

基于分数低阶统计量的时延估计算法性能分析

汤 勇,熊兴中

(四川理工学院自动化与电子信息学院,四川 自贡 643000)

摘 要:传统的时延估计算法大多建立在高斯模型的基础上,利用信号的二阶、高阶估计量,可以得到理想的结果。然而,现实中的信号往往都处在非高斯环境下,如通信线路瞬间尖峰和环境噪声等,这一类信号的时域波形中存在一个明显的峰值,这时利用 α 稳定分布模型可以较好地表述非高斯脉冲信号和噪声。因此有必要对 α 稳定分布模型下的,基于分数低阶统计量(FLOS)的时延估计算法进行研究。通过调整参数取值得到的仿真结果,证明了在非高斯情况下,基于 FLOS 的时延估计算法相对于传统算法估计效果更好。

关键词:时延估计;分数低阶;非高斯噪声; α 稳定分布

中图分类号:TN911

文献标志码:A

引 言

时间延迟,是指由于同源带噪信号到达各个接收端之间的传输距离不同而产生的时间差。时延估计则是指采用信号处理或者参数估计等方法,准确地测量和估算时间延迟,从而确定信号来源的速度、方位、距离和运动的方向等参数。因此,时延估计技术广泛应用于各种定位系统中^[1-3]。

时延估计首先要处理的问题,是如何快速准确地将接收到的同源信号间的时间延迟测定出来。由于接收装置有噪声干扰,因而接收到的目标信号,往往湮没在噪声、干扰之中。因此,在信号的时延估计中,必须首先去除噪声、干扰的影响。

在众多时延估计算法中,相关性方法是应用最广、最为经典的估计法之一,它通过计算信号的自相关函数,然后比较它们峰值的滞后情况,从而估计信号之间延迟的时间差。这种方法既简单易懂,又容易实现,因而被广泛应用于时延估计中^[4]。本文主要讨论的,正是

这种采用相关法进行估计的算法。相关分析,是在时间域上,比较两个信号相似程度的基本方法。传统的时延估计,很多情况下都是基于高斯模型假设的,也即是假定信号和噪声,都是服从高斯分布的。在这种假定前提下,利用接收信号的二阶或者高阶累积量,通常就能得到更佳好的结果^[5-6]。然而,在实际情况中,往往是非高斯噪声,如水声信号、环境噪声、通信线路瞬间尖峰、大气低频雷电噪声等。这一类信号的时域波形,有一个明显的峰值,这时由 α 稳定分布模型能较好地描述非高斯脉冲信号和噪声。因此传统的基于二阶统计量及基于高阶累积量的方法都不再适用,因而近年来出现了描述非高斯噪声的基于分数低阶统计量 FLOS 的时延估计算法,以及 α 稳定分布模型^[7-8]。

1 α 稳定分布和分数低阶统计量

1.1 α 稳定分布

高斯分布中,模型建立是依据中心极限定理,同样地, α 稳定分布也是依据中心极限定理。根据中心极限

收稿日期:2014-02-25

基金项目:四川省杰出青年基金项目(2011JQ0034);四川省省属高校科研创新团队建设计划基金项目(13TD0017);人工智能四川省重点实验室基金项目(2012RYJ05)

作者简介:汤 勇(1988-),男,四川自贡人,硕士生,主要从事现代信号处理方面的研究,(E-mail)346965751@qq.com

定理,当一个随机现象由无穷多个、存在有限方差的独立分量构成,那么这种现象就近似看成服从高斯分布。相对于中心极限定理,存在着一个更加一般性的定理,即广义中心极限定理。根据广义中心极限定理可以知道,对于任意具有相同分布的独立的随机变量,无论各个随机变量存在有限方差与否,只要变量的数目无限增加,那么变量之和必将收敛于 α 稳定分布簇。这样,与高斯分布的形成相同,非高斯 α 稳定分布同样是来源于多个随机变量之和。因此,如果对观测信号或噪声信号经过一定的处理,能将它们变成独立同分布之和,那么就可以根据广义中心极限定理,将它们用 α 稳定模型进行表示。

α 稳定分布的特征函数式不同于概率密度函数,有一致的封闭表达式:

$$\Phi(u) = \exp\{j\alpha u - \gamma |u|^\alpha [1 + j\beta \operatorname{sgn}(u)\omega(u, \alpha)]\} \quad (1)$$

其中,参数 $\alpha \in (0, 2]$ 为特征指数,表示 α 稳定分布函数的拖尾, α 的值更小,拖尾也就更宽,脉冲特性越显著,反之, α 值的更大,拖尾也就更窄,脉冲特性削弱。当 $\alpha = 2$ 时,即为高斯分布;参数 $\beta \in (-1, 1)$ 为对称参数,表征 α 稳定分布对称性。当 $\beta = 0$ 时,称为对称 α 稳定分布,这样的分布记为 $S\alpha S$;参数 $\gamma > 0$ 为分散系数,表示 α 稳定分布过程分散程度,与高斯分布中的方差性质相似,在高斯情况下(即 $\alpha = 2$), γ 的大小为方差的 $1/2$;参数 $a \in [-\infty, \infty]$ 为位置参数,对于 $S\alpha S$ 分布, a 就是分布的均值($1 < \alpha \leq 2$ 时)或中值($0 < \alpha < 1$ 时)。当参数 $a = 0, \gamma = 1$ 时, α 稳定分布被称为标准 α 稳定分布。

在 $\alpha = 2$ 时,特征函数式(1)变为:

$$\Phi(u) = \exp\{j\alpha u - \sigma^2 |u|^2\} \quad (2)$$

其均值为 a 、方差为 $2\sigma^2$ 的高斯分布相同,因此 α 稳定分布也被认为是广义上的高斯分布^[9],即高斯分布实际上就是 α 稳定分布中的特殊情况。当 $0 < \alpha < 2$ 时, $S\alpha S$ 分布继承了高斯分布一部分特性,但还是有显著不同之处,特别是在它的统计分布上有比较宽的拖尾,即相当一部分样本数离中值或者均值较远,因而引起其时间域波形上出现许多尖峰脉冲。

通常把 $0 < \alpha < 2$ 情况下的非高斯稳定分布定义成分数低阶 α 稳定分布,用来与 $\alpha = 2$ 情况下的高斯分布区别开。参数 $a = 0, \gamma = 1$ 的 α 稳定分布称为标准 α 稳定分布^[10-11]。对于任意一个位置参数为 a 、分散系数为

γ 、特征指数为 α 、对称参数为 β 的 α 稳定分布 X 而言,有:

$$Y = \frac{X - a}{\gamma^{\frac{1}{\alpha}}} \quad (3)$$

任意的对称 α 稳定分布均能通过式(3)进行标准化。因此,本文均假定 $\beta = 0, a = 0, \gamma = 1$,即对称标准 α 稳定分布情况。

作为建模工具,稳定 α 分布具有很高的变通性,这主要是由它的特征指数 α 决定的,在 $0 < \alpha < 2$ 范围内可以随意的变换其分布的拖尾宽度。当噪声信号中含有明显的尖峰时, α 的值就较小;另一方面,当 α 越接近于 2,信号就偏向于具有高斯特性;特殊地,当 $\alpha = 2$ 时,则服从高斯分布。

1.2 分数低阶统计量 FLOS

由广义中心极限定理可以知道, α 稳定分布是仅有的一种能够形成同分布独立随机变量之和的极限分布。对于服从 α 稳定分布的这些随机信号,它们并不具有二阶或者高阶统计量。因此,在对这种信号进行处理时,如果还是沿用原有的基于二阶或者是高阶统计量的方法,就很有可能会得到错误的结果。很多文献都已经表明,即使是数据中仅含有少量远离正常值的样本时,原来使用最小二乘准则也会显著退化,不能正常工作。因此,在非高斯 α 稳定分布信号噪声的背景下,利用 FLOS 正在渐渐成为信号处理与分析的一个非常必要的方法^[12-13]。

在高斯噪声模型中,往往是以二阶统计量为信号分析、处理的最佳准则,像最小二乘准则、最小均方误差准则等。在 α 稳定分布下,信号或噪声没有有限的,诸如方差这类二阶统计量,但信号或噪声的低阶统计量又是可以计算的。在这种情况下,就无法用二阶的最佳准则来实现 α 稳定分布下的最佳。但是,尽管缺乏有限的方差仍然可以借用上述最佳准则思想。在这种情况下,将线性稳定分布中的最小均方误差准则思想推广为最小分散系数准则,这里,使用分散系数来替代原有的方差。分散系数达到最小化,就能使平均幅度最小化。许多研究表明,让分散系数达到最小化与让估计误差概率到达最小化是等同的。因而,由最小均方误差准则引出的最小分散系数准则,由于其计算量小,从而得到了广泛的应用。

在通常情况下,对于随机变量 X , 将它的二阶矩定

义成 $E[X^2]$ 。对于 α 稳定分布随机变量, 把它的分数低阶矩定义成 $E[|X|^p]$, 其中 $0 < p < \alpha \leq 2$ 。

将 FLOS 应用于具有脉冲特性的信号与噪声的处理中, 能够得到很理想的效果。但是, FLOS 算法还是有一些不足之处。首先, 在代数拖尾方面, FLOS 算法没有给出一个都适用的框架。另外, 因为矩的阶数 p 常常局限在 $(0, \alpha)$ 范围里, 然而 p 值的确定要根据于对随机变量 α 值的估计, 如果选择 $p \geq \alpha$, 则 FLOS 算法不能正常工作。

2 基于分数低阶统计量的时延估计

2.1 基于分数低阶协方差的时间延迟估计法

类似协方差的定义, 定义两个随机过程 $X1(n)$ 和 $X2(n)$ 之间的分数低阶协方差^[14]为:

$$Rd(m) = E\{|X2(n)|^{<A>} |X1(n+m)|^{}\} \quad (4)$$

其中, $0 \leq A < \alpha/2, 0 \leq B < \alpha/2$ 。则样本分数低阶协方差的估计式定义为:

$$Rd(m) = \frac{\sum_{n=L1+1}^{L2} |X2(n)|^A |X1(n+m)|^B \text{sgn}[(X2(n)X1(n+m))]}{L2 - L1} \quad (5)$$

由于 $E\{Rd(m)\} = C_d \delta(m + D)$, C_d 为非常数,

$$D = -\arg \max_m Rd(m) \quad (6)$$

由(6)式估计出时间延迟^[15]。时延估计算法的性能与参数 A, B 的取值有很大的关系。

2.2 针对参数 A, B 的不同取值时的性能分析^[16-17]

根据定义, 参数 A, B 在 $0 \leq A < \alpha/2, 0 \leq B < \alpha/2$ 范围内。由于 $\alpha \in (0, 2]$, 因此, 可以讨论 A, B 在 $0 \leq A < 1, 0 \leq B < 1$ 范围内上述时延估计算法的性能。这里, 在给定 α 以及固定时延 D 的情况下, 先考虑 $A = 0, B = 0$ 的情况。当 $A = 0, B = 0$ 时, 样本分数低阶协方差的估计式(4)变为:

$$Rd(m) = \frac{\sum_{n=L1+1}^{L2} \text{sgn}[(X2(n)X1(n+m))]}{L2 - L1} \quad (7)$$

3 仿真分析

这里, 选取在 $\alpha = 1.8$ 的 $S\alpha S$ 噪声分布环境下, 给定时延 $D = 10$, 选择参数 $A = 0, B = 0$, 通过 Matlab 仿真得到的结果如图 1 所示。

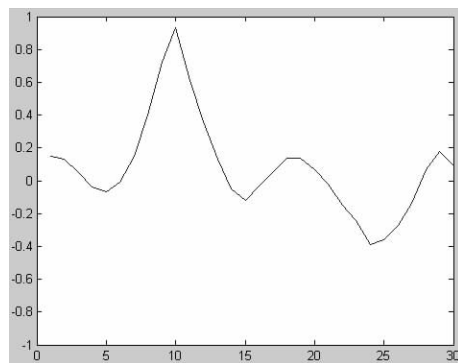


图 1 $A = 0, B = 0$ 的时延估计

从图 1 可知, 在 $D = 10$ 处, 波形的峰值区域较窄, 其峭度也越大, 因而时延估计函数 $\arg\max(\cdot)$ 所取得的函数值越准确, 因而得到的时延估计值越接近给定的 $D = 10$, 所以这种情况下时延估计算法性能越好。

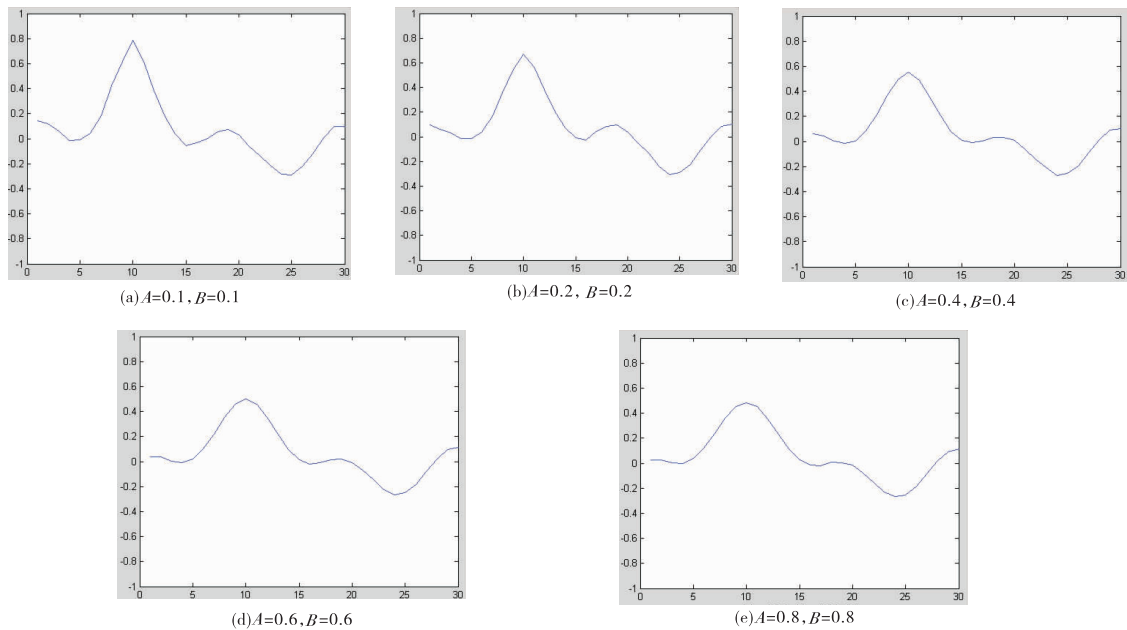
以图 1 为基础, 在 $0 \leq A < 1, 0 \leq B < 1$ 范围内, 逐渐增大 A, B 的值, 依次取值 0.1、0.2、0.4、0.6、0.8, 如图 2 所示, 通过观察时延估计信号的波形变化, 观察峰值区域的变化以及图形的峭度, 从而进一步分析时延估计算法的性能。通过不同 A, B 的值的波形的对比, 比较参数 A, B 对时延估计算法的性能的影响, 以及比较一般相关性的时延估计算法和基于 FLOS 的时延估计算法的性能。

由图 2(a) ~ 图 2(e) 可知, 随着参数 A, B 的逐渐增大, 时延估计在 $D = 10$ 处的峰值区域在逐渐增大, 因而估计函数 $\arg\max(\cdot)$ 不能得到更准确的值, 此时可以看到算法性能明显变差。当 $A = 0.8, B = 0.8$ (图 2(e)) 时, 在仿真中已经无法准确估计出给定值 $D = 10$ 。这是由于 A, B 的取值越趋近与 1, 分数低阶协方差的估计式就越接近于原有的一般相关性的二阶协方差的估计式, 噪声模型就愈加接近高斯噪声模型。然而给定的噪声是 $\alpha = 1.8$ 的 $S\alpha S$ 分布噪声, 不符合高斯噪声的特性, 不存在有限的二阶统计量, 因而基于传统的二阶统计量基础上的时延估计算法, 就不能有效地进行估计时延。

特别是在 $A = 1, B = 1$ 的特殊情况下, 即原表达式变为一般的协方差矩阵的时候, 此时, 分数低阶协方差估计的方法, 就退化成了一般相关性法, 可以看出, 原有的一般相关性法已经明显不适合这种 $\alpha = 1.8$ 的 $S\alpha S$ 噪声分布过程。这时, 利用分数低阶协方差矩阵, 就能获得更理想的时延估计结果。

4 结束语

在 $\alpha \in (0, 2)$ 的 $S\alpha S$ 噪声环境中, 信号或噪声不含

图 2 参数 A 、 B 取不同值对时延估计算法的影响

有有限二阶统计量,因而,传统的所有基于二阶统计量基础上的算法就都不能准确而有效的估计时延。这时,所有基于二阶统计量的最佳准则,均无法达到 α 稳定分布的条件下的最佳。但是,依据基于 α 稳定分布过程的线性理论,我们可以利用扩展出来的最小均方误差准则的思想,将原算法中的方差替换为 α 稳定分布信号的分散系数。这时,这一准则的思想被推广为最小分散系数准则,于是就有了用 FLOS 来估计时延的研究。

然而,在目前基于 FLOS 的时延估计中,对于参数 A 、 B 对系统性能影响的分析还比较少,因此本文在现有研究的基础上,通过改变基于 FLOS 的时延估计算法中参数 A 、 B 的取值,然后进行仿真分析,验证了这种 FLOS 基础上的时延估计算法在 $\alpha \in (0, 2)$ 的 $S_{\alpha S}$ 噪声环境下,仍然能够准确的估计结果。并且在此基础上,通过不断改变参数 A 、 B 的取值,并通过计算机仿真,分析比较了各种取值下估计法的性能,得出了这种时延估计算法在参数 A 、 B 趋近于 0 的情况下达到最佳的性能的结论。同时,在参数 A 、 B 趋近于 1 的情况下,即原有分数低阶协方差矩阵,退化成为一般的协方差矩阵的时候,时延估计效果明显变差。这也进一步表明在 $\alpha \in (0, 2)$ 的 $S_{\alpha S}$ 噪声环境下,原有的基于一般相关性的时延估计方法已经不再适用。

参考文献:

- [1] 邓平,范平志.蜂窝系统无线定位的原理及应用[J].移动通信,2000(5):19-22.
- [2] 杨伟超.Alpha 稳定分布噪声下通信信号调制识别研究[D].哈尔滨:哈尔滨工程大学,2012.
- [3] Drane C,Macnaughtan M,Scott C.Positioning GSM telephones[J].Communications Magazine,IEEE,1998,36(4):46-59.
- [4] 孟磊. α 稳定分布噪声下的盲多用户检测算法研究[D].成都:西南交通大学,2013.
- [5] 邱天爽,魏东兴,唐洪,等.通信中的自适应信号处理[M].北京:电子工业出版社,2005.
- [6] 邱天爽,张旭秀,李小兵,等.统计信号处理:非高斯信号处理及其应用[M].北京:电子工业出版社,2004.
- [7] 刘成材.基于分数低阶统计量的 DOA 和 TDOA 估计法研究[D].长春:吉林大学,2006.
- [8] 邓平,李莉,范平志.一种 TDOA/AOA 混合定位算法及其性能分析[J].电波科学学报,2002,17(6):633-636.
- [9] 吕泽均,肖先赐.在冲击噪声环境中基于子空间的测向算法研究[J].航空学报,2003,24(2):174-177.
- [10] Villier E,Lopes L,Ludden B.Performance of a handset-assisted positioning method for GSM[C]//Proceeding of IEEE 49th Vehicular Technology Conference on Moving Into a New Millenium (VTC 99),Houston,May 16-20,1999:1967-1972.
- [11] 刘洋,邱天爽,李景春.脉冲噪声环境下改进的顽健循环时延估计算法[J].通信学报,2013,34(6):184-

- 190.
- [12] Cedervall M. Mobile positioning for third generation WCDMA system[C]//Proceeding of IEEE 1998 International Conference on Universal Personal Communications, Florence, October 5-9, 1998:1373-1377.
- [13] Qi Y H, Kobayashi H, Suda H. Analysis of wireless geo-location in a non-line-of-sight environment [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2006, 5 (3): 672-681.
- [14] Janaswamy R. Angle and time of arrival statistics for the Gaussian Scatter Density Model" [J], IEEE Transactions on Wireless Communications, 2002, 1(3): 488-497.
- [15] 韦萌. 蜂窝网络 TOA/TDOA 定位技术研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2010.
- [16] 单志明. α 稳定分布参数估计及自适应滤波算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2012.
- [17] 李森. 稳定分布噪声下通信信号处理新算法及性能分析[D]. 大连: 大连理工大学, 2011.

Performance Analysis of Time-delay Estimation Algorithm Based on Fractional Lower-order Statistics

TANG Yong, XIONG Xingzhong

(School of Automation and Electronic Information, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong 643000, China)

Abstract: Lots of traditional time-delay estimation algorithms are built based on Gaussian model. In this case, the use of second-order and higher-order estimator of signal can get the desired results. However, the actual signal is often under the situation of non-Gaussian, such as communications line instant spikes, ambient noise, and so on. These signs have significant spikes in the time-domain waveform. At this moment, alpha stable distribution model can be a better way to describe this type of non-Gaussian pulse signal and noise. Therefore, it is necessary to study the time-delay estimation algorithm based on fractional lower-order statistics (FLOS) in alpha stable distribution model. The simulation results obtained by adjusting the parameters values in this paper show that the estimated effect of time-delay estimation algorithm based on FLOS is better than that of traditional algorithms in the case of non-Gaussian.

Key words: time-delay estimation; fractional lower-order; non-Gaussian noise; alpha stable distribution