

# 基于光学多尺度几何分析的图像压缩去噪

刘传辉

(绵阳职业技术学院信息工程系, 四川 绵阳 621000)

**摘要:** 基于变换的图像压缩方法应用较为广泛, 小波在表示图像的边缘或纹理时, 会产生大量的能量较大的系数。采用多尺度几何分析对图像进行稀疏展开, 使变换具有强的非线性逼近能力。图像经过非下采样 Contourlet 变换转换成一种多尺度的、多方向和多分辨的表示形式再进行统计分析。利用图像系数相关性, 不仅降低图像的维数, 使弱的边缘细节能从噪声中被筛选出来, 而且达到压缩去噪的目的。实验结果表明, 采用该方法去噪后的图像处理效果很好, 适用于高分辨率图像去噪。

**关键词:** 多尺度几何分析; Contourlet 变换; 图像去噪; 相关性

中图分类号:TP751.2

文献标志码:A

## 引言

在图像压缩处理过程中, 小波分析虽然能够处理含“点奇异”的函数类型, 但是对含“线奇异”或者“面奇异”的高维函数则不能达到最优的非线性逼近阶。然而事实上包含线或者面奇异的函数在高维空间非常普遍, 自然图像的不连续性往往体现为光滑曲线上的奇异性。所以在高分辨率图像压缩处理中通过构造新的多尺度几何分析方法以改善“方向性”和“各向异性”方面的问题<sup>[1]</sup>。

为实现对高速高分辨率的数据进行处理, 并在压缩图像的数据量的同时保留数据的重要特征, 就必须寻找一种新的高维函数的最优秀表示方法, 它在高维情况下能充分利用函数本身的信息, 对特定函数类达到最优逼近<sup>[2]</sup>。

## 1 Contourlet 变换

Contourlet 的支撑区间具有长宽比随尺度变化而变化的“长条形”结构, 其将多尺度分析和方向分析分开进行, 首先由 LP(Laplacian pyramid) 变换对图像

进行多尺度分解以“捕获”点奇异, 接着由方向滤波器组(DFB, directional filter bank) 将分布在同方向上的奇异点合成为一个系数。而且 Contourlet 变换每一尺度上的方向数目是前一尺度的两倍, 并且几乎是临界采样。

Contourlet 变换首先由拉普拉斯金字塔变换将图像分解为低频子带和高频子带。低频子带由原始图像经过二维低通滤波和隔行隔列下采样产生; 高频子带由原始图像减去低频子带经上采样和低通滤波后的低频分量产生, 对低频子带重复上述过程即可实现图像的多尺度多方向分解(图 1)<sup>[3]</sup>。

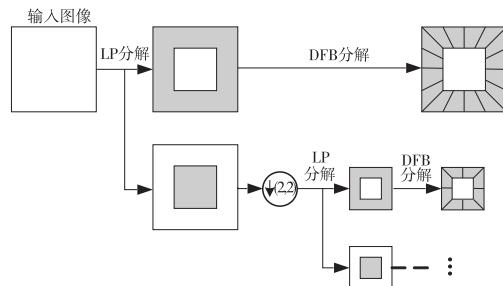


图 1 Contourlet 变换滤波器结构

收稿日期:2014-01-08

基金项目:国家自然科学基金项目(61171158);绵阳职业技术学院优秀教学团队资金资助项目(81382013002)

作者简介:刘传辉(1981-),男,重庆奉节人,讲师,硕士,主要从事信号与信息处理方向的研究,(E-mail)myliuch@163.com

## 2 Contourlet 变换的图像去噪建模

在图像的压缩去噪方面, 子块间的相关性表明图像信息有很大的冗余。如果利用其相关性, 能更好地识别子块中的有效结构, 避免对噪声信息的误判和对细节信息的漏判。在图像压缩方面, 如果仅对各子块进行压缩, 必然无法达到最大的压缩比, 而利用子块间的相关性, 就能实现更大程度的压缩。从而把相关性进行充分消除, 压缩的结果就会更接近信息的熵。

### 2.1 Contourlet 域高斯混合尺度模型

高斯混合尺度模型 (Gaussian Scale mixture, GSM) 能最大逼近非高斯边缘响应, 且具有较完备的数学框架, 在图像压缩处理方面也得到了广泛的应用。对于一个随机向量  $x$ , 当且仅当它可以表示成零均值高斯向量  $u$  和一个独立正尺度随机因子  $z$  的乘积时, 则随机向量  $x$  可以表示为:

$$x \stackrel{d}{=} \sqrt{zu} \quad (1)$$

其中,  $\stackrel{d}{=}$  表示相同的分布, 因子  $z$  称为权系数。因此  $x$  是一个尺度高斯混合变量, 其概率密度函数可以表示为:

$$p_x(x) = \int \frac{\exp\left(-\frac{x^T(zc_u)^{-1}}{2}\right)}{(2\pi)^{N/2} |(zc_u)|^{-1/2}} \quad (2)$$

其中,  $N$  为  $x$  和  $u$  的维数, 在这里可视为局部邻域的大小。GSM 密度函数具有对称的零均值分布, 其主要特点是在条件  $z$  下  $x$  的密度函数是高斯的, 因而归一化的向量也是高斯的<sup>[4]</sup>。

对于大多数高分辨率的图像, 平滑区域中的方向性纹理信息和曲线在变换域的系数分布表现为零值附近的高尖峰长拖尾, 含噪图像的 Contourlet 变换的子带系数是一种典型的非高斯分布<sup>[5]</sup>。

广义高斯分布 (generalized Gaussian) 也称作扩展的指数分布, 密度函数表示为: 其中尺度变量  $s$  用来控制分布的宽度, 指数变量  $p$  用来控制函数的形状分布。

### 2.2 CT-GSM 模型的参数估计

假设图像被已知方差的独立加性高斯白噪声 (或已知协方差的非高斯白噪声) 所侵蚀, 那么含噪系数向量:

$$y = x + w = \sqrt{zu} + w \quad (3)$$

在系数满足 GSM 模型特征和加性噪声的假设条件下, 式(3)右边三个随机变量实相符合独立的,  $u$  和  $w$  均为零均值的高斯向量, 其协方差分别记为  $C_u$  和  $C_w$ , 在条件  $z$  下观测到的领域向量密度是零均值的高斯分布, 其协方差为  $C_{yz} = zC_u + C_w$ , 所以其条件概率密度:

$$p(y|z) = \frac{\exp\left(-\frac{y^T(zc_u + c_w)^{-1}y}{2}\right)}{\sqrt{(2\pi)^N |(zc_u + c_w)|}} \quad (4)$$

领域噪声协方差函数通过 delta 函数分解到 Contourlet 域各方向子带获得。

### 2.3 基于 Contourlet 域 GSM 模型去噪算法的设计与实现

通过对 Contourlet 分解的子带系数构建高斯混合尺度模型来实现图像去噪的具体算法步骤如下:

**Step1:** 将图像进行 Contourlet 分解, 得到各方向和各尺度上的子带系数;

**Step2:** 利用已知的高斯加性白噪声的方差和各高频频子带系数估计 CT-GSM 模型的参数;

**Step3:** 对低频子带和经过滤波处理的高频子带进行 Contourlet 逆变换, 得到去噪以后的重构图像。

### 2.4 基于 NSCT 系数相关性的图像压缩研究

在基于多尺度模型的图形压缩中一般采用阈值法进行全局处理, 利用在多尺度变换后噪声信息拥有较小的系数绝对值的性质进行对噪声信息的削弱, 但阈值法所达到的去噪效果是相对有限的<sup>[7]</sup>。

NSCT 是基于滤波器组的多尺度模型, 具有平移不变性。利用这个性质有利于进行系数间相关性的处理, NSCT 具有很高的边缘描述性和逼近性, 适合进行高分辨率的图像压缩去噪。

设二维含噪图像为  $y = x + n$ , 其中,  $x$  是期望图像,  $n$  是方差为  $\sigma_n^2$  的高斯白噪声。非下采样 Contourlet 变换系数的广义高斯分布描述为:

$$P(x; \alpha, \beta) = \frac{\alpha\beta}{2\Gamma(\frac{1}{\beta})} \exp[-(\alpha|x|)^\beta] \quad (5)$$

式(5)中,  $\beta$  是形状参数,  $\alpha$  是尺度参数,  $\Gamma(x)$  是 Gamma 函数, 且

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt \quad (6)$$

非下采样 Contourlet 变换的非正交性使得变换域内不同尺度、不同方向子带的噪声方差不相等, 因此, 可采用 Monte-Carlo 估计方法获得子带系数的噪声方差  $\hat{\sigma}_n^2(j, k)$ 。

$$\hat{\sigma}_n^2(j, k) = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N c_{m,n}^2(j, k) \quad (7)$$

其中,  $M$  和  $N$  是子带图像长度和宽度,  $c_{m,n}(j, k)$  是对高斯白噪声图像进行非下采样 Contourlet 变换后的系数, 它只含有噪声信息, 没有有用的图像信息<sup>[6]</sup>。

图像经变换后不同尺度、不同方向子带系数信号的

标准差  $\sigma_x$  各不相同,对标准差进行估计:

$$\hat{\sigma}_x^2(j,k) = \max\left(\frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N c_{m,n}^2(j,k) - \sigma_n^2(j,k), 0\right) \quad (8)$$

## 2.5 实验结果及分析

为了验证算法的有效性,在实验中采用标准图像进行测试。分别对各个测试图像加入不同方差的高斯加性白噪声,小变换波采用的是 db4 小波,图像进行 4 层小波分解,Contourlet 变换中参数选择 9-7 塔形分解和方向滤波器组。图 2 为不同压缩比下对应峰值信噪比曲线。从图 2 可以看出 Contourlet 变换相对于小波变换峰值信噪比平均可以高出 0.6 dB。图 3 所示为 barbara 图像采用 Contourlet 变换和小波变换压缩后,经过解压缩后得到的图像。Contourlet 变换可以较好地保留图像中的纹理,质量稍好。表 1 分析了不同噪声等级下算法的 PSNR,Contourlet 变换表现出了超越小波的性能。

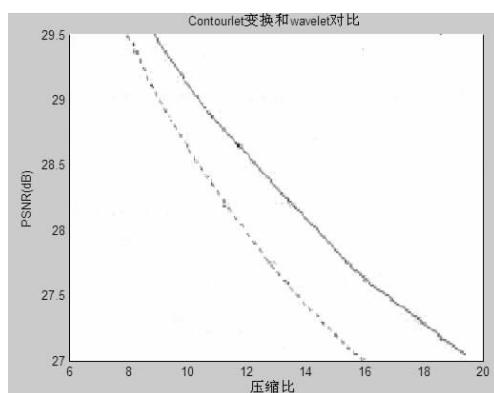


图 2 图像不同压缩比下对应峰值信噪比曲线



图 3 图像 Contourlet 变换和小波变换压缩比较

表 1 算法的去噪图像峰值信噪比值/dB

图像	噪声标准差 $\sigma$	峰值信噪比 (PSNR/dB)		
		噪声图像	小波去噪情况	本文去噪情况
Lena	10	28.11	30.13	31.08
	20	22.16	29.83	31.49
	30	18.62	28.47	30.09
Barbara	10	28.14	30.16	31.82
	20	22.17	26.72	28.44
	30	18.48	24.65	26.76

由实验结果表明:(1)非下采样 Contourlet 变换实现了对图像的多尺度、多方向最优稀疏逼近,利用变换域内相邻尺度间的相关性和同一尺度、不同方向系数能量分布的差异,可以从整体上得到信噪比更高的恢复图像。(2)对含有丰富直线性特征细节的图像,本算法的去噪效果更显优势,得到的恢复图像的细节最清晰,视觉效果。

## 3 结束语

以上研究工作表明,多尺度几何分析方法 Contourlet 变换是高效的图像表示工具,具有传统小波变换所不具备的优良特性,在图像压缩去噪处理领域有着巨大的应用潜力。同时,多尺度几何分析方法的图像压缩去噪应用领域是非常有前景的研究方向。

## 参 考 文 献:

- [1] 焦李成,谭山.图像的多尺度几何分析:回顾和展望[J].电子学报,2003,31(12):43-50.
- [2] 马文波,赵保军,毛二可.高速实时图像压缩系统去条带效应的方法研究[J].系统工程与电子技术,2006,28(12):1783-1785.
- [3] 郝红侠,刘芳,焦李成.基于 Curvelet 多方向差和多尺度积的图像去噪[J].华中科技大学学报:自然科学版,2013,41(12):39-43.
- [4] 白璘,刘盼芝,李光.一种基于 Contourlet 变换的高光谱图像压缩算法[J].计算机科学,2012,39(11A):395-397.
- [5] 董超,王志明.结合非下采样轮廓波变换和混合阶次图像扩散的图像去噪[J].小型微型计算机系统,2013,34(2):409-412.
- [6] 金彩虹.基于非下采样 Contourlet 变换的图像自适应阈值去噪算法[J].华中师范大学学报:自然科学版,2011,45(1):37-42.

- [7] 戴维,于盛林,孙栓.基于 Contourlet 变换自适应阈值的图像去噪算法[J].电子学报,2007,35(10):1939-1943.
- [8] Wainwright M J,Simoncelli E P,Willsky A S.Random cascades on wavelet trees and their use in modeling and analyzing natural imagery[J].Applied and Computational Harmonic Analysis,2001,11(1):89-123.
- [9] Donoho D L.Orthonormal ridgelets and linear singularities[R].California:Department of Statistics,Stanford University,1998.
- [10] Chang S G,Yu B,Vetterli M.Adaptive wavelets thresholding for image denoising and compression[J].IEEE Trans.on Image Processing,2000,9(9):1532-1546.
- [11] Cunha A L,Zhou J,Do M N.The nonsubsampled Contourlet transform:theory,design, and applications[J].IEEE Trans.on Image Processing,2006,15(6):1610-1620.
- [12] Shensa M J.The discrete wavelet transform:wedding the A'Trous and Mallat algorithms[J].IEEE Trans.on Signal Processing,1992,40(10):2464-2482.
- [13] Starck J L,Candes E J,Donoho D L.The curvelet transform for image denoising[J].IEEE Trans.on Image Processing,2002,11(6):670-684.

## Image Compression and De-noising Based on Optical Multi-scale Geometric Analysis

LIU Chuanhui

(Department of Information Engineering, Mianyang Vocational and Technical College, Mianyang 621000, China)

**Abstract:** The image compression method based on transform is widely applied, and when the wavelet is used to indicate the edge or texture of the image, it will produce a large number of coefficients with large energy. The image can be stretched sparsely by means of Multi-scale Geometric Analysis, so that the transform can have stronger nonlinear approximation ability. With undecimated Contourlet transform, images can be transformed into the multidirectional, polydirectional and multiresolution representation and then be statistically analyzed. With the aid of the correlation of image coefficients, not only the dimension of the image can be reduced so that the weak edge details can be screened out from the noise, but also the purpose of de-noising through compression can be achieved. The Experimental results show that the processing effect of image de-nosing by this method is very good and it is applicable to the de-nosing of high resolution images.

**Key words:** multi-scale geometric analysis; Contourlet transform; image de-noising; correlation