文章编号:1673-1549(2014)03-0090-05　　DOI:10.11863/j. suse. 2014. 03. 20

R_0 代数的直觉模糊子代数

许宏伟, 张又林, 刘卫锋

(郑州航空工业管理学院数理系, 郑州 450015)

摘　要:将直觉模糊集与 R_0 代数相结合,定义了 R_0 代数的直觉模糊子代数的概念。讨论了 R_0 代数的直觉模糊子代数与 R_0 子代数之间的关系;证明了 R_0 代数的直觉模糊子代数的交是 R_0 代数的直觉模糊子代数;定义了 R_0 代数的直觉模糊子代数的像与逆像,证明了 R_0 代数的直觉模糊子代数的同态像和同态逆像也是 R_0 代数的直觉模糊子代数。研究结果进一步丰富和完善了 R_0 代数的模糊理论。

关键词:模糊逻辑; R_0 代数;直觉模糊子代数;直觉模糊集

中图分类号:O141;O159　　**文献标志码**:A

引　言

自文献[1]提出 R_0 代数理论以来, R_0 代数引起了许多学者的注意和研究,并取得了一系列有意义的成果。其中,文献[2]在 R_0 代数引入 MP 滤子及同余关系的概念,并讨论了它们的若干重要性质;文献[3]给出 R_0 代数的滤子与理想的性质;文献[4]证明了 R_0 代数是与 NM 代数等价的一种代数结构;文献[5]对 R_0 代数系统地做了介绍和总结。同时,一些学者将模糊集等理论应用到 R_0 代数,丰富了 R_0 代数的模糊集理论,推动了非经典逻辑的发展,其中,文献[6]讨论了 R_0 代数的模糊 MP 滤子的概念与相关性质;文献[7]利用模糊点与模糊集之间的属于关系和拟重合关系在 R_0 代数中引入了 (λ,μ) - 模糊滤子的概念,并讨论了它们的性质与相关关系;文献[8]讨论了 R_0 代数的模糊子代数与模糊关联 MP 滤子的概念和性质;文献[9]引入了区间值模糊 R_0 子代数的概念并研究它的性质;文献[10]将粗集理论与 R_0 代数相结合,讨论了 R_0 代数的粗糙滤子的相关性质。直觉模糊集作为模糊集的推广,由于它考虑了隶属度和非隶属度,因此在处理不确定现象时比模糊集更灵活有效,因此研究 R_0 代数的直觉模糊理论是有意义的。但是目前为止,还没有见到将直觉模糊集理论应用到 R_0 代数的研究报道,为此,本文将直觉模糊集应用到 R_0 代数之中,通过引入 R_0 代数的直觉模糊子代数的概念,讨论了 R_0 代数的直觉模糊子代数与 R_0 子代数之间的关系,证明了 R_0 代数的直觉模糊子代数的交是 R_0 代数的直觉模糊子代数,并定义了 R_0 代数的直觉模糊子代数的像与逆像,得到了 R_0 代数的直觉模糊子代数的同态定理。本文结果推广和丰富了 R_0 代数模糊子代数的相关结论,为进一步研究 R_0 代数提供导向,同时也丰富了非经典数理逻辑的内容,推动了非经典数理逻辑的发展。

1　相关概念

定义 1[1]　设 M 是 $(\neg, \vee, \rightarrow)$ 型代数,如果 M 上有偏序关系 $\leqslant$,使 $(M, \leqslant)$ 成为有界分配格,且 $\vee$ 是关于偏序 $\leqslant$ 的上确界运算,$\neg$ 是关于偏序 $\leqslant$ 的逆序对合对应,且 $\forall x,y,z \in M$, 有

(1) $\neg x \rightarrow \neg y = y \rightarrow x$

(2) $1 \rightarrow x = x, x \rightarrow x = 1$

(3) $y \rightarrow z \leqslant (x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)$

收稿日期:2013-12-19

基金项目:中国航空工业集团基金项目(2013ZD55006);河南省教育厅项目(2013GGJS-142)

作者简介:许宏伟(1957-),男,江苏无锡人,副教授,主要从事应用数学、模糊数学方面的研究,(E-mail)xhwzzia@163.com

(4) $x \to (y \to z) = y \to (x \to z)$

(5) $x \to (y \vee z) = (x \to y) \vee (x \to z)$

(6) $(x \to y) \vee ((x \to y) \to (\neg x \vee y)) = 1$

其中,1 是 $(M, \leqslant)$ 中的最大元,则称 M 为 R_0 代数,用 x' 表示 $\neg x$, R_0 代数 M 上的所有模糊集用 $F(M)$ 表示。

定义 2[8]　设 $A \in F(M)$,若 $\forall x,y \in M$, 有

(1) $A(1) = A(0)$

(2) $A(x \vee y) \geqslant A(x) \wedge A(y)$

(3) $A(x \to y) \geqslant A(x) \wedge A(y)$

则称 A 是 R_0 代数 M 的模糊子代数。

定义 3[10]　设 X 为非空经典集, $A = \{ < x, \mu_A(x), \nu_A(x) > | 0 \leqslant \mu_A(x) + \nu_A(x) \leqslant 1, x \in X\}$ 称为 X 上的一个直觉模糊集,其中 $\mu_A(x): X \to [0,1]$, $\nu_A(x): X \to [0,1]$ 是 X 上的模糊集,且 $\mu_A(x), \nu_A(x)$ 分别表示 X 上元素 x 属于 A 的隶属度和非隶属度。

为方便起见,将 $0 \leqslant \mu_A(x) + \nu_A(x) \leqslant 1$ 省略,直觉模糊集 A 简记为 $A = \{ < x, \mu_A(x), \nu_A(x) > | x \in X\}$, 并用 $IF(X)$ 表示 X 上所有直觉模糊集。

定义 4[10]　设 X 为非空经典集, $A, B \in IF(X)$, 且 $A = \{ < x, \mu_A(x), \nu_A(x) > | x \in X\}$, $B = \{ < x, \mu_B(x), \nu_B(x) > | x \in X\}$, 定义

(1) $A = B \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x), \nu_A(x) = \nu_B(x)$, $\forall x \in X$

(2) $A \subset B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leqslant \mu_B(x), \nu_A(x) \geqslant \nu_B(x)$, $\forall x \in X$

(3) $A \cap B = \{ < x, \mu_A(x) \wedge \mu_B(x), \nu_A(x) \vee \nu_B(x) > | x \in X\}$

(4) $A \cup B = \{ < x, \mu_A(x) \vee \mu_B(x), \nu_A(x) \wedge \nu_B(x) > | x \in X\}$

(5) $\Box A = \{ < x, \mu_A(x), 1 - \mu_A(x) > | x \in X\}$

(6) $\Diamond A = \{ < x, 1 - \nu_A(x), \nu_A(x) > | x \in X\}$

2　主要结论

定义 5　设 M 为 R_0 代数, $A \in IF(X)$, 若 $\forall x,y \in M$, 下面条件成立

(1) $\mu_A(1) = \mu_A(0), \nu_A(1) = \nu_A(0)$

(2) $\mu_A(x \vee y) \geqslant \mu_A(x) \wedge \mu_A(y), \nu_A(x \vee y) \leqslant \nu_A(x) \vee \nu_A(y)$

(3) $\mu_A(x \to y) \geqslant \mu_A(x) \wedge \mu_A(y), \nu_A(x \to y) \leqslant \nu_A(x) \vee \nu_A(y)$

则称 A 是 R_0 代数 M 的直觉模糊子代数。

定理 1　设 $A \in IF(M)$ 是 R_0 代数 M 的一个直觉模糊子代数,则 $\forall x,y \in M$, 有

(1) $\mu_A(1) = \mu_A(0) \geqslant \mu_A(x), \nu_A(1) = \nu_A(0) \leqslant \nu_A(x)$

(2) $\mu_A(x) = \mu_A(x'), \nu_A(x) = \nu_A(x')$

(3) $\mu_A(x \wedge y) \geqslant \mu_A(x) \wedge \mu_A(y), \nu_A(x \wedge y) \leqslant \nu_A(x) \vee \nu_A(y)$

证明　(1) $\mu_A(0) = \mu_A(1) = \mu_A(x \to x) \geqslant \mu_A(x) \wedge \mu_A(x) = \mu_A(x)$

$\nu_A(0) = \nu_A(1) = \nu_A(x \to x) \leqslant \nu_A(x) \vee \nu_A(x) = \nu_A(x)$

(2) $\mu_A(x) = \mu_A(1 \to x) = \mu_A(x' \to 0) \geqslant \mu_A(x') \wedge \mu_A(0) \geqslant \mu_A(x')$

又

$$\mu_A(x') = \mu_A(x \to 0) \geqslant \mu_A(x) \wedge \mu_A(0) \geqslant \mu_A(x)$$

所以, $\mu_A(x) = \mu_A(x')$。

同理可证 $\nu_A(x) = \nu_A(x')$。

(3) $\mu_A(x \wedge y) = \mu_A((x' \vee y')') = \mu_A(x' \vee y') \geqslant \mu_A(x') \wedge \mu_A(y') = \mu_A(x) \wedge \mu_A(y)$

$\nu_A(x \wedge y) = \nu_A((x' \vee y')') = \nu_A(x' \vee y') \leqslant \nu_A(x') \vee \nu_A(y') = \nu_A(x) \vee \nu_A(y)$

定理 2　设 $A \in IF(M)$ 是 R_0 代数 M 的一个直觉模糊集,则 A 是 M 的直觉模糊子代数充分必要条件是, $\forall t \in [0,1]$, 当 $U_{A_t} = \{x \in M | \mu_A(x) \geqslant t\} \neq \Phi$, $V_{A_t} = \{x \in M | \nu_A(x) \leqslant t\} \neq \Phi$ 时, U_{A_t}, V_{A_t} 是 M 的子代数。

证明　必要性:已知 A 是 M 的直觉模糊子代数。对 $\forall t \in [0,1]$, 若 $U_{A_t} \neq \Phi$, 则 $\forall x,y \in U_{A_t}$, 有 $\mu_A(0) = \mu_A(1) \geqslant \mu_A(x) \geqslant t$, 于是 $0,1 \in U_{A_t}$; 又 $\mu_A(x \vee y) \geqslant \mu_A(x) \wedge \mu_A(y) \geqslant t$, 故 $x \vee y \in U_{A_t}$; 又由 $\mu_A(x \to y) \geqslant \mu_A(x) \wedge \mu_A(y) \geqslant t$ 可知, $x \to y \in U_{A_t}$; 最后,由 $\mu_A(x') \geqslant \mu_A(x) \geqslant t$ 得, $x' \in U_{A_t}$。所以 U_{A_t} 是 M 的子代数。

同理可证, V_{A_t} 是 M 的子代数。

充分性:已知当 $U_{A_t} \neq \Phi, V_{A_t} \neq \Phi$ 时, U_{A_t}, V_{A_t} 是 M 的子代数。$\forall x,y \in M$,令 $\mu_A(x) \wedge \mu_A(y) = t$, 则 $\mu_A(x) \geqslant t$, $\mu_A(y) \geqslant t$,由 U_{A_t} 是 M 的子代数可知, $x \vee y \in U_{A_t}$, $x \to y \in U_{A_t}$, 所以 $\mu_A(x \vee y) \geqslant t = \mu_A(x) \wedge \mu_A(y)$, $\mu_A(x \to y) \geqslant t = \mu_A(x) \wedge \mu_A(y)$。设 $\mu_A(1) = \lambda$, 则 $U_{A_\lambda} \neq \Phi$, 故 U_{A_λ} 是 M 的子代数,从而 $0 \in U_{A_\lambda}$, 即有 $\mu_A(0) \geqslant \lambda = \mu_A(1)$。同理可证 $\mu_A(1) \geqslant \mu_A(0)$, 于是

$\mu_A(1) = \mu_A(0)$。

类似地,可以证明, $\forall x,y \in M$,有 $\nu_A(x \vee y) \leqslant \nu_A(x) \vee \nu_A(y)$, $\nu_A(x \to y) \leqslant \nu_A(x) \vee \nu_A(y)$, $\nu_A(1) = \nu_A(0)$。

所以,A 是 M 的直觉模糊子代数。

定理 3 设 $A,B \in IF(X)$ 是 R_0 代数 M 的直觉模糊子代数,则 $A \cap B$ 也是 M 的直觉模糊子代数,其中 $\mu_{A\cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)$, $\nu_{A\cap B}(x) = \nu_A(x) \vee \nu_B(y)$, $\forall x \in M$。

证明 $\forall x,y \in M$,则

$$\mu_{A\cap B}(1) = \mu_A(1) \wedge \mu_B(1) = \mu_A(0) \wedge \mu_B(0) = \mu_{A\cap B}(0)$$

$$\nu_{A\cap B}(1) = \nu_A(1) \vee \nu_B(1) = \nu_A(0) \vee \nu_B(0) = \nu_{A\cap B}(0)$$

$$\mu_{A\cap B}(x \vee y) = \mu_A(x \vee y) \wedge \mu_B(x \vee y) \leqslant \mu_A(x) \wedge \mu_A(y) \wedge \mu_B(x) \wedge \mu_B(y) = (\mu_A(x) \wedge \mu_B(x)) \wedge (\mu_A(y) \wedge \mu_B(y)) = \mu_{A\cap B}(x) \wedge \mu_{A\cap B}(y)$$

$$\nu_{A\cap B}(x \vee y) = \nu_A(x \vee y) \vee \nu_B(x \vee y) \leqslant \nu_A(x) \vee \nu_A(y) \vee \nu_B(x) \vee \nu_B(y) = (\nu_A(x) \vee \nu_B(x)) \vee (\nu_A(y) \vee \nu_B(y)) = \nu_{A\cap B}(x) \vee \nu_{A\cap B}(y)$$

同理可证, $\mu_{A\cap B}(x \to y) \leqslant \mu_{A\cap B}(x) \wedge \mu_{A\cap B}(y)$, $\nu_{A\cap B}(x \to y) \leqslant \nu_{A\cap B}(x) \vee \nu_{A\cap B}(y)$。

所以,$A \cap B$ 也是 M 的直觉模糊子代数。

例 1 设 $A,B \in IF(X)$ 是 R_0 代数 M 的直觉模糊子代数,则 $A \cup B$ 未必是 M 的直觉模糊子代数。

设 $X = \{a,b,c\}$, $M = 2^X$ 为 R_0 代数,其中 $\forall C,D \subseteq X$, $\neg C = X - C$, $C \vee D = C \cup D$, $C \to D = \neg C \cup D$,定义 M 上两个直觉模糊集 A,B 为:

$$\mu_A(\Phi) = \mu_A(\{a,b,c\}) = \mu_A(\{a\}) = \mu_A(\{b,c\}) = 1$$

$$\mu_A(\{b\}) = \mu_A(\{a,c\}) = \mu_A(\{c\}) = \mu_A(\{a,b\}) = 0.8$$

$$\nu_A(\Phi) = \nu_A(\{a,b,c\}) = \nu_A(\{a\}) = \nu_A(\{b,c\}) = 0.7$$

$$\nu_A(\{b\}) = \nu_A(\{a,c\}) = \nu_A(\{c\}) = \nu_A(\{a,b\}) = 0.9$$

$$\mu_B(\Phi) = \mu_B(\{a,b,c\}) = \mu_B(\{b\}) = \mu_B(\{a,c\}) = 1$$

$$\mu_B(\{a\}) = \mu_B(\{b,c\}) = \mu_B(\{c\}) = \mu_B(\{a,b\}) = 0.6$$

$$\nu_B(\Phi) = \nu_B(\{a,b,c\}) = \nu_B(\{b\}) = \nu_B(\{a,c\}) = 0.4$$

$$\nu_B(\{a\}) = \nu_B(\{b,c\}) = \nu_B(\{c\}) = \nu_B(\{a,b\}) = 0.5$$

则可以验证 A,B 是 M 的直觉模糊子代数。

但是,由于 $\mu_{A\cup B}(\{a\} \cup \{b\}) = 0.8 < 1 = \mu_{A\cup B}(\{a\}) \wedge \mu_{A\cup B}(\{b\})$,所以 $A \cup B$ 不是 M 的直觉模糊子代数。

定理 4 设 $A_i, i \in I$ (I 是指标集)是 R_0 代数 M 的直觉模糊子代数,则 $\bigcap_{i\in I} A_i$ 也是 M 的直觉模糊子代数。

定理 5 设 A 是 R_0 代数 M 的直觉模糊子代数,则 $\square$A, $\diamond$A 也是 M 的直觉模糊子代数。

证明 已知,令 $\delta_A(x) = 1 - \mu_A(x)$,于是

$$\delta_A(1) = 1 - \mu_A(1) = 1 - \mu_A(0) = \delta_A(0)$$

$$\delta_A(x \vee y) = 1 - \mu_A(x \vee y) \leqslant 1 - \mu_A(x) \wedge \mu_A(y) = (1 - \mu_A(x)) \vee (1 - \mu_A(y)) = \delta_A(x) \vee \delta_A(y)$$

$$\delta_A(x \to y) = 1 - \mu_A(x \to y) \leqslant 1 - \mu_A(x) \wedge \mu_A(y) = (1 - \mu_A(x)) \vee (1 - \mu_A(y)) = \delta_A(x) \vee \delta_A(y)$$

即 $\square A$ 是 M 的直觉模糊子代数。

同理可证, $\diamond A$ 是 M 的直觉模糊子代数。

定理 6 设 A 是 R_0 代数 M 的直觉模糊子代数,则 $M_A = \{x \in M \mid \mu_A(x) = \mu_A(0), \nu_A(x) = \nu_A(0)\}$ 是 M 的子代数。

证明 首先,由定义可知 $\mu_A(1) = \mu_A(0)$, $\nu_A(1) = \nu_A(0)$,即 $1,0 \in M_A$;其次, $\forall x,y \in M_A$,则 $\mu_A(x') = \mu_A(x) = \mu_A(0)$, $\nu_A(x') = \nu_A(x) = \nu_A(0)$,即 $x' \in M_A$; $\mu_A(x \vee y) \geqslant \mu_A(x) \wedge \mu_A(y) = \mu_A(0)$,又 $\mu_A(0) \geqslant \mu_A(x \vee y)$,故 $\mu_A(x \vee y) = \mu_A(0)$。$\nu_A(x \vee y) \leqslant \nu_A(x) \vee \nu_A(y) = \nu_A(0)$,又 $\nu_A(0) \leqslant \nu_A(x \vee y)$,故 $\nu_A(x \vee y) = \nu_A(0)$,即 $x \vee y \in M_A$。

同理可证, $x \to y \in M_A$。

所以, M_A 是 M 的子代数。

定义 6 设 M_1, M_2 是 R_0 代数, f 是 M_1 到 M_2 的一个同态映射,则由 f 诱导出的两个直觉模糊集合间的映射为:

(1) $f: IF(M_1) \to IF(M_2)$,对于 M_1 上的任意一个直觉模糊集 $A = \{ < x, \mu_A(x), \nu_A(x) > \mid x \in M_1\}$,即 $A \in IF(M_1)$,则 $f(A) \in IF(M_2)$,其隶属函数和非隶属函数为:

$$\mu_{f(A)}(y) = \sup_{f(x)=y}\mu_A(x)$$

$$\nu_{f(A)}(y) = \inf_{f(x)=y}\nu_A(x), \forall y \in M_2$$

（2）$f^{-1}: IF(M_2) \to IF(M_1)$，对于 M_2 上的任意一个直觉模糊集 $B = \{< x, \mu_B(x), \nu_B(x) > | x \in X\}$，即 $B \in IF(M_2)$，则 $f^{-1}(B) \in IF(M_1)$，其隶属函数和非隶属函数为：

$$\mu_{f^{-1}(B)}(x) = \mu_B(f(x)), \nu_{f^{-1}(B)}(x) = \nu_B(f(x)), \forall x \in M_1$$

定理 7 设 M_1, M_2 是 R_0 代数，f 是 M_1 到 M_2 的同态映射，则

（1）若 A 是 M_1 的直觉模糊子代数，则 $f(A)$ 是 M_2 的直觉模糊子代数。

（2）若 B 是 M_2 的直觉模糊子代数，则 $f^{-1}(B)$ 是 M_1 的直觉模糊子代数。

证明 （1）已知 A 是 M_1 的直觉模糊子代数。首先，由 f 是 M_1 到 M_2 的同态映射可知，$f(1) = 1, f(0) = 0$。于是

$$\mu_{f(A)}(1) = \sup_{f(x)=1}\mu_A(x) = \mu_A(1) = \mu_A(0) = \sup_{f(x)=0}\mu_A(x) = \mu_{f(A)}(0)$$

$$\nu_{f(A)}(1) = \inf_{f(x)=1}\nu_A(x) = \nu_A(1) = \nu_A(0) = \inf_{f(x)=0}\nu_A(x) = \nu_{f(A)}(0)$$

其次，$\forall x, y \in M_2$，要证四个不等式成立：

$$\mu_{f(A)}(x \vee y) \geqslant \mu_{f(A)}(x) \wedge \mu_{f(A)}(y)$$

$$\nu_{f(A)}(x \vee y) \leqslant \nu_{f(A)}(x) \vee \nu_{f(A)}(y)$$

$$\mu_{f(A)}(x \to y) \geqslant \mu_{f(A)}(x) \wedge \mu_{f(A)}(y)$$

$$\nu_{f(A)}(x \to y) \leqslant \nu_{f(A)}(x) \vee \nu_{f(A)}(y)$$

下面只证 $\nu_{f(A)}(x \vee y) \leqslant \nu_{f(A)}(x) \vee \nu_{f(A)}(y)$ 成立，其余三个不等式可类似证明。

假设 $\nu_{f(A)}(x \vee y) \leqslant \nu_{f(A)}(x) \vee \nu_{f(A)}(y)$ 不成立，则 $\exists y_1, y_2 \in M_2$，使 $\nu_{f(A)}(y_1 \vee y_2) > \nu_{f(A)}(y_1) \vee \nu_{f(A)}(y_2)$，即有

$$\nu_{f(A)}(y_1 \vee y_2) > \nu_{f(A)}(y_1) = \inf_{f(x)=y_1}\nu_A(x)$$

$$\nu_{f(A)}(y_1 \vee y_2) > \nu_{f(A)}(y_2) = \inf_{f(x)=y_2}\nu_A(x)$$

于是，$\exists x_1, x_2 \in M_1$，使 $f(x_1) = y_1, f(x_2) = y_2$，且 $\nu_{f(A)}(y_1 \vee y_2) > \nu_A(x_1), \nu_{f(A)}(y_1 \vee y_2) > \nu_A(x_2)$。又 $f(x_1 \vee x_2) = f(x_1) \vee f(x_2) = y_1 \vee y_2$，故 $x_1 \vee x_2 \in f^{-1}(y_1 \vee y_2)$，于是

$$\nu_A(x_1 \vee x_2) \geqslant \inf_{f(x)=y_1 \vee y_2}\nu_A(x) = \nu_{f(A)}(y_1 \vee y_2) > \nu_A(x_1) \vee \nu_A(x_2)$$

这与 A 是 M_1 的直觉模糊子代数相矛盾，即假设不成立，从而 $\nu_{f(A)}(x \vee y) \leqslant \nu_{f(A)}(x) \vee \nu_{f(A)}(y)$ 成立。因此，$f(A)$ 是 M_2 的直觉模糊子代数。

（2）已知 B 是 M_2 的直觉模糊子代数。首先，

$$\mu_{f^{-1}(B)}(1) = \mu_B(f(1)) = \mu_B(1) = \mu_B(0) = \mu_B(f(0)) = \mu_{f^{-1}(B)}(0)$$

$$\nu_{f^{-1}(B)}(1) = \nu_B(f(1)) = \nu_B(1) = \nu_B(0) = \nu_B(f(0)) = \nu_{f^{-1}(B)}(0)$$

其次，$\forall x_1, x_2 \in M_1$，有

$$\mu_{f^{-1}(B)}(x_1 \vee x_2) = \mu_B(f(x_1 \vee x_2)) = \mu_B(f(x_1) \vee f(x_2)) \geqslant \mu_B(f(x_1)) \wedge \mu_B(f(x_2)) = \mu_{f^{-1}(B)}(x_1) \wedge \mu_{f^{-1}(B)}(x_2)$$

$$\nu_{f^{-1}(B)}(x_1 \vee x_2) = \nu_B(f(x_1 \vee x_2)) = \nu_B(f(x_1) \vee f(x_2)) \leqslant \nu_B(f(x_1)) \vee \nu_B(f(x_2)) = \nu_{f^{-1}(B)}(x_1) \vee \nu_{f^{-1}(B)}(x_2)$$

$$\mu_{f^{-1}(B)}(x_1 \to x_2) = \mu_B(f(x_1 \to x_2)) = \mu_B(f(x_1) \to f(x_2)) \geqslant \mu_B(f(x_1)) \wedge \mu_B(f(x_2)) = \mu_{f^{-1}(B)}(x_1) \wedge \mu_{f^{-1}(B)}(x_2)$$

$$\nu_{f^{-1}(B)}(x_1 \to x_2) = \nu_B(f(x_1 \to x_2)) = \nu_B(f(x_1) \to f(x_2)) \leqslant \nu_B(f(x_1)) \vee \nu_B(f(x_2)) = \nu_{f^{-1}(B)}(x_1) \vee \nu_{f^{-1}(B)}(x_2)$$

所以 $f^{-1}(B)$ 是 M_1 的直觉模糊子代数。

参 考 文 献：

[1] 程国胜，王国俊.R_0 代数及其基本结构[J].数学物理学报，1999，19(S1):584-588.

[2] 裴道武.R_0 代数中的 MP 滤子与同余关系[J].模糊系统与数学，2000，14:22-25.

[3] 程国胜.R_0 代数的滤子与理想[J].模糊系统与数学，2001，15(1):58-61.

[4] Pei D W. On equivalent forms of fuzzy logic systems NM and IMTL[J]. Fuzzy Sets and System, 2005, 138: 187-195.

[5] 王国俊.数理逻辑引论与归结原理[M].2 版.北京：科学出版社，2006.

[6] 苏恩锁，王国俊.R_0 代数的 Fuzzy MP 滤子[J].模糊系统与数学，2004，18(2):15-23.

[7] 秦学成，刘春辉.R_0 代数的 (λ,μ)- fuzzy 滤子理论[J].模糊系统与数学，2012，26(2):39-45.

[8] 李海霞，吴洪博.R_0 代数的 Fuzzy 子代数与 Fuzzy 关联 MP 滤子[J].模糊系统与数学，2008，22(5):22-26.

（下转第 97 页）