

# 基于风险偏好的 PPP 项目风险分担的三方博弈模型

葛 果, 侯 懿

(四川理工学院经济与管理学院, 四川 自贡 643000)

**摘 要:**PPP 项目有关参与方合作的博弈模型分为可单方承担的静态模型和多方共担的动态博弈模型。在两个主体的动态博弈模型和三个主体的静态博弈模型的文献分析基础上,建立三个主体的动态博弈模型,并给出了风险偏好与风险分担比例之间的关系式。数值模拟表明,该模型与“风险偏好越大承担风险越多报酬越多”等定性结论一致,还给出了使项目达到最优时的风险分担比例。

**关键词:**PPP 项目;风险偏好;三方博弈;博弈模型;风险分担比例

**中图分类号:**N94

**文献标志码:**A

## 引 言

PPP(Public-Private Partnership)项目是一种新型的项目合作思想<sup>[1]</sup>。自实施以来,极大的改善了公共项目建设的效率和效果。自 2008 年金融危机后,利用社会资金进行基础设施建设成为新型的项目合作方式。发达国家对 PPP 项目的应用已成熟,如英国、美国和加拿大等;近年,发展中国家也开始关注 PPP 项目在本国的应用,如印度<sup>[2]</sup>。我国自 2012 年《国家基本公共服务体系“十二五”规划》发布以来,更是掀起了公私合作建设基础设施、提供公共服务的热潮。PPP 项目将在全世界成为一种趋势。

PPP 项目由于需求资金较多、周期长和参与方多等因素,使得风险完全由一方承担的合作难以达成。风险分担的思想就形成了。

PPP 项目成功的关键在于各参与主体之间合理的分担项目风险。合理的分担项目风险实质是风险责任和利益合理划分的过程,有利于达成合作的意愿,实现风险净收益最优。

## 1 PPP 项目参与主体的确定

传统意义上的 PPP 项目的参与主体抽象为政府部门和私人部门,因此,公共项目的风险分担模型以政府部门和私人部门两个主体为研究对象的较多<sup>[3,4]</sup>。由于大型 PPP 项目逐渐与国际接轨,国际合作项目的可能性提高。项目巨大的资金需求与项目的复杂性对于私人部门,除承建商外,还需有第三方的参与,如投资银行、国际银团、亚洲开发银行和世界银行等,因此,公共项目的风险分担模型从政府部门和私人部门两个主体扩展为政府部门、承建商和银行(团)三个主体<sup>[5]</sup>进行分析,有利于相关主体的决策,更有利于项目的顺利进行。

英国在公私合作的基础设施建设方面进行了深入的探索,除了 PF1 及 PF2 之外,基础设施战略合作(Strategic Infrastructure Partnership)、整合(Integrator)及联盟(Alliancing)也纳入 PPP 项目<sup>[2]</sup>。其中,联盟是一对多的合作,除了公共部门,还包括多于两个有共同目标的合作者<sup>[2]</sup>。

## 2 风险偏好的角度

PPP 项目公认的风险分担的原则是对风险最有控

收稿日期:2014-11-03

基金项目:四川省审计厅项目(201302B);川酒发展中心项目(CJZ13-03)

作者简介:葛 果(1990-),女,河南南阳人,硕士生,主要从事建设工程与项目管理方面的研究,(E-mail)2375406933@qq.com;

侯 懿(1971-),女,四川宜宾人,副教授,主要从事项目管理、会计与审计方面的研究,(E-mail)houyih@vip.sina.com

制力的一方承担相应的风险,承担的风险程度与所得回报成正相关关系<sup>[6]</sup>。不同的参与主体对同一风险因素的偏好程度不一样,愿意承担风险的意愿会影响其参与的可能性和参与的积极性<sup>[7-8]</sup>。本文从三个主体的风险偏好的角度建立 PPP 项目风险分担的博弈模型。

### 3 PPP 项目风险偏好的动态博弈模型

朱向东<sup>[5]</sup>认为,风险完全单方承担的博弈模型为静态博弈模型,多方共担的为动态博弈模型,他重点分析了基于三方的静态博弈风险分担模型。本文研究 PPP 项目的风险在政府部门、银行(团)和承建商三者之间的分配情况,属于多方共担的博弈模型,以此建立基于三方的动态博弈风险分担模型。

假设 PPP 项目的参与主体即政府部门、银行(团)和承建商以 1,2,3 代替。参与各方共同承担风险,参与者  $i(i=1,2,3)$  承担风险的风险收益  $R_i$ , 风险成本  $C_i$ , 参与各方的风险净收益  $NR_i$ , 参与方承担风险的比例  $P_i$ , 风险收益和风险成本与风险  $V$  均成线性关系<sup>[9]</sup>, 可表示为:

$$R_i = f(V) = \alpha_i V$$

$$C_i = g(V) = \beta_i V$$

式中,  $\alpha_i, \beta_i$  为常数。

令  $\varphi_i = \alpha_i - \beta_i$ , 称  $\varphi_i$  为  $i$  的风险偏好系数, 净收益  $NR_i = R_i - C_i = \varphi_i V$ 。

参与方有都承担风险( $b_y$ )和不承担风险( $b_n$ )两种选择,  $b_y$  为承担风险付出的努力,  $b_n$  为不承担风险, 即不付出努力。

$$R_i = f(V) = \alpha_i b_y$$

$$C_i = g(V) = \beta_i b_y$$

$$NR_i = R_i - C_i = \varphi_i b_y$$

项目的产出收益是由参与各方分担风险做出的努力和自然环境共同确定的<sup>[9]</sup>, 假定产出函数为  $\pi$ , 则共同合作的产出收益:

$$\pi = f(b_1, b_2, b_3) + \varepsilon$$

其中,  $\varepsilon$  是自然环境变量, 服从正态分布  $N(0, \sigma^2)$ 。  $b_i$  表示第  $i$  个参与方为风险付出努力的程度。

参与方产出函数  $Q(b_1, b_2, b_3)$  可由不变替代弹性函数(CES)<sup>[10-12]</sup>表示。

$$f = (k_1 b_1^r + k_2 b_2^r + k_3 b_3^r)^{\frac{1}{r}}$$

其中,  $k_1, k_2, k_3, k_1 + k_2 + k_3 = 1, k_i$  为第  $i$  个参与方做出的努力对产出的影响度, 本文  $k_i$  表达为第  $i$  个参与方承担风险的比例, 即  $k_1 = P_1, k_2 = P_2, k_3 = P_3, r$  表示团队合作

度,  $\gamma \in [0, 1]$ 。据本文的情况, 不变替代弹性函数可表示为:

$$f(b_1, b_2, b_3) = (P_1 b_1^{1-r} + P_2 b_2^{1-r} + P_3 b_3^{1-r})^{1/(1-r)}$$

其中,  $P_1, P_2, P_3, \gamma \in [0, 1], P_1 + P_2 + P_3 = 1$ 。

当参与方都选择承担风险时, 产出收益:

$$\pi_i = f_1(b_1, b_2, b_3) = (P_1 b_y^{1-r} + P_2 b_y^{1-r} + P_3 b_y^{1-r})^{1/(1-r)} = b_y$$

其中, 风险净收益:

$$NR_i = \alpha_i P_i b_y - \beta_i P_i b_y = \varphi_i P_i b_y, i = 1, 2, 3$$

当政府部门选择承担风险, 银团不承担风险, 承建商承担风险时, 产出收益:

$$\pi_i = f_2(b_1, b_2, b_3) = (P_1 b_y^{1-r} + P_2 b_n^{1-r} + P_3 b_y^{1-r})^{1/(1-r)} = P_1 b_y + P_3 b_y$$

其中, 风险净收益:

$$NR_i = \alpha_i P_i b_y - \beta_i P_i b_y = \varphi_i P_i b_y, i = 1, 3$$

当政府部门和银团都选择承担风险, 承建商不承担风险时, 其产出收益:

$$\pi_i = f_3(b_1, b_2, b_3) = (P_1 b_y^{1-r} + P_2 b_y^{1-r} + P_3 b_n^{1-r})^{1/(1-r)} = P_1 b_y + P_2 b_y$$

其中, 风险净收益:

$$NR_i = \alpha_i P_i b_y - \beta_i P_i b_y = \varphi_i P_i b_y, i = 1, 2$$

当政府部门不承担风险, 银团和承建商承担风险时, 产出收益:

$$\pi_i = f_4(b_1, b_2, b_3) = (P_1 b_n^{1-r} + P_2 b_y^{1-r} + P_3 b_y^{1-r})^{1/(1-r)} = P_2 b_y + P_3 b_y$$

其中, 风险净收益:

$$NR_i = \alpha_i P_i b_y - \beta_i P_i b_y = \varphi_i P_i b_y, i = 2, 3$$

当政府部门和银团都不承担风险, 承建商承担风险时, 产出收益:

$$\pi_i = f_5(b_1, b_2, b_3) = (P_1 b_n^{1-r} + P_2 b_n^{1-r} + P_3 b_y^{1-r})^{1/(1-r)} = P_3 b_y$$

其中, 风险净收益:

$$NR_i = \alpha_3 P_3 b_y - \beta_3 P_3 b_y = \varphi_3 P_3 b_y$$

当政府部门承担风险, 银团和承建商不承担风险时, 产出收益:

$$\pi_i = f_6(b_1, b_2, b_3) = (P_1 b_y^{1-r} + P_2 b_n^{1-r} + P_3 b_n^{1-r})^{1/(1-r)} = P_1 b_y$$

其中,风险净收益:

$$NR_i = \alpha_1 P_1 b_y - \beta_1 P_1 b_y = \varphi_1 P_1 b_y$$

当政府部门和承建商都不承担风险,银团承担风险

时,产出收益:

$$\begin{aligned} \pi_i &= f_7(b_1, b_2, b_3) = \\ & (P_1 b_n^{1-r} + P_2 b_y^{1-r} + P_3 b_n^{1-r})^{1/(1-r)} = \\ & P_2 b_y \end{aligned}$$

其中,风险净收益:

$$NR_i = \alpha_2 P_2 b_y - \beta_2 P_2 b_y = \varphi_2 P_2 b_y$$

当三方均不承担风险时,产出收益

$$\begin{aligned} \pi_i &= f_8(b_1, b_2, b_3) = \\ & (P_1 b_n^{1-r} + P_2 b_n^{1-r} + P_3 b_n^{1-r})^{1/(1-r)} = \\ & b_n \end{aligned}$$

其中,风险净收益  $NR_i = 0$ 。

项目参与方的收益  $T_i$  由两部分组成,即参与方共同合作的产出收益  $\pi$  以及承担风险所获得的风险净收益  $NR_i$ 。

$$T_i = \pi + NR_i$$

参与三方的博弈支付矩阵见表 1,均衡结果见表 2。

表 1 基于风险偏好的三方合作博弈支付矩阵

政府(A <sub>1</sub> )		$b_y$		$b_n$	
银团(A <sub>2</sub> )		$b_y$	$b_n$	$b_y$	$b_n$
承建商(A <sub>3</sub> )	$b_y$	$\begin{pmatrix} b_y + \varphi_1 P_1 b_y, \\ b_y + \varphi_2 P_2 b_y, \\ b_y + \varphi_3 P_3 b_y \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} P_1 b_y + P_3 b_y + \varphi_1 P_1 b_y, \\ P_1 b_y + P_3 b_y, \\ P_1 b_y + P_3 b_y + \varphi_3 P_3 b_y \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} P_2 b_y + P_3 b_y, \\ P_2 b_y + P_3 b_y + \varphi_2 P_2 b_y, \\ P_2 b_y + P_3 b_y + \varphi_3 P_3 b_y \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} P_3 b_y, \\ P_3 b_y, \\ P_3 b_y + \varphi_3 P_3 b_y \end{pmatrix}$
	$b_n$	$\begin{pmatrix} P_1 b_y + P_2 b_y + \varphi_1 P_1 b_y, \\ P_1 b_y + P_2 b_y + \varphi_2 P_2 b_y, \\ P_1 b_y + P_2 b_y \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} P_1 b_y + \varphi_1 P_1 b_y, \\ P_1 b_y, \\ P_1 b_y \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} P_2 b_y, \\ P_2 b_y, \\ P_2 b_y + \varphi_2 P_2 b_y \end{pmatrix}$	(0,0,0)

表 2 纳什均衡的结果

风险分担战略集合	风险偏好度 $\varphi_i$		
	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
承担,承担,承担	>0	>0	>0
承担,不承担,承担	>0	≤0	>0
承担,承担,不承担	>0	>0	≤0
不承担,承担,承担	≤0	>0	>0
承担,不承担,不承担	>0	≤0	≤0
不承担,承担,不承担	≤0	>0	≤0
不承担,不承担,承担	≤0	≤0	>0
不承担,不承担,不承担	≤0	≤0	≤0

#### 4 纳什协商对策解

如果对策各方都能遵守共同的协商准则来选择对策的解,那么就不必在第三方参与下求得协商对策的解。

纳什协商解是在效用集  $W$  中选择一点  $U^*(u_1, u_2, \dots, u_n)$ ,使得  $\text{Max} f(u) = \prod (u_i - d_i)$ ,其中  $d_i$  为决策者的现状点(威胁点),它是在协商对策进行之前就确定的,对策参与方以此互为威胁,若无法达成协议就以此点为解,但参与方达成一致意见的解与该点的解相比对参与人更有利。

基于纳什协商理论提出的风险分担模型的建立步骤如下:

第一步,找出项目参与方的利益冲突点,以此确定项目参与者的决策目标向量  $g_i(X_i)$ 。

第二步,确定目标向量空间  $Y_i$ 。

第三步,确定各决策者的分价值函数  $T_{i1}(g_{i1}), T_{i2}(g_{i2}), \dots, T_{ik}(g_{ik})$ 。

第四步,选择合适的合并规则应用到分价值函数,以此写出多价值函数。

第五步,确定每个决策者的威胁点  $d_i$ 。

第六步,根据数学规划

$$\begin{aligned} & \prod_{i=1}^n (U_i(X_i^*, \overline{X_i^*}) - d_i) = \\ & \max \prod_{i=1}^n (U_i(X_i^*, \overline{X_i^*}) - d_i) \end{aligned}$$

解出纳什协商对策解,得出项目的风险分担决策解。

#### 5 模型的建立

假定各参与方的风险偏好不随其他参与方的风险偏好的改变而改变。

由于参与三方共同承担风险,需要确定各自的风险分担的比例,这样尽可能的降低风险并取得可能高的风险净收益。对于政府、银行(团)和承建商共同承担风险的情况,合作的博弈模型的纳什策略是  $(b_y, b_y, b_y)$ 。则三方的收益:

$$\begin{aligned} T_1 &= b_y + \alpha_1 P_1 b_y - \beta_1 P_1 b_y = b_y + \varphi_1 P_1 b_y \\ T_2 &= b_y + \alpha_2 P_2 b_y - \beta_2 P_2 b_y = b_y + \varphi_2 P_2 b_y \\ T_3 &= b_y + \alpha_3 P_3 b_y - \beta_3 P_3 b_y = b_y + \varphi_3 P_3 b_y \end{aligned}$$

其中,  $T_1, T_2, T_3$  分别是政府、银行(团)和承建商的分价值函数。

对项目决策者而言,首先应确定项目参与者自身的

分目标的价值函数,其次选择合适的合并规则以更好的体现各分目标与总目标之间的关系。由于总目标的价值是基于各分目标共同合作博弈的结果,参与三方的分价值函数相对于总价值函数都是必须的,因此,采用乘法规则确定效用函数。

$$T_i = \prod_{j=1}^{i-1} (T_{ij})$$

建立最优化模型:

$$\max F(T) = T_1 \times T_2 \times T_3 =$$

$$(b_y + \varphi_1 P_1 b_y)(b_y + \varphi_2 P_2 b_y)(b_y + \varphi_3 P_3 b_y)$$

其中,  $P_1 + P_2 + P_3 = 1$ ,  $\varphi_i$  为第  $i$  个主体的风险偏好系数。

### 6 模型的求解

最优化问题的 Lagrange 函数:

$$G = (b_y + \varphi_1 P_1 b_y)(b_y + \varphi_2 P_2 b_y)(b_y + \varphi_3 P_3 b_y) + \lambda(P_1 + P_2 + P_3 - 1) \quad (1)$$

式中,  $\lambda$  为 Lagrange 乘数。则(1)式的最优解满足一阶条件:

$$\frac{\partial G}{\partial P_1} = 0, \frac{\partial G}{\partial P_2} = 0, \frac{\partial G}{\partial P_3} = 0 \quad (2)$$

即有:

$$\begin{cases} \frac{\partial G}{\partial P_1} = (b_y + \varphi_2 P_2 b_y)(b_y + \varphi_3 P_3 b_y)\varphi_1 b_y + \lambda = 0 \\ \frac{\partial G}{\partial P_2} = (b_y + \varphi_1 P_1 b_y)(b_y + \varphi_3 P_3 b_y)\varphi_2 b_y + \lambda = 0 \\ \frac{\partial G}{\partial P_3} = (b_y + \varphi_1 P_1 b_y)(b_y + \varphi_2 P_2 b_y)\varphi_3 b_y + \lambda = 0 \end{cases} \quad (3)$$

整理(3)式可得:

$$P_1 = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\varphi_2} + \frac{1}{\varphi_3} - \frac{2}{\varphi_1} + 1 \right)$$

$$P_2 = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\varphi_1} + \frac{1}{\varphi_3} - \frac{2}{\varphi_2} + 1 \right)$$

$$P_3 = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\varphi_2} + \frac{1}{\varphi_1} - \frac{2}{\varphi_3} + 1 \right)$$

假设风险偏好系数  $\varphi_i$  为整数,则由纳什均衡分析可知:共同承担风险条件下,三方的风险偏好系数均大于零。

### 7 数值赋值

通过对风险偏好赋值,可以确定三方基于风险偏好的最优风险分担比例。

由表3可得出:风险偏好较大的一方应承担更多的风险;三者的风险偏好相等时则三方均担风险。风险处理能力较高的一方应承担较大比例的风险。

表3 参数赋值

参数	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$
赋值1	4	6	3
	$P_1 = \frac{1}{3}$	$P_2 = \frac{5}{12}$	$P_3 = \frac{1}{4}$
赋值2	3	3	2
	$P_1 = \frac{7}{18}$	$P_2 = \frac{7}{18}$	$P_3 = \frac{2}{9}$
赋值3	5	4	2
	$P_1 = \frac{9}{20}$	$P_2 = \frac{8}{20}$	$P_3 = \frac{3}{20}$
赋值4	5	5	5
	$P_1 = \frac{1}{3}$	$P_2 = \frac{1}{3}$	$P_3 = \frac{1}{3}$

当风险偏好已知时,由模型可求解出基于此风险偏好下最优的风险分担比例(表4)。

表4 风险净收益的数值模拟

	风险净收益	
赋值1	$P_1 = \frac{4}{12}, P_2 = \frac{5}{12}, P_3 = \frac{3}{12}$ $\frac{9}{2}b_y$	$P_1 = \frac{1}{3}, P_2 = \frac{1}{3}, P_3 = \frac{1}{3}$ $\frac{13}{3}b_y$
赋值2	$P_1 = \frac{7}{18}, P_2 = \frac{7}{18}, P_3 = \frac{2}{9}$ $\frac{25}{9}b_y$	$P_1 = \frac{1}{3}, P_2 = \frac{1}{3}, P_3 = \frac{1}{3}$ $\frac{8}{3}b_y$
赋值3	$P_1 = \frac{9}{20}, P_2 = \frac{8}{20}, P_3 = \frac{3}{20}$ $\frac{83}{20}b_y$	$P_1 = \frac{1}{3}, P_2 = \frac{1}{3}, P_3 = \frac{1}{3}$ $\frac{11}{3}b_y$

## 8 结束语

本文基于风险偏好的角度建立三方合作三方承担的动态博弈模型,确定了参与各方最优的风险分担比例。由表 4 的数值模拟可知,合理的风险分担比例比三方均担获得的风险净收益高。该模型的主体由两方扩展到三方,更符合大型 PPP 项目在实际工程中的参与主体的个数,该模型的解给出了各参与方的风险偏好与其承担风险的比例之间的数值关系。数值模拟表明,此模型与定性分析的结论一致,即风险处理能力较大的一方应承担较多的风险,三方风险偏好相等时则均担风险;合理的风险分担比例比三方均担获得的风险净收益高。确定最优的风险分担比例不仅可以获得最优的项目收益,而且有利于项目参与方之间达成协议,最终使项目顺利完成。

本文假定各参与方对某一风险的风险偏好是互不干扰。如果一方的风险偏好因其他方的风险偏好改变而改变,那么此时的三方风险分担比例有待进一步分析。

### 参考文献:

- [1] 杜亚灵,尹贻林.PPP 项目风险分担研究述评[J].建筑经济,2011(4):29-34.
- [2] 李明哲.国外 PPP 发展动态述评[J].建筑经济,2014(1):5-8.
- [3] Lam K C,Wang D,Patricia T K,et al.Modeling risk allocation decision in construction contracts[J].International Journal of Project Management,2007,25(5):485-493.
- [4] 杨卫华.基于风险分担的高速公路 BOT 项目特许定价研究[D].大连:大连理工大学,2007.
- [5] 朱向东,肖翔,征娜.基于三方博弈模型的轨道交通 PPP 项目风险分担研究[J].河北工业大学学报,2013,42(2):98-101.
- [6] 刘新平,王守青.试论 PPP 项目的风险分担原则和框架[J].建筑经济,2006(2):59-63.
- [7] 姜兴国,张尚.工程合同风险管理理论与实务[M].北京:中国建筑工业出版社,2007.
- [8] 张凤明,徐满华.工程项目融资风险偏好的博弈分析[J].工程建设,2008,40(2):57-60.
- [9] 王颖林,刘继才,赖茂宇.基于风险偏好的 PPP 项目风险分担博弈模型[J].建筑经济,2013(12):44-47.
- [10] 田盈,蒲勇健.多任务委托-代理关系中激励机制优化设计[J].管理工程学报,2006,20(1):24-26.
- [11] 陈芳平,姬新龙.互惠合作下金融资本、文化企业及政府行为博弈[J].兰州学刊,2014(9):189-196.
- [12] 姜树元,姜青舫.定常风险偏好效用函数式及其参数确定问题[J].中国管理科学,2007,15(1):17-20.

## Three Sides Game Models of Risk Allocation for PPP Project Based on Risk Preference

GE Guo, HOU Yi

(School of Economics and Management, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong 643000, China)

**Abstract:** The cooperation game model of relevant parties in PPP project can be divided into static model with unilateral undertake and dynamic game model with multilateral Shared. Based on the literature analysis of dynamic game model about two bodies and static game model about three bodies, a dynamic game model of the three subjects is established, and the relationship between risk appetite and the ratio of risk allocation is given. According to the numerical simulation, it is showed that the model not only agrees with the qualitative conclusion that “the greater the risk appetite bear more risk, the more the reward”, bnf also gives the ratio of risk allocation to make the project optimal.

**Key words:** PPP projects; risk preference; three bodies' game; game model; ratio of risk allocation