文章编号:1673-1549(2015)05-0027-04 DOI:10.11863/j. suse. 2015. 05. 06

格值一阶逻辑系统 LF(X)中的 α - 有序语义归结

张家锋[1], 曹发生[2]

(1. 贵州民族大学理学院, 贵阳 550025;2. 贵州工程应用技术学院理学院, 贵州 毕节 551700)

摘 要:讨论格值一阶逻辑系统 LF (*X*) 中 α - 语义归结方法和有序归结方法的相容性。给出了 LF (*X*) 中 α - 有序语义归结和 α - 有序语义归结演绎的概念,通过实例说明 LF (*X*) 中 α - 有序语义归结演绎的有效性和不完备性。

关键词:自动推理;归结域;格值逻辑;格蕴涵代数

中图分类号:O142 **文献标志码**:A

引 言

基于归结原理[1]的自动推理是人工智能的一个重要研究方向,随着非经典逻辑在计算机科学和人工智能领域越来越广泛的应用,非经典逻辑系统上的归结自动推理也得到了相应研究[2]。Xu Y 等[3-4]提出格值逻辑系统中的归结原理(α - 归结原理),并给出了其可靠性和完备性。自从 α - 归结原理提出以来,基于格值逻辑的 α - 归结自动推理出现了大量研究成果。

近几年,一些对 α - 归结原理的改进方法先后被提出。2010 年,He Xingxing 等[5]将锁归结思想应用于 α - 归结原理,研究了 LP (*X*) 中逻辑公式的 α - 可满足性问题和基于广义子句集的 α - 锁归结方法。2011 年,张家锋等[6]讨论了 LP (*X*) 中 α - 归结和语义归结的相容性,得到了 α - 语义归结的完备性。2012 年,Zhong Xiaomei 等[7]将语义归结和群组归结思想同时应用于 α - 归结原理,研究了基于格值命题逻辑系统 LP (*X*) 的α - 群语义归结方法。2012 年, Xu Weitao 等[8]讨论了 LF (*X*) 中线性归结和 α - 归结的相容性,建立了格值一阶逻辑 LF (*X*) 中的 α - 有序线性归结方法,并给出了其可靠性和条件完备性。2013 年,Xu Yang 等[9]又从另一方面对 α - 归结进行了推广,将两个广义文字构成的 α - 归结对扩展成多个广义文字构成的 α - 归结组,提出了基于格值命题逻辑的多元 α - 归结原理,并给出了其可靠性和完备性。

本文讨论格值一阶逻辑系统 LF (*X*) 中 α - 语义归结方法和有序归结方法的相容性,给出 LF (*X*) 中 α - 有序语义归结以及 α - 有序语义归结演绎的概念,并实例说明 α - 有序语义归结演绎的有效性和不完备性。

1 预备知识

定义 1[10] 设 $(L, \vee, \wedge, ', O, I)$ 是带有逆序对合“′”的有界格, I 和 O 是 L 的最大元和最小元, $\rightarrow: L\times L \rightarrow L$ 是一个映射,称 $(L, \vee, \wedge, ', O, I)$ 是格蕴涵代数,如果对于任意 $x, y, z \in L$, 下列条件成立:

$(I_1)\ x\rightarrow(y\rightarrow z) = y\rightarrow(x\rightarrow z)$。

$(I_2)\ x\rightarrow x = 1$。

$(I_3)\ x\rightarrow y = y'\rightarrow x'$。

$(I_4)\ x\rightarrow y = y\rightarrow x = 1$ 蕴涵 $x = y$。

$(I_5)\ (x\rightarrow y)\rightarrow y = (y\rightarrow x)\rightarrow x$。

收稿日期:2015-08-10

基金项目:国家自然科学基金项目(61305074);贵州省科学技术基金项目(LKB[2012]02);贵州民族大学引进人才项目(15XRY006)

作者简介:张家锋(1981-),男,安徽濉溪人,副教授,博士,主要从事格值逻辑、自动推理方面的研究,(E-mail)jiafengzhang@163. com;
曹发生(1977-),男,江西九江人,副教授,博士生,主要从事泛代数与非经典逻辑方面的研究,(E-mail)caofasheng@163. com

$(L_1)(x \vee y) \to z = (x \to y) \wedge (x \to z)$。

$(L_2)(x \wedge y) \to z = (x \to y) \vee (x \to z)$。

本文总假设 $(L, \vee, \wedge, ', \to, O, I)$ 为一格蕴涵代数,简记为 L。

定义 2[11] 设 X 为一个命题变元集, $T = L \cup \{', \to\}$ 是一个型,其中 $ar(') = 1$, $ar(\to) = 2$, 任给 $a \in L$, 有 $ar(a) = 0$, 称 X 上的自由 T - 代数为命题变元集合 X 上的格值命题演算系统的命题代数,简记为 LP (X)。

为叙述方便,称 L 中的元素为常元。

定义 3[11] LP (X) 为满足下列条件的最小的集合 Y:

(1) $Y \cup L \subseteq Y$。

(2) 如果 $p, q \in Y$, 则 $p', p \to q \in Y$。

定义 4[11] 如果映射 $v: LP(\mathrm{X}) \to L$ 是一个 T - 代数同态,则称 v 为 LP (X) 的一个赋值。

定义 5[11] 设 F 为 LP (X) 中的格值逻辑命题公式,如果删除 F 中的任何常量,文字和蕴涵项,得到的新的格值逻辑公式 F^* 都不与 F 等值,称 F 为极简公式,简记为 ESF,这里,文字指的是 LP (X) 中单个命题变元。

定义 6[3] 格值命题逻辑公式 F 称为不可分极简式,且为 ESF,如果 F 中除了蕴涵项之外不含有其他运算,称 F 为极简不可分蕴涵式,简记为 IESF,如果:

(1) F 是 ESF 且至多含有连接词→和′。

(2)对于任意 $g \in LP(X)$, 如果 $g \in \overline{F}$ 且 $\overline{F} \in \overline{LP(X)}$, 则 g 是 ESF 且至多包含连接词→和′,此处 $\overline{LP(X)} = (\overline{LP(X)}/=, \vee, \wedge, ', \to)$ 是格蕴涵代数, $\overline{LP(X)}/= = \{\bar{p} \mid p \in LP(X)\}$, $\bar{p} = \{q \mid q \in LP(X), q = p\}$,其中对于任意 $\bar{p}, \bar{q} \in \overline{LP(X)}/=$, $\bar{p} \vee \bar{q} = \overline{p \vee q}$, $\bar{p} \wedge \bar{q} = \overline{p \wedge q}$, $(\bar{p})' = \overline{p'}$, $\bar{p} \to \bar{q} = \overline{p \to q}$。

定义 7[3] 所有的常量、文字和 IESF 称为广义文字。

定义 8[3] LP (X) 中的格值命题逻辑公式 G 称为广义文字,如果 G 是形式: $G = g_1 \vee \cdots \vee g_i \vee \cdots \vee g_n$, 这里 $g_i (1 \leqslant i \leqslant n)$ 是广义文字。

定义 9[3] 设 G_1, G_2 为 $LP(X)$ 中具有如下形式的广义子句,

$G_1 = g_1 \vee \cdots \vee g_i \vee \cdots \vee g_m$

$G_2 = h_1 \vee \cdots \vee h_j \vee \cdots \vee h_n$

若 $g_i \vee h_j \leqslant \alpha$,称 $G = g_1 \vee \cdots \vee g_{i-1} \vee g_{i+1} \vee \cdots \vee g_m \vee h_1 \vee \cdots \vee h_{j-1} \vee h_{j+1} \vee \cdots \vee h_n$ 为 G_1 和 G_2 的 α - 归结式,记为 $G = R_\alpha(G_1, G_2)$,称 g_i 和 h_j 为 α - 归结对,记为 $(g_i, h_j) - \alpha$。

关于格值一阶逻辑系统的相关概念,参考文献[4]。

2 LF (X) 的 α - 有序语义归结及其有效性

定义 10 如果将 LF (X) 中互不相同的广义文字序列,其文字之间的关系规定为析取关系,则此序列给出的广义子句称为有序广义子句。

在 α - 归结中将广义子句看作是广义文字的集合,有序广义子句与广义子句不同之处在于,有序广义子句看作是一个广义文字的序列。

定义 11 设 C 是 LF (X) 中的有序广义子句,如果 C 中有多于一个的相同广义文字,则保留这些广义文字中最左边的一个,将其余的删除,这种做法称为有序广义子句相同广义文字的左合并规则。

例 1 $C = (P(x))' \vee Q(y) \vee R(x)(Q(y) \vee (R(f(c)))'$ 是 LF (X) 中的广义子句,对 C 使用左合并规则,得有序广义子句 $C = (P(x))' \vee Q(y) \vee R(x) \vee (R(f(c)))'$。

定义 12 在有序广义子句 C 中,如果两个或两个以上的广义文字有最一般合一,则对 C^θ 中的相同广义文字施行左合并规则后得到的有序广义子句称为 C 的有序因子。

例 2 设 $C = (P(x) \to c) \vee Q(x) \vee (P(a) \to c)$ 是 LF(X)中的有序广义子句, a, c 是 LF(X)中的常元,于是 $(P(a) \to c) \vee Q(a)$ 是 C 的有序因子,而 $Q(a) \vee (P(a) \to c)$ 不是 C 的有序因子。

定义 13 设 C_1, C_2 是 LF (X) 中的有序广义子句, C_1 和 C_2 是无公共变元的广义子句, g_1, g_2 分别是 C_1, C_2 中的两个广义文字,如果有替换 σ, 使得 $g_1^\sigma \wedge g_2^\sigma \leqslant \alpha$, 则连接序列 C_1^σ 和 C_2^σ, 然后删除 g_1^σ 和 g_2^σ, 并在剩余的序列中实行相同广义文字的左合并规则而得到的有序广义子句 C,则称 C 为 C_1 对 C_2 的二元有序 α - 归结式, g_1 和 g_2 称为参与归结的广义文字。

定义 14 设 C_1, C_2 是 LF (X) 中的有序广义子句, C_1 对 C_2 的 α - 有序归结式是下面二元有序 α - 归结式中的一个:

(1) C_1 对 C_2 的二元有序 α - 归结式。

(2) C_1 对 C_2 的有序因子的二元有序 α - 归结式。

(3) C_1 的有序因子对 C_2 的二元有序 α - 归结式。

(4) C_1 的有序因子对 C_2 的有序因子的二元有序 α

- 归结式。

例 3　设 $C_1 = P(x) \vee (Q(x) \to c) \vee (R(x) \to (R(x) \to d)) \vee P(a)$,$C_2 = (P(a))' \vee Q(a)$ 是 LF(X)中有序广义子句,其中 a,c,d 为常元,假设有 $P(a) \vee (P(a))' \leqslant \alpha$,$\sigma = \{a/x\}$,于是 C_1 的有序因子为 $C_1 = P(a) \vee (Q(a) \to c) \vee (R(a) \to (R(a) \to d))$,根据 α - 有序归结的定义,$C_1$ 与 C_2 的 α - 有序归结式为 $(Q(a) \to c) \vee (R(a) \to (R(a) \to d))$。

显然,α - 有序归结是以有序因子生成 α - 有序归结式的一个推理规则,有序广义子句,有序因子,二元有序 α - 归结式,α - 有序归结式的概念和广义子句,因子,α - 归结式的概念,除了广义文字的次序以外其余都是相同的,因此,α - 有序归结除了慎重地处理广义文字的次序外,和一般的 α - 归结式是相同的。

定义 15　设 S 为 LF (X) 中有序广义子句集,I_D 是 S 的一个解释,$\alpha \in L$,有序广义子句序列 $(E_1, E_2, \cdots, E_q, N)$ $(q \geqslant 1)$,称为关于解释 I_D 的 α - 有序语义互撞,当且仅当 $E_1, E_2, \cdots, E_q$ 满足下列条件:

(1) $E_1, E_2, \cdots, E_q$ 在解释 I_D 下为 α - 假的。

(2)设 $R_q = N$,对于 $i = q, q-1, \cdots, 1$,存在 E_i 对 R_i 的 α - 有序归结式 R_{i-1}。

(3) E_i 中参与归结的广义文字是 E_i 中右广义文字,R_i 中参与归结的广义文字是有其例在 I_D 下为 α - 真的那些广义文字中最左广义文字。

(4) R_0 在 I_D 下为 α - 假的。

R_0 称为该 α - 有序语义互撞的归结式。

定义 16　设 S 是 LF (X) 中的一个广义子句集,I_D 是 LF (X) 的一个解释,从 S 到 C 的广义子句序列称为 α - 有序语义归结演绎,如果该序列中的广义子句或是 S 中的一个广义子句,或是一个 α - 有序语义归结式。

例 4　设 $S = \{Q(a) \vee Q(b) \vee Q(c) \vee Q(d), (Q(x))'\}$ 是格值命题逻辑系统 $\Lambda_9 P(X)$ 中的广义子句集,$\alpha = a_6$,显然 S 是 α - 不可满足的。

其能够推出的 α - 有序语义归结演绎:

(1) $Q(a)(Q(b) \vee Q(c) \vee Q(d)$。

(3)由(1)、(2)有 $Q(a)(Q(b)(Q(c)$。

(4)由(3)、(2)有 $Q(a)(Q(b)$。

(5)由(4)、(2)有 $Q(a)$。

(6)由(5)、(2)有 α - 。

但是对于这个广义子句集,如果使用 α - 语义归结方法,在推出 α - 之前,要产生 40 个中间归结式。

3　LF (X) 中的 α - 有序语义归结方法的不完

α - 有序语义归结演绎的高效性,不仅是因为它具有语义归结的特性,尤其是因为它对归结的限制太强,致使其甚至在命题逻辑中都是不完备的。

例 5　设 $S = \{(x \to (x \to (a_2, b_1))) \vee z, z \vee u, u \vee (w \to (w \to (a_5, b_2))), u' \vee x, w' \vee (y \to z)', (y \to z)' \vee u'\}$ 为格值命题逻辑系统 $\Lambda_{9\times 2}$P(X)中的广义子句集,其中 x,y,z,u,w 是命题变元,(a_2, b_1),(a_2, b_1) 为 $L_{9\times 2}$ 中的常元,令 $\alpha = (a_5, b_2)$,则显然 S 是 α - 不可满足的。令 v 是 $\Lambda_{9\times 2}$P(X)中的一个赋值,且满足:$v(x) = (a_7, b_2)$,$v(y) = (a_9, b_2)$,$v(z) = (a_1, b_1)$,$v(u) = (a_4, b_2)$,$v(w) = (a_2, b_1)$,由例 4 中(1) ~ (6)只能得到两个 α - 有序语义归结式:

(7)由(3)、(1)、(5)有 $u \vee (x \to (x \to (a_2, b_1)))$。

(8)由(1)、(2)、(6)有 $u \vee z$。

由(1) ~ (8)只能得到一个 α - OI - 归结式:

(9)由(2)、(7)、(4)有 $z \vee u$。

但是,(9)是 S 的子句,所以从上述广义子句中再也演绎不出新的 α - 有序语义归结式。

4　结束语

对归结方法进行改进能够提高归结推理的效率,但是有些改进之后的归结方法可能不具完备性。因此,探讨不同归结方法的相容性是必要的。本文讨论了格值一阶逻辑系统 LF (X) 中 α - 语义归结方法和有序归结方法的相容性问题。探讨格值一阶逻辑系统 LF (X) 中完备的 α - 有序语义归结方法及设计 α - 有序语义归结算法将是进一步研究的方向。

参 考 文 献:

[1] Robinson J P. A machine-oriented logic based on the resolution principle[J]. J. ACM, 1965, 12:23-41.

[2] 刘叙华,姜云飞. 定理机器证明[M]. 北京:科学出版社,1987.

[3] Xu Y, Ruan D, Kerre E E, et al. α-Resolution principle based on lattice-valued propositional logic LP(X)[J]. Information Sciences, 2000, 130:195-222.

[4] Xu Y, Ruan D, Kerre E E, et al. α-Resolution principle based on first-order lattice-valued logic LF(X)[J].

Information Sciences,2001,132:221-239.

[5] He Xingxing,Xu Yang,Li Yingfang,et al. α-Satisfiability and α-lock resolution for a lattice-valued logic LP(X)[J]. Lecture Notes in Artificial Intelligence (LNAI), 2010, Computer Science:320-327.

[6] 张家锋,徐扬,何星星.格值语义归结推理方法[J].计算机科学,2011,38(9):201-204.

[7] Zhong Xiaomei,Xu Yang. α-Group semantic resolution method based on lattice-valued propositional logic system LP(X)[J].The Journal of Fuzzy Mathematics,2012, 20(4):983-1000.

[8] Xu Weitao,Xu Yang. α-Ordered linear resolution method for lattice-valued logic system based on lattice implication algebra[J].Int.J.Applied Management Science,2012, 4(4):460-479.

[9] Xu Yang,Liu Jun,Zhong Xiaomei,et al.Multiary α-Resolution Principle for a Lattice-Valued Logic[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems,2013,21(5):898-912.

[10] 徐扬.格蕴涵代数[J].西南交通大学学报,1993,28(1):20-27.

[11] 徐扬,秦克云.格值命题逻辑(Ⅰ)[J].西南交通大学学报,1993,28(1):123-128.

α-Ordered Semantic Resolution in Lattice-valued First-order Logic LF(X)

ZHANG Jiafeng[1], *CAO Fasheng*[2]

(1. School of Science, Guizhou Minzu University, Guiyang 550025, China; 2. School of Science, Guizhou University of Engineering Science, Bijie 551700, China)

Abstract: The compatibility of α-semantic resolution method and ordered resolution method is discussed in lattice-valued first-order logic LF (X). In LF (X), the conceptions of α-ordered semantic resolution and α-ordered semantic resolution deduction are given, and the effectiveness and incompleteness of α-ordered semantic resolution deduction are illustrated through some examples.

Key words: automated reasoning; resolution fields; lattice-valued logic; lattice implication algebras