

# 广义拓扑的比较

宋颖潇, 丁 猛, 朱培勇

(电子科技大学数学科学学院, 成都 611731)

**摘 要:** 类比拓扑的比较引入广义拓扑的粗细概念。通过广义拓扑粗细比较, 分别获得了广义拓扑粗细与广义邻域系、广义闭集族、广义内部、广义导集和广义闭包的包含关系之间的一系列结果。使得一般拓扑中拓扑比较的相关理论得到推广与扩充。

**关键词:** 广义拓扑; 拓扑的比较; 广义邻域系; 广义闭包

**中图分类号:** O189.11

**文献标志码:** A

## 引 言

匈牙利数学家 Csaszar A 于 2002 年在文献[1]中提出了广义拓扑空间的概念, 并对广义拓扑空间进行了深入的研究, 为广义拓扑的研究奠定了初步的基础。由此, 产生一个问题: 一般拓扑空间中的拓扑比较能否推广到广义拓扑空间? 其判定条件是否可以推广到广义邻域系、广义闭集族、广义内部、广义导集和广义闭包? 本文通过类比的方法, 对这些问题进行研究。

## 1 预备知识

**定义 1**<sup>[1]</sup> 设  $X$  是任一非空集合,  $\mathcal{S}$  是  $X$  的一些子集构成的集族, 如果下列两个条件被满足:

(O1)  $\varphi \in \mathcal{S}$ ;

(O2) 若  $G_\lambda \in \mathcal{S} (\lambda \in \Lambda)$ , 其中  $\Lambda$  为任意指标集, 则  $\cup_{\lambda \in \Lambda} G_\lambda \in \mathcal{S}$ 。

则称  $\mathcal{S}$  为集合上的一个广义拓扑, 并且称有序偶  $(X, \mathcal{S})$  为一个广义拓扑空间, 集族  $\mathcal{S}$  中的每一个集合都称为广义拓扑空间  $(X, \mathcal{S})$  的开集。

**定义 2**<sup>[1]</sup> 设  $(X, \mathcal{S})$  为广义拓扑空间,  $x \in X$ , 如果  $\exists V \in \mathcal{S}$  使得  $x \in V$ , 则称  $V$  为点  $x$  的一个广义邻域。  $x$  点的广义邻域的全体称为点  $x$  的广义邻域系, 记作  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}}(x)$ 。

**定义 3**<sup>[2]</sup> 设  $(X, \mathcal{S})$  为广义拓扑空间,  $F \subset X$ 。若  $F^c = X - F \in \mathcal{S}$ , 则称  $F$  是  $X$  的广义闭集。

**定义 4**<sup>[2]</sup> 设  $(X, \mathcal{S})$  为广义拓扑空间,  $A \subset X$ 。称  $\cup \{G | G \subset A, G \in \mathcal{S}\}$  为  $A$  的广义内部, 记为  $A_{\mathcal{S}}^0$ 。

**定义 5**<sup>[2]</sup> 设  $(X, \mathcal{S})$  为广义拓扑空间,  $A \subset X$ , 称  $\cap \{F | F \text{ 闭于 } X \text{ 且 } F \supset A\}$  为  $A$  的广义闭包, 记为  $\bar{A}_{\mathcal{S}}$ 。

类比一般拓扑学中相应概念引入广义拓扑中聚点概念与广义拓扑的粗细概念。

**定义 6** 设  $(X, \mathcal{S})$  为广义拓扑空间,  $A \subset X, x \in X$ , 如果  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}}(x) = \varphi$  或者  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}}(x) \neq \varphi$  并且  $\forall U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}}(x)$ , 有  $U \cap (A \setminus \{x\}) \neq \varphi$ , 则称点  $x$  为点集  $A$  的广义聚点, 点集  $A$  的广义聚点的全体称为  $A$  的广义导集, 记为  $A'_{\mathcal{S}}$ 。

**定义 7** 设  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$  是  $X$  上的两个广义拓扑, 如果  $\mathcal{S}_1 \subset \mathcal{S}_2$ , 则称  $\mathcal{S}_1$  是比  $\mathcal{S}_2$  更粗的广义拓扑, 或称  $\mathcal{S}_2$  是比  $\mathcal{S}_1$  更细的广义拓扑。

此外, 本文中涉及到的其它概念、术语和记号, 如果没有特别申明, 都来自于文献[3]。

## 2 广义拓扑的比较及其相关结果

**定理 1** 设  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$  是  $X$  上的两个广义拓扑, 则以下三个命题等价:

(1)  $\mathcal{S}_1$  是比  $\mathcal{S}_2$  更粗的广义拓扑。

收稿日期:2015-06-20

作者简介:宋颖潇(1994-),女,陕西渭南人,硕士生,主要从事拓扑方面的研究,(E-mail)SYX\_0623@163.com;

朱培勇(1956-),男,四川自贡人,教授,博士,主要从事拓扑学及其应用方面的研究,(E-mail)Zpy6940@sina.com.cn

(2)  $\forall x \in X, \forall U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x), \exists V \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$  使得  $V \subset U$ 。

(3)  $\forall x \in X, \mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x) \subset \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ 。

**证明** (1) $\Rightarrow$ (2) 事实上,对于  $\forall x \in X, \forall U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x), \exists V = U \in \mathcal{S}_1$  使得  $x \in V = U$ 。因为  $\mathcal{S}_1 \subset \mathcal{S}_2$ , 则  $V \in \mathcal{S}_2$ 。所以  $V \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ , 即  $\exists V \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$  使得  $V \subset U$ 。

(2) $\Rightarrow$ (3) 对于  $\forall x \in X, \forall U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x)$ , 因为  $\exists V \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$  使得  $V \subset U$ , 由广义邻域系定义,  $\exists V \in \mathcal{S}_2$  使  $x \in V$ , 则  $x \in V \subset U$ 。因此  $U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ 。故  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x) \subset \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ 。

(3) $\Rightarrow$ (1)  $\forall U \in \mathcal{S}_1$ , 若  $U = \varphi$ , 由定义 1, 显然  $U \in \mathcal{S}_2$ ; 若  $U \neq \varphi$ , 则对于  $\forall x \in U$ , 有  $U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x)$ 。因为  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x) \subset \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ , 则  $U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ 。由广义邻域系的定义得:  $U \in \mathcal{S}_2$ 。故  $\mathcal{S}_1 \subset \mathcal{S}_2$ 。

用完全相同的方法可得:

**推论 1** 设  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$  是  $X$  上的两个广义拓扑, 则以下三个命题等价:

(1)  $\mathcal{S}_1$  是比  $\mathcal{S}_2$  更细的广义拓扑。

(2)  $\forall x \in X, \forall U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x), \exists V \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x)$ , 使得  $V \subset U$ 。

(3)  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x) \subset \mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x)$ 。

**定理 2** 设  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$  是  $X$  上的两个广义拓扑,  $\mathcal{F}_{\mathcal{S}_1}$  与  $\mathcal{F}_{\mathcal{S}_2}$  分别为关于  $\mathcal{S}_1$  与  $\mathcal{S}_2$  的全体广义闭集构成的集族。则  $\mathcal{S}_1$  是比  $\mathcal{S}_2$  更粗的广义拓扑当且仅当  $\mathcal{F}_{\mathcal{S}_1} \subset \mathcal{F}_{\mathcal{S}_2}$ 。

**证明** 必要性  $\forall F \in \mathcal{F}_{\mathcal{S}_1}$ , 有  $X - F \in \mathcal{S}_1$ , 因为  $\mathcal{S}_1 \subset \mathcal{S}_2$ , 所以  $X - F \in \mathcal{S}_2$ , 故  $X - (X - F) = F \in \mathcal{F}_{\mathcal{S}_2}$ , 从而  $\mathcal{F}_{\mathcal{S}_1} \subset \mathcal{F}_{\mathcal{S}_2}$ 。

充分性  $\forall G \in \mathcal{S}_1$ , 有  $X - G \in \mathcal{F}_{\mathcal{S}_1}$ , 因为  $\mathcal{F}_{\mathcal{S}_1} \subset \mathcal{F}_{\mathcal{S}_2}$ , 则  $X - G \in \mathcal{F}_{\mathcal{S}_2}$ 。故  $X - (X - G) = G \in \mathcal{S}_2$  从而,  $\mathcal{S}_1 \subset \mathcal{S}_2$ 。

**推论 2** 设  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$  是  $X$  上的两个广义拓扑,  $\mathcal{F}_{\mathcal{S}_1}$  与  $\mathcal{F}_{\mathcal{S}_2}$  分别为关于  $\mathcal{S}_1$  与  $\mathcal{S}_2$  的全体广义闭集构成的集族, 则  $\mathcal{S}_1$  是比  $\mathcal{S}_2$  更细的广义拓扑当且仅当  $\mathcal{F}_{\mathcal{S}_2} \subset \mathcal{F}_{\mathcal{S}_1}$ 。

**引理 1** 设  $(X, \mathcal{S})$  为广义拓扑空间,  $A \subset X$ , 则  $x \in A_{\mathcal{S}}^0$  当且仅当  $\exists G \in \mathcal{S}$  使得  $x \in G \subset A$ 。

**证明** 必要性 设  $x \in A_{\mathcal{S}}^0$ , 由定义 1.4, 有  $A_{\mathcal{S}}^0 = \cup \{G \mid G \subset A, G \in \mathcal{S}\}$ , 因此存在  $G \in \mathcal{S}$  使得  $x \in G \subset A$ 。

充分性 设  $\exists G \in \mathcal{S}$  使得  $x \in G \subset A$ , 则  $x \in G \subset \cup \{G^* \mid G^* \subset A, G^* \in \mathcal{S}\} = A_{\mathcal{S}}^0$ 。

**定理 3** 设  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$  是  $X$  上的两个广义拓扑, 则  $\mathcal{S}_1$  是比  $\mathcal{S}_2$  更粗的广义拓扑当且仅当  $\forall A \subset X, A_{\mathcal{S}_1}^0 \subset A_{\mathcal{S}_2}^0$ 。其中  $A_{\mathcal{S}_1}^0$  与  $A_{\mathcal{S}_2}^0$  分别为点集  $A$  关于  $\mathcal{S}_1$  与  $\mathcal{S}_2$  的广义内部。

**证明** 必要性  $\forall x \in A_{\mathcal{S}_1}^0, x$  是点集  $A$  关于  $\mathcal{S}_1$  的广义

内点, 则  $A \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x)$ 。因为  $\mathcal{S}_1 \subset \mathcal{S}_2$ , 由定理 1 知  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x) \subset \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ , 所以  $A \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ 。故存在  $U = A \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$  使得  $U \subset A$ 。内部的定义, 有  $x \in A_{\mathcal{S}_2}^0$ 。从而,  $A_{\mathcal{S}_1}^0 \subset A_{\mathcal{S}_2}^0$ 。

充分性 由定理 1 中(1)和(3)的等价性, 只需证:  $\forall x \in X$ , 必有  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x) \subset \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ 。事实上, 如果存在  $x \in X$  使得  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x) \not\subset \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ , 即存在  $U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x)$  使得  $U \notin \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ 。取  $A = U$ , 则对于  $A \subset X$  存在  $U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x)$  使得  $U \subset A$ 。所以  $x \in A_{\mathcal{S}_1}^0$ 。又因  $A_{\mathcal{S}_1}^0 \subset A_{\mathcal{S}_2}^0$ , 则  $x \in A_{\mathcal{S}_2}^0$ , 故  $U = A \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ 。这与  $U \notin \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$  矛盾。因此, 对于  $\forall x \in X$ , 必有  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x) \subset \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ 。故  $\mathcal{S}_1 \subset \mathcal{S}_2$ 。

**推论 3** 设  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$  是  $X$  上的两个广义拓扑, 则  $\mathcal{S}_1$  是比  $\mathcal{S}_2$  更细的广义拓扑当且仅当  $\forall A \subset X, A_{\mathcal{S}_2}^0 \subset A_{\mathcal{S}_1}^0$ 。其中  $A_{\mathcal{S}_1}^0$  与  $A_{\mathcal{S}_2}^0$  分别为点集  $A$  关于  $\mathcal{S}_1$  与  $\mathcal{S}_2$  的广义内部。

讨论广义拓扑粗细与导集以及闭包之间的关系。

**定理 4** 设  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$  是  $X$  上的两个广义拓扑, 若  $\mathcal{S}_1$  是比  $\mathcal{S}_2$  更粗的广义拓扑, 则对于  $\forall A \subset X$ , 有  $A'_{\mathcal{S}_2} \subset A'_{\mathcal{S}_1}$ 。其中  $A'_{\mathcal{S}_1}$  与  $A'_{\mathcal{S}_2}$  分别为点集  $A$  关于  $\mathcal{S}_1$  与  $\mathcal{S}_2$  的广义导集。

**证明**  $\forall x \in A'_{\mathcal{S}_2}$ , 当  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x) = \varphi$  时, 由定理 1 知,  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x) \subset \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ , 所以  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x) = \varphi$ , 因此  $x \in A'_{\mathcal{S}_1}$ , 故  $A'_{\mathcal{S}_2} \subset A'_{\mathcal{S}_1}$ 。当  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x) \neq \varphi$  时, 对于  $\forall U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ , 有  $U \cap (A \setminus \{x\}) \neq \varphi$ 。因为  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x) \subset \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$ , 故  $\forall U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x)$ , 有  $U \cap (A \setminus \{x\}) \neq \varphi$ 。因此,  $x \in A'_{\mathcal{S}_1}$ 。故  $A'_{\mathcal{S}_2} \subset A'_{\mathcal{S}_1}$ 。综上两种情况:  $A'_{\mathcal{S}_2} \subset A'_{\mathcal{S}_1}$ 。

**推论 4** 设  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$  是  $X$  上的两个广义拓扑,  $A \subset X$ , 且  $A'_{\mathcal{S}_1}$  与  $A'_{\mathcal{S}_2}$  分别为点集  $A$  在  $(X, \mathcal{S}_1), (X, \mathcal{S}_2)$  中的广义导集。若  $\mathcal{S}_1$  是比  $\mathcal{S}_2$  更细的广义拓扑, 则对于  $\forall A \subset X$ , 有  $A_{\mathcal{S}_1}^0 \subset A_{\mathcal{S}_2}^0$ 。

**引理 2** 设  $(X, \mathcal{S})$  为广义拓扑空间,  $A \subset X$ , 则以下两个条件等价:

(1)  $\bar{A}_{\mathcal{S}} = A \cup A'_{\mathcal{S}}$ 。

(2)  $\bar{A}_{\mathcal{S}} = \cap \{F \mid F \text{ 闭于 } X \text{ 且 } F \supset A\}$ 。

**证明** 记  $\bar{A}_{\mathcal{S}_1} = A \cup A'_{\mathcal{S}_1}, \bar{A}_{\mathcal{S}_2} = \cap \{F \mid F \text{ 闭于 } X \text{ 且 } F \supset A\}$ 。对  $\bar{A}_{\mathcal{S}_1} \subset \bar{A}_{\mathcal{S}_2}, \forall x \in \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$  即  $\forall x \in A \cup A'_{\mathcal{S}_1}$ , 若  $x \in A$ , 则  $x \in A \subset \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$ 。若  $x \notin A$ , 则  $x \in A'_{\mathcal{S}_1}$ 。当  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x) = \varphi$  时, 假设  $x \notin \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$ , 则  $x \in X \setminus \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$ , 因为  $\bar{A}_{\mathcal{S}_2}$  是闭集, 所以  $X \setminus \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$  是开集, 则  $\exists W \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x)$  使得  $x \in W \subset X \setminus \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$ , 故  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x) \neq \varphi$ , 与  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x) = \varphi$  矛盾, 假设不成立,  $x \in \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$ 。当  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x) \neq \varphi$  时, 有  $\forall U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x)$ , 有  $U \cap (A \setminus \{x\}) \neq \varphi$ , 因为  $x \notin A$ , 所以  $\forall U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_1}(x)$ , 有  $U$

$\cap A \neq \varphi$ 。假设  $x \notin \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$ , 则  $x \in X \setminus \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$ , 因为  $X \setminus \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$  是开集, 所以  $\exists V \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$  使  $x \in V \subset X \setminus \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$ , 故  $V \cap \bar{A}_{\mathcal{S}_2} = V \cap A = \varphi$ , 与  $\forall U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x)$  有  $U \cap A \neq \varphi$  矛盾, 假设不成立,  $x \in \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$ 。综上所述,  $\bar{A}_{\mathcal{S}_1} \subset \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$ 。

再证  $\bar{A}_{\mathcal{S}_2} \subset \bar{A}_{\mathcal{S}_1}$ 。因为  $\bar{A}_{\mathcal{S}_2}$  是包含  $A$  的最小闭集, 且  $A \subset A \cup A'_{\mathcal{S}_2}$ , 所以只需证明  $A \cup A'_{\mathcal{S}_2}$  是闭集。对  $\forall x \in X \setminus (A \cup A'_{\mathcal{S}_2})$ , 若  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x) = \varphi$ , 则  $x \in A'_{\mathcal{S}_2}$ , 与  $x \notin A'_{\mathcal{S}_2}$  矛盾, 故  $\forall x \in X \setminus (A \cup A'_{\mathcal{S}_2})$ ,  $\mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x) \neq \varphi$ 。假设  $A \cup A'_{\mathcal{S}_2}$  不是闭集, 则  $\exists x_0 \in X \setminus (A \cup A'_{\mathcal{S}_2})$ , 对  $\forall U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x_0)$ , 有  $U \cap A \neq \varphi$  或  $U \cap A'_{\mathcal{S}_2} \neq \varphi$  成立。当  $U \cap A'_{\mathcal{S}_2} \neq \varphi$  时, 取  $y \in U \cap A'_{\mathcal{S}_2}$ , 则  $U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(y)$  且  $y \in A'_{\mathcal{S}_2}$ , 所以  $U \cap (A \setminus \{y\}) \neq \varphi$ , 故  $U \cap A \neq \varphi$ 。由  $x_0 \in X \setminus (A \cup A'_{\mathcal{S}_2})$  得  $x_0 \notin A$ , 所以  $\forall U \in \mathcal{U}_{\mathcal{S}_2}(x_0)$ ,  $U \cap (A \setminus \{x_0\}) \neq \varphi$ , 故  $x_0 \in A'_{\mathcal{S}_2}$ , 与  $x_0 \notin A'_{\mathcal{S}_2}$  矛盾, 所以假设不成立,  $A \cup A'_{\mathcal{S}_2}$  是闭集, 因而  $\bar{A}_{\mathcal{S}_2} \subset \bar{A}_{\mathcal{S}_1}$ 。

综上所述可得:  $\bar{A}_{\mathcal{S}_1} = \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$ 。

**定理 5** 设  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$  是  $X$  上的两个广义拓扑,  $A \subset X$ , 且  $\bar{A}_{\mathcal{S}_1}$  与  $\bar{A}_{\mathcal{S}_2}$  分别为点集  $A$  在  $(X, \mathcal{S}_1), (X, \mathcal{S}_2)$  中的广义闭包。若  $\mathcal{S}_1$  是比  $\mathcal{S}_2$  更粗的广义拓扑, 则对于  $\forall A \subset X$ , 有  $\bar{A}_{\mathcal{S}_2} \subset \bar{A}_{\mathcal{S}_1}$ 。

**证明** 因为  $\mathcal{S}_1 \subset \mathcal{S}_2$ , 所以  $\forall A \subset X, A'_{\mathcal{S}_2} \subset A'_{\mathcal{S}_1}$ , 由此可得:  $(A'_{\mathcal{S}_2} \cup A) \subset (A'_{\mathcal{S}_1} \cup A)$  因此,  $\bar{A}_{\mathcal{S}_2} \subset \bar{A}_{\mathcal{S}_1}$ 。

**推论 5** 设  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$  是  $X$  上的两个广义拓扑,  $A \subset X$ , 且  $\bar{A}_{\mathcal{S}_1}$  与  $\bar{A}_{\mathcal{S}_2}$  分别为点集  $A$  在  $(X, \mathcal{S}_1), (X, \mathcal{S}_2)$  中的广义闭包。若  $\mathcal{S}_1$  是比  $\mathcal{S}_2$  更细的广义拓扑, 则对于  $\forall A \subset X$ , 有  $\bar{A}_{\mathcal{S}_1} \subset \bar{A}_{\mathcal{S}_2}$ 。

### 3 结束语

本文以拓扑学知识为基础<sup>[4]</sup>, 借鉴近年来研究拓扑空间性质的思想与方法<sup>[5-7]</sup>, 比一般拓扑粗细的概念, 引

入了广义拓扑粗细的概念, 对于广义拓扑粗细比较的判定条件, 探究是否可以通过广义邻域系、广义闭集族、广义内部、广义导集和广义闭包的比较得到。经过本文的讨论和证明可以得出, 通过对比广义邻域系、广义闭集族、广义内部、广义导集和广义闭包, 均可得到广义拓扑粗细比较的结论, 但是广义邻域系、广义闭集族和广义内部的比较是广义拓扑粗细比较的充分必要条件, 而广义导集和广义闭包的比较只是广义拓扑粗细比较的必要条件。

### 参考文献:

- [1] Csaszar A. Generalized topology, generalized continuity [J]. Acta. Math. Hungar, 2002, 96(4): 351-357.
- [2] LI J. Generalized topologies generated by subbases [J]. Acta. Math. Hungar, 2007, 114(1-2): 1-12.
- [3] 朱培勇, 雷银彬. 拓扑学导论 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [4] Ryszard E. General Warszawa Topology [M]. Warszawa: Polish Scientific Pulisher, 1977.
- [5] 卢天秀, 朱培勇, 辛邦颖. 拓扑空间中函数上(下)极限的一些性质 [J]. 四川理工学院学报: 自然科学版, 2011, 25(3): 264-266.
- [6] 卢天秀, 朱培勇. 拓扑空间上半连续函数的一些性质 [J]. 西南民族大学学报: 自然科学版, 2008(6): 1133-1137.
- [7] 王鑫, 朱培勇. 关于广义拓扑空间的分离性质的一些探究 [J]. 西南民族大学学报: 自然科学版, 2014, 40(5): 750-755.

## Generalized Topological Comparison

SONG Yingxiao, DING Meng, ZHU Peiyong

(School of Mathematical Sciences, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**Abstract:** In this paper, the concept of the comparison of generalized topologies is introduced by the comparison of topologies. A series of results is obtained between the thickness of generalized topologies and generalized neighbourhood system, the collection of generalized closed sets, generalized interior, generalized derived sets, generalized closure. And then the comparative theory of general topology is generalized and extended.

**Key words:** topological comparison; generalized topology; generalized neighbourhood system; generalized closure