2,p2) = = >

abs(rsum(d1,p1)f − rsum(d2,p2)f) < e

推理 4 极限定理形式化过程

INTEGRABLE_LIMIT = |− ∀fab.

(∀e, 0 < e = = >

∃g, (∀x, a < = x ∧ x < = b = = > abs(fx − gx) < = e) ∧ integrable(a,b)g) = = > integrable(a,b)f

3 应用分析

Lebesgue 积分的应用十分广泛。现阶段,其在模拟电路、实时通信等领域的使用日益广泛,深受业界人士的重视[12-13]。

按照 PVS 定理证明系统中的数值信息,对反相积分器进行形式化验证与测试,从而分析其特点。如图 1 所示。

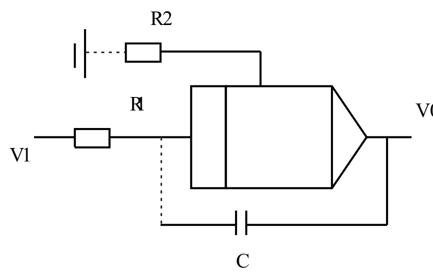

图 1 反相积分器通用电路结构模型

按照图 1 模型,电压 V 符合的条件:

$$V_0(x) = -\frac{1}{R_1 C}\int_0^x V_i(t)\,\mathrm{d}t \tag{8}$$

如果 $R_1 C = 1$,那么,

$$V_0(x) = -\frac{1}{R_1 C}\int_0^x \cos t\mathrm{d}t = \sin x \tag{9}$$

如果 $V_i(t) = \sin t$,则有:

$$V_0(x) = -\int_0^x \sin t\mathrm{d}t = \cos x - \cos 0 \tag{10}$$

这一特征的形式化过程:

INTEGRAL_NEG_SIN = |− ∀x, 0 < = x = = > (integral(0,x)(λt, − sint) = cosx − cos0

验证流程:

valINTEGRAL_NEG_SIN =

store_thm(INTEGRAL_NEG_

SIN" "!x, 0′ < = x = = >

```
(integral(0,x)(\t,(-sint)) = cosx -
cos0)"REPEAT STRIP_ TAC THEN
REWRITE_TAC[ integral] THEN
SELECT_ELIM_TAC THEN CONJ_TAC THENL
[EXISTS_TAC"cosx - cos0"THEN
H0 - MATCH_MP_TAC FTC1 THEN
ASM_SIMP_TAC arith_ss[DIFF_COS],
RW_TAC std_ss[ ]THEN MATCH_MP_TAC DINT_
UNIQ THEN
MAP_EVERY EXISTS_TAC["0:real","x:real",
"(\t, -sint):real -> real"]THEN
ASM_REWRITE_TAC[ ]THEN MATCH_MP_TAC
FTC1THEN
RW_TAC std_ss[ ]THEN ASM_SIMP_TAC arith_ss
[DIFF_COS]]);
```

如果 $V_i(t) = -\cos t$, 则有,

$$V_0(x) = \int_0^x \cos t \mathrm{d}t = \sin x \tag{11}$$

形式化验证过程:

```
INTEGRAL_COS = |-∀x,0 <= x ==>
(integral (0,x)cos = sinx
```

验证流程:

```
var INTEGRAL COS =
STORE_thm("INTEGRAL_COS"),
"!x,0 <= x ==> (int egral(0,x)cos = sinx)",
REPEATSTRIP_TACTHENREWRITE_TAC[int egral]
THEN
SELECT_ELIM_TACTHENCONJ_TACTHENL
[EXTSTS_TAC"sinx - sin0"THEN MATCH_MP_TAC
FTC1 THEN ASM_SIMP_TACarith_ss[DIFF_SIN],
RW_TACstd_ss[]THENMATCH_MP_TACDINT_UNIQTHEN
MAP_EVERYEXISTS - TAC
["0:real","x:real","cos:real -> real"]
THEN ASM_REWRITE_TAC[ ]THEN
SUBGOAL_THEN"sinx =
sinx - sin0" ASSUME_TAC
THENL
[SIMP_TACstd_ss[SIN_0]THEN
REAL_ARITH_TAC,ALL_TAC]THEN
ONCE_ASM_REWRITE_TAC[ ]THEN ASM_SIMP_
TACFTC1 THEN RW_TACstd_ss[ ]THEN ASM_SIMP
TACarich_ss[DIFF_SIN]);
```

基于该测试结果,本文所设计的测试验证模型,准确的反映了电路的工作原理及其运行机制。

4 结束语

本文积分方法在 PVS 定理证明器中实施验证和测试,并采用形式化的方法测试了反相积分器的特点。根据数理推理和公式演绎推理论证,验证了 Lebesgue 积分定理库建立的正确性。按照研究过程中阐明的形式化定理库理论,怎样在实践中引入该理论属于今后需要重点解决的一个问题。

参 考 文 献:

[1] Butler R W.Formalization of the Integral Calculus in the PVS Theorem Prover[J].Journal of Formalized Reasoning,2012,2(1):1-26.

[2] Akbarpour B.Modeling and Verificatjon of DSP Designs in HOL[D].Quebec,Canada:Concordia University,2005.

[3] Henstock-Kurzweil integral[EB/0L].http://en.Wikipedia.org/wiki/H-enstock% E2% 80% 93Kurzweil. integral, 2009/2015-06-13.

[4] John H.A HOL theory of euclidean space[C]//In:Joe Hurd,Tom Melham.Theorem Proving in Higher Order Logics.Heidelberg:Springer,2005.

[5] 王戟,李宣东.形式化方法与工具专刊前言[J].软件学报,2011,22(6):1121-1122.

[6] Cambridge Research Center of SRI International. The HOL system DESCRIPTION(For HOL Kananaskis-5)[EB/OL].http://ftp.Jaist.ac.jp/pub/sourceforge/h/project/ho/hol/hol/kananaskis-5/.08-Jul,2009/2015-06-25.

[7] Kautz H A.Deconstructing planning as satisfiability[C]//Proc of the 21st National Conf on Artificial Intelligence (AAAI-12).Menlo Park,CA:AAAI Press,2012.

[8] Riazanov A,Voronkov A.The design and implementation of VAMPIRE[J].AI Communicaitons,2012,15(2):91-110.

[9] Wu Xia,Sun Jigui,Lu Shuai,et a1.Improved propositional extension rule[C]//Proc of the 1st Int Conf on Rough Sets and Knowledge Technology(RSKT2013).Berlin:Springer,2013.

[10] Xu K,Boussemart F,Hemery F,et a1.Random constraint satisfaction:Easy generation of hard(satisfiable) instances[J].Artificial Intelligence,2013,17(8):514-532.

[11] 李黎明,关永,吴敏华,等.运用定理证明的形式化方

法验证 SpaceWire 编码电路口[J].小型微型计算机系统,2011,30(6):1372-1376.

[12] Squicciarini A,Bertino E,Trombetta A,et a1.A flexible approach to multisession trust negotiations[J]. IEEE Transactions on Dependable and Secure Computing, 2012,9(1):16-29.

[13] Skogsrud H,Hezhad H,Benatallah B,et al. Modeling trust negotiation for web services[J].IEEE Computer, 2013,42(2):54-61.

Formalization Proof and Analysis of Lebesgue Integral in PVS Based on Pattern Recognition

ZHANG Shaofang, *LI Jidong*

(Shijiazhuang Vocational Technical College of Posts & Telecommunications, Shijiazhuang 050021, China)

Abstract: The traditional model validation method has the shortcomings of low efficiency and complex model, so the operation features of Lebesgue integral are introduced into the model validation and testing, and a formal verification and test method based on Lebesgue integral is proposed. By the formalization of inequality calculation, integrability of the closed interval subset, multiple divisions, linear operation, Cauchy integrabel criterion and limit theorem etc, the formalization of the operation feature of Lebesgue integral in PVS (Prototype Verification System) theorem prover is achieved. The correctness of mathematical theories and formula derivation is verified by using standard inverting integrator as the application model, and through mathematical analysis, the correctness of the formalization theorem library of Lebesgue integral is verified in the computer information security field. The test results show that application of Lebesgue integral formalization in PVS is feasible and effective.

Key words: Lebesgue integral; PVS(Prototype Verification System); formalization; inverting integrator