

非线性小波阈值选取形式对小波降噪效果的影响分析

周大志¹, 钟功祥², 吴 英³

(1. 四川盐业地质钻井大队, 四川 自贡 643000; 2. 西南石油大学机电工程学院, 成都 610500;

3. 自贡天龙化工有限公司, 四川 自贡 643000)

摘要:基于 4 种非线性小波阈值选取形式(rigrsure、sqtwolog、heursure 和 minimaxi)对小波降噪效果的影响进行了研究。通过在基本组成信号上添加不同强度的高斯白噪声,形成信噪比为 -15 dB、-10 dB、-5 dB、0 dB、5 dB、10 dB、15 dB 的信号,使用小波降噪准则(能量比和标准差)为性能评价标准,分别得到能量比和标准差随着信噪比的变化趋势对比图。从而得出,能量比变化趋势近似呈“正弦函数”形式的光滑曲线,标准差变化趋势近似呈“指数函数”形式光滑曲线,且在 rigrsure 阈值选取形式下对构造的含噪信号降噪效果最好,为小波降噪时选择非线性小波阈值形式提供一定的理论依据。

关键词:小波降噪;阈值形式;降噪准则;信噪比

中图分类号:TN911

文献标志码:A

引言

实际采集的振动信号的特征之一是信噪比低,要在测得的振动信号里很容易地提取故障特征量,首先要进行的就是信号降噪处理,提高其信噪比。而目前常用的信号降噪方法有滤波器降噪法(包括高通、低通、带通滤波)、相关降噪法(包括自相关、互相关降噪)、奇异值分解降噪法、小波降噪法等,不过由于具有自适应调节作用阈值降噪的特性^[1],小波降噪是最有效的方法。因此,对于小波降噪法,作用阈值的选取形式是降噪效果优劣的关键之一。

本文通过在构成复杂信号的基本信号源上添加不同强度的高斯白噪声形成信噪比为 -15 dB、-10 dB、-5 dB、0 dB、5 dB、10 dB、15 dB 的信号,用这些不同信噪比的信号作为降噪测试信号,依据降噪的评价准则,对不同非线性小波阈值选取形式降噪后能量比和标准差进行作图对比分析,从而得出不同阈值形式下的降噪效果与结论,为以后信号小波降噪时选择非线性小波阈

值形式提供一定的理论依据。

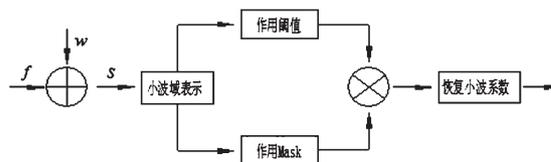
1 小波降噪

1.1 小波降噪原理

设一个没有噪声的信号为 $f(n)$, 被噪声污染后信号为 $s(n)$, 则基本噪声模型为:

$$s(n) = f(n) + \sigma e(n)$$

式中, $e(n)$ 为噪声, σ 为噪声强度。降噪过程就是要抑制 $e(n)$ 而恢复 $f(n)$, 如图 1 所示。



f - 原始信号; w - 噪声信号; s - 含噪声原始信号

图 1 小波降噪过程

从图 1 降噪过程看出,带噪声的信号在小波分解后得到的各层的分解系数时,需要作用阈值对小波系数进

行舍取,也就是对信号进行降噪,得到取舍后的小波系数,重构信号,这一过程叫做小波降噪过程。

1.2 非线性小波变换的阈值形式

非线性小波变换阈值的基本原则是根据降噪前后信号在最坏情况下方差最小的原则来确定一个统一的非线性小波变换阈值,然后截取超出这个阈值的系数。

阈值选取形式^[2]如下:

(1) 基于 Stein 无偏似然估计(SURE)的软阈值估计(rigrsure)。

(2) 长度对数阈值(sqtwolog):

$$t = t^* \cdot \sqrt{\log(N)}$$

其中, t^* 为最小极大方差的阈值; N 为信号长度。

(3) 启发式(SURE)阈值(heursure)。

(4) 最小极大方差阈值(minimaxi):

$$t^* = \begin{cases} 0 & N \leq 32 \\ 0.3936 + 0.1829 \cdot \log_2^N N & N > 32 \end{cases}$$

1.3 小波降噪准则

阈值降噪必须满足降噪准则,即降噪后信号的光滑性与相似性。降噪准则在阈值形式选择上可以表现为降噪后信号与原信号的能量比值和标准差,反之,能量比值和标准差间接的对应上降噪准则的光滑性和相似性。

2 非线性小波阈值降噪分析

2.1 测试信号的选择

结合工程中常用的信号特点,选取信号为:单一频率的正弦波(单谐波)、两个不同频率正弦波叠加(双谐波)、典型的 blocks 波(方波)、doppler 波和调制波^[3]。这些信号基本代表了工程中的常见信号形式以及各种复杂信号的基本组成形式,信号的具体形式见表 1。

表 1 信号的具体形式列表

基本信号	信号具体形式
单谐波	$x = 20\sin(2\pi \cdot 10t)$
双谐波	$x = 10\sin(2\pi \cdot 10t) + 10\sin(2\pi \cdot 20t)$
block 波	$x = 2.8wnoise('blocks', 10)$
dopper 波	$x = 40wnoise('doppler', 10)$
调制波	$x = 10[1 + \cos(2\pi \cdot 2t)] \sin[2\pi \cdot 10t + 0.5\sin(2\pi \cdot 2t)]$

注:表中信号的采样频率设为 2000 Hz,采样点数为 1000;基频为 10,振幅都约为 20。

2.2 降噪条件的设定

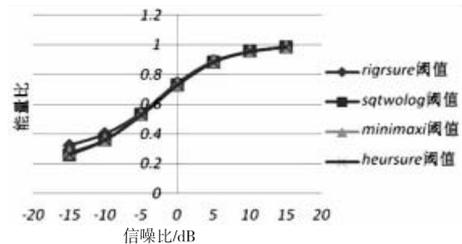
对非线性小波变换阈值形式进行对比研究,就要设定它们在同样的条件下进行降噪,而用非线性小波变换阈值形式降噪主要设计到四个主要因素^[4],分别为小波基、小波分解层数、阈值重构方法以及软硬阈值。

为了在同等条件下对不同非线性小波变换阈值形式降噪的对比,为此,选取降噪用的小波基为 sym8,小波分解层数为 5 层^[5],阈值重构方法为 Sln^[6],并采用软阈值形式。

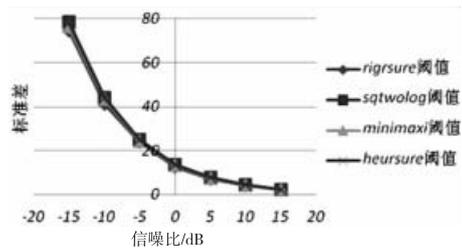
再根据实际振动信号信噪比低的特点,在基本信号源上添加不同强度的高斯白噪声形成信噪比为 -15 dB、-10 dB、-5 dB、0 dB、5 dB、10 dB、15 dB 的信号^[5],用这些不同信噪比的信号作为降噪测试信号进行非线性小波阈值形式对比分析。

2.3 非线性小波阈值降噪仿真实验

分别对不同的信号源添加不同强度的白噪声形成不同信噪比的信号,进行不同非线性小波阈值形式的小波降噪分析,得出不同信号运用不同非线性小波阈值形式在不同信噪比下进行小波降噪后的能量比和标准差,根据能量比和标准差绘制各自的降噪能力趋势对比图及信号降噪后的部分对比图,从而清楚地得到在不同阈值形式下降噪能力,如图 2~图 11 所示。



(a) 能量比随信噪比变化趋势



(b) 标准差随信噪比变化趋势

图 2 单谐波降噪后的变化趋势对比图

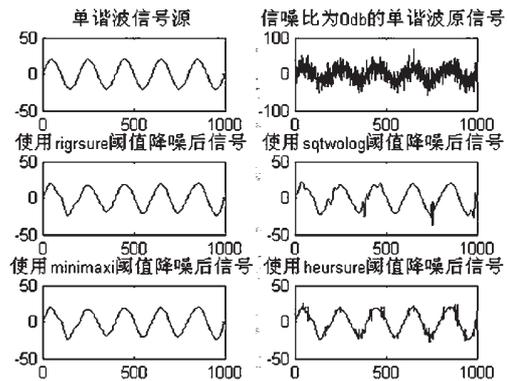
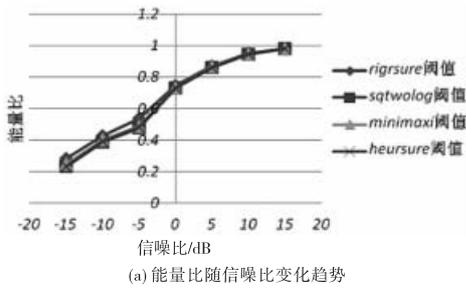
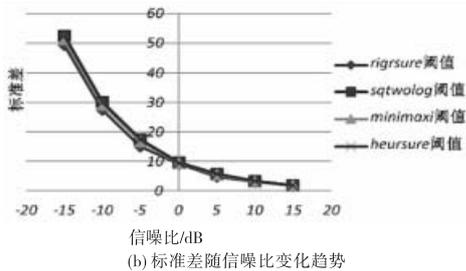


图 3 单谐波信号不同阈值降噪后效果对比图



(a) 能量比随信噪比变化趋势



(b) 标准差随信噪比变化趋势

图4 双谐波降噪后的变化趋势对比图

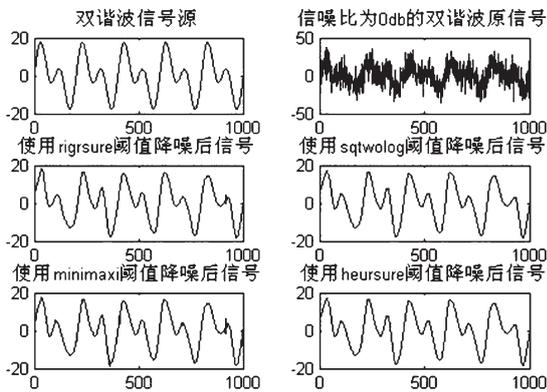
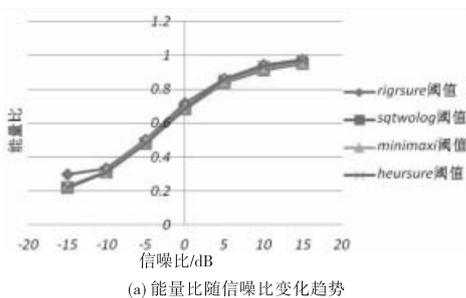
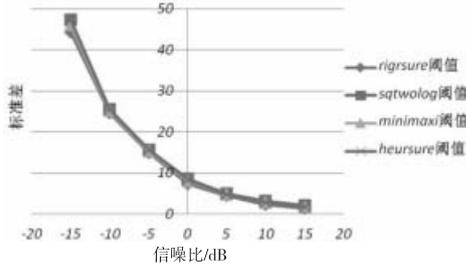


图5 双谐波信号不同阈值降噪后效果对比图



(a) 能量比随信噪比变化趋势



(a) 能量比随信噪比变化趋势

图6 blocks波降噪后的变化趋势对比图

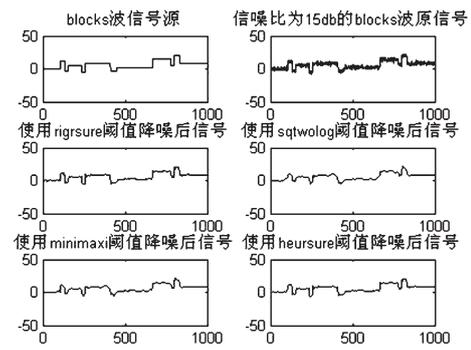
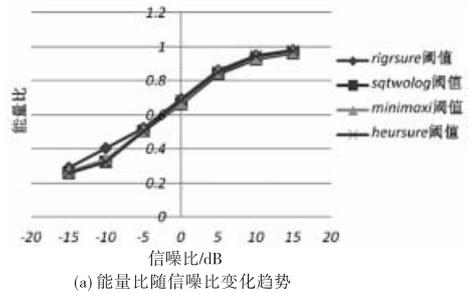
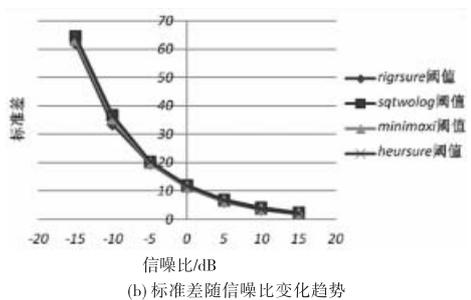


图7 Blocks波信号不同阈值降噪后效果对比图



(a) 能量比随信噪比变化趋势



(b) 标准差随信噪比变化趋势

图8 doppler波降噪后的变化趋势对比图

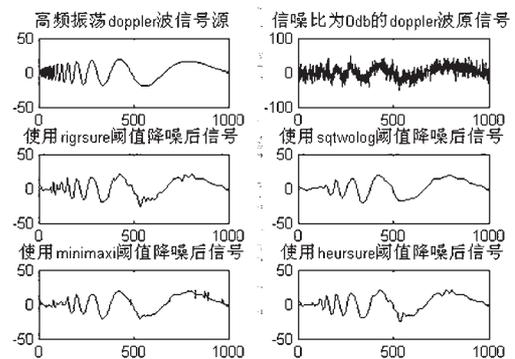


图9 doppler波信号不同阈值降噪后效果对比图

从图2(a)可以看出,单谐波函数用非线性小波阈值形式降噪时,整体上在信噪比-15 dB~15 dB范围内,能量比值呈“正弦”形式且较光滑的上升的曲线,在信噪比-5 dB~5 dB范围内能量比值变化快,剩余范围变化放缓;对于 rigrsure 阈值形式在信噪比小于-5 dB时,能量比值比其余的大,保留的信号光滑性较好;而从

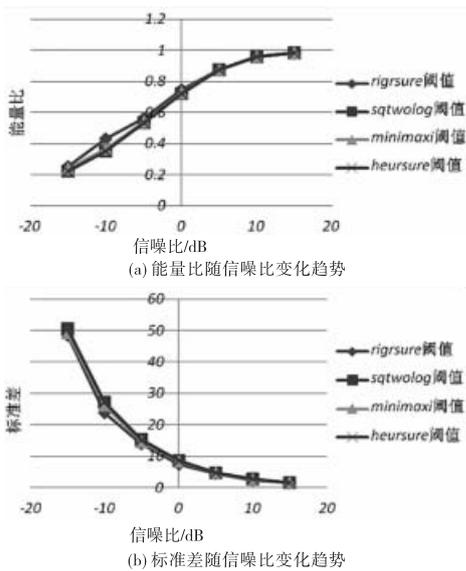


图 10 调制波降噪后的变化趋势对比图

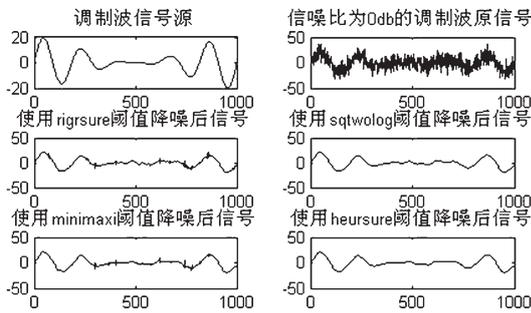


图 11 调制波信号不同阈值降噪后效果对比图

图 2(b) 中看出,降噪后的信号与含有噪声的原信号的标准差在范围 $-15\text{ dB} \sim 15\text{ dB}$ 逐渐减小,而降噪后信号相似性越高标准差越小。rigrsure 阈值形式在不同的信噪比下标准差较小。从图 3 中也可明显看出,rigrsure 阈值形式降噪效果较好。

从图 4(a) 可以看出,双谐波函数用非线性小波阈值形式降噪时,能量比整体上在信噪比 $-15\text{ dB} \sim 15\text{ dB}$ 范围内呈上升趋势,不过在信噪比为 -5 dB 处有明显放缓停顿;在对双谐波降噪上,rigrsure 阈值形式在信噪比 0 dB 以下时能量保留有优势;而从图 4(b) 中看出,双谐波函数用非线性小波阈值降噪后标准差变化与单谐波降噪后标准差变化相似,且在 rigrsure 阈值形式下的标准差比其他的更有优势。如图 5 所示,在信噪比为 0 dB 时,在 rigrsure 阈值形式下降噪后图形与信号源最接近。

从图 6(a) 看出,典型的 blocks 波降噪后能量比除了与上两种波有相同的趋势外,不同点在于用 rigrsure 阈值形式降噪后的能量比在 $-15\text{ dB} \sim -10\text{ dB}$ 上明显高于用其他阈值形式降噪的能量比,为此,对于 blocks 类

型的波噪声比小于 -10 dB 时,用 rigrsure 阈值形式进行小波降噪会更光滑。

从图 6(b) 看出,典型的 blocks 波降噪后的标准差变化趋势情况与上面信号基本相同。从图 7 看出使用 rigrsure 阈值形式保留了更多的原信号特征。

从图 8(a) 看出,对于 doppler 波,在用 rigrsure 阈值形式降噪后,能量比在信噪比 $-15\text{ dB} \sim 5\text{ dB}$ 范围内几乎呈现直线上升,其它几种非线性小波变换阈值形式降噪后能量比变化趋势与前面情况基本相同;且对于这类信号用 rigrsure 阈值形式降噪后的能量比值在信噪比 $-15\text{ dB} \sim -5\text{ dB}$ 范围内有优势。

从图 8(b) 看出, doppler 波在不同非线性小波阈值形式降噪后的标准差变化趋势基本相同,且与前几类信号的标准差的变化趋势也相似。

从图 9 可看出,在信噪比为 0 dB 时,运用 rigrsure、minimaxi、heursure 阈值形式降噪后保留了信号的局部特性,为此,降噪后信号的光滑性和相似性都保留较好。

从图 10(a) 看出,调制波用非线性小波阈值降噪后能量比与前面几类信号降噪后的能量比情况有所不同,在运用所有阈值形式降噪后能量比整体上呈上升趋势,在 $-15\text{ dB} \sim 5\text{ dB}$ 都接近呈“直线”形式,且在 rigrsure 阈值形式下降噪后能量比上升更快,说明在对调制波信号降噪时,运用 rigrsure 阈值形式降噪后的光滑度更好。

从图 10(b) 可以看出,用 rigrsure 阈值形式下的小波降噪标准差曲线与其他几种在信噪比 -10 dB 处有明显的分离且在相同的信噪比时,标准差较小。说明用 rigrsure 阈值形式的小波降噪对在信噪比 -10 dB 附近的信号降噪后,相似度更好。

而从图 11 也可看出,运用 rigrsure 和 minimaxi 阈值形式进行降噪,其光滑性和相似性保留较好。

3 结 论

通过在 4 种非线性小波阈值选取形式下对含噪声信号的降噪的仿真实验分析,得出以下结论:

(1) 使用 4 种非线性阈值形式降噪后在信噪比 $-15\text{ dB} \sim 15\text{ dB}$ 的范围内,能量比变化趋势近似呈“正弦函数”形式的光滑曲线,标准差变化趋势近似呈“指数函数”形式光滑曲线。

(2) 4 种阈值形式在降噪后的能量比在信噪比小于 -10 dB 或者大于 10 dB 时,变化趋势逐渐趋于平稳;信号降噪后的标准差在信噪比大于 0 dB 后变化趋于平稳。

(3) 在信噪比大于 10 dB 时,所测信号能量比都大于 90% 以上,标准差小于 5 以下,此时 4 种阈值选取形式下降噪效果较好。

(4) 当信噪比大于 0 dB 时,用非线性小波的 4 种阈值形式进行降噪,效果基本相同。

(5) 用 rigrsure 阈值形式进行小波降噪的整体效果比其余 3 种阈值选取形式要好,其余 3 种阈值选取形式在测试范围内降噪效果接近。

参考文献:

- [1] Wang C,Wang X B,Li H,et al.Fundamental limitations on Pilot-based spectrum sensing at very low SNR[J]. Wireless Personal Communications,2012,66 (4): 751-770.
- [2] 高志,余啸海.Matlab 小波分析工具箱原理与运用[M].北京:国防工业出版社,2004.
- [3] 王拴中,朱玉田.改进小波阈值去噪法的对比性仿真实验与分析[J].噪声与振动控制,2012(1):128-132.
- [4] 张天祥,黄小欣.基于 Matlab 实现小波阈值去噪的图像处理方法[J].现代电子技术,2013,36(5):103-105.
- [5] 郭亚.振动信号处理中的小波基选择研究[D].合肥:合肥工业大学,2003.
- [6] 唐友福,刘树林,刘娜.小波降噪性能分析及其在往复压缩机故障特征提取中的运用[J].流体机械,2012,40(6):40-44.

Impact Analysis of Nonlinear Wavelet Threshold Selection Form on Wavelet De-noising Effect

ZHOU Dazhi¹, ZHONG Gongxiang², WU Ying³

(1. Salt Geological Brigade of Sichuan Drilling, Zigong 643000, China; 2. School of Mechanic Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China; 3. Zigong Tianlong Chemical Co., Ltd, Zigong 643000, China)

Abstract: The influence on the wavelet de-noising effect is studied, which based on four kinds of nonlinear wavelet threshold selection forms: rigrsure, sqtwolog, heursure and minimaxi. By adding different intensity of Gaussian white noise to the signals of the basic components, the signals, whose SNR are -15 dB, -10 dB, -5 dB, 0db, 5 dB, 10 dB, 15 dB, are formed. Using de-noise standards (energy ratio and standard deviation) as the performance evaluation criteria, the tendency comparison chart is obtained when the energy ratio and standard deviation varied with the change of SNR. So as to arrived that the tendency of the Energy ratio is similar to a smooth curve in the form of "sine function", and the tendency of standard deviation is similar to a smooth curve in the form of "exponential function", And under the rigrsure threshold selection form, the constructed noise signals have the best effect, which provides a theoretical basis for choosing the non-linear wavelet threshold forms of wavelet de-noising.

Key words: wavelet de-noise; threshold forms; de-noise standards; SNR