

# 重力式挡土墙稳定性可靠度计算及其系统分析

周桂梅, 付长凯

(长安大学公路学院, 西安 710064)

**摘 要:**通过建立计算分析模型,采用“一次二阶矩中心”法,计算了重力式挡土墙倾覆和滑移两种失稳模式的可靠度指标,并将计算结果与“安全系数”法的验算结果进行了对比,得出重力式挡土墙结构在满足“安全系数”法验算条件下,仍存在一定的失效概率。此外,基于系统分析法得出,滑移稳定性失效的概率近似于整个系统稳定性失效的概率,建议在设计验算中注重考虑重力式挡土墙的滑移稳定性。

**关键词:**重力式挡土墙;稳定性;可靠度分析;系统分析

**中图分类号:**TU432

**文献标志码:**A

## 引 言

重力式挡土墙由于其取材方便,构造简单,经济效益好,被广泛应用于公路建设中,但挡土墙作为防止沿线土体坍塌滑落的土工构筑物,其稳定性直接影响沿线各类工程的安全与正常使用<sup>[1-3]</sup>。根据研究,重力挡土墙失稳模式主要表现为倾覆失稳和滑动失稳,工程中为避免挡土墙出现失稳破坏,设计主要以安全系数进行控制。但实际工程表明,当挡土墙的抗滑安全系数  $K_s \geq 1.3$ , 抗倾覆安全系数  $K_t \geq 1.6$  时,挡土墙发生失稳破坏的概率仍较高,其原因在于挡土墙设计计算中涉及参数较多,且存在不同程度的不确定性。因此,挡土墙的稳定性与安全性不仅需要安全系数进行控制,还应考虑其结构可靠度。

鉴于“安全系数”法未能考虑实际中的不确定性,不能有效地对挡土墙的稳定性进行控制,1994 年彭胤宗等人通过分析,采用一次二阶矩当量正态分布法对不同基底形状的挡土墙抗滑移稳定性进行了分析,并通过编制计算程序,验证了分析结果与程序计算结果的可靠性<sup>[4]</sup>。1997 年张建仁采用一次二阶中心矩法,通过建立

挡土墙结构稳定性的可靠度分析模型,对重力式挡土墙的稳定性进行了可靠度及使用参数的敏感性进行了分析<sup>[5]</sup>。2008 年杜永峰等人采用中心矩验算点法(JC 法)对重力式挡土墙的两种失稳模式进行了可靠度计算,同时通过建立串联系统,计算了设计挡土墙结构体系的失效概率<sup>[6]</sup>。此外,王良、刘芳等人均采用一次二阶矩中心法,通过建立分析模型,对重力式挡土墙稳定性可靠度进行了分析<sup>[7-8]</sup>。

大量的现场调查和研究表明,挡土墙的破坏属于多重破坏模式系统,且该系统属于无冗分量系统,任何一个破坏的发生即可导致整个系统失效。本文除对重力式挡土墙稳定性可靠度进行分析外,在此基础上运用系统分析法,对稳定性分析中两种失效模式影响的重要性进行了探讨。

## 1 结构可靠度的分析

在对结构进行可靠度分析时,一般将结构的极限状态方程表示为判断可靠度的功能函数,其表达形式为:

$$Z = G_X(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

其中,随机矢量  $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$  表示结构理论计算中的

收稿日期:2014-03-09

作者简介:周桂梅(1989-),女,福建龙岩人,硕士生,主要从事公路岩土工程方面的研究,(E-mail) zgm001@sina.cn

不确定参数,如土体的性质参数,结构的几何参数等。此外,结构要满足安全性、适用性及耐久性要求,结构可靠度的功能函数可表示为三种状态:

(1) 当  $Z = G_X(x_1, x_2, \dots, x_n) > 0$ , 结构处于安全状态。

(2) 当  $Z = G_X(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ , 结构处于极限状态。

(3) 当  $Z = G_X(x_1, x_2, \dots, x_n) < 0$ , 结构处于失稳或破坏状态<sup>[9]</sup>。

目前,工程结构分析中普遍采用可靠度分析法,其中“中心点”法分析最为常用,虽然此法存在一定缺点(如未能充分考虑随机变量的分布概型,尤其是将非线性功能函数在随机变量的平均值处展开,忽视了函数的复杂性与特殊性;假定平均值在极限状态曲面上,并以平均值作为验算点代入计算;以及计算的结果比较粗糙等),但此法计算简便,不需进行繁琐的数值计算,且计算精度可满足可靠度验算要求<sup>[10]</sup>。因此,本文即采用“中心点”法对重力式挡土墙稳定性的可靠度进行分析计算。

## 2 重力式挡土墙稳定性分析

### 2.1 重力式挡土墙抗倾覆稳定性分析

重力式挡土墙发生倾覆破坏多数是由于墙后土压力过大。在如图1所示的分析模型中,重力式挡土墙在主动土压力  $E_a$  作用下,墙趾C处会产生转动的趋势,其中挡土墙自身的重力  $G$  及主动土压力的竖向分力  $E_{ay}$  产生有利的抗倾覆力矩  $M_R$ , 主动土压力  $E_{ax}$  的水平分力产生不利的倾覆力矩  $M_S$ 。当倾覆力矩大于抗倾覆力矩时,挡土墙则会发生倾覆失稳,其极限状态方程表示为<sup>[11]</sup>:

$$Z_1 = M_R - M_S = Y_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (1)$$

现行抗倾覆稳定性验算的方法是假定挡土墙在主动土压力  $E_a$  作用下绕墙趾外倾,计算求得各力对墙趾的抗倾覆力矩和倾覆力矩,并定义抗倾覆力矩与倾覆力矩的必为抗倾覆安全系数,且为保证挡土墙结构的安全,其值不得小于1.6<sup>[12]</sup>。

对如图1所示的计算模型进行分析,可得在主动土压力作用下:

抗倾覆力矩:

$$M_R = GZ_C + \frac{1}{2}\gamma H^2 \times K_a \times [Z_y \cdot \sin(\delta - \alpha)] \quad (2)$$

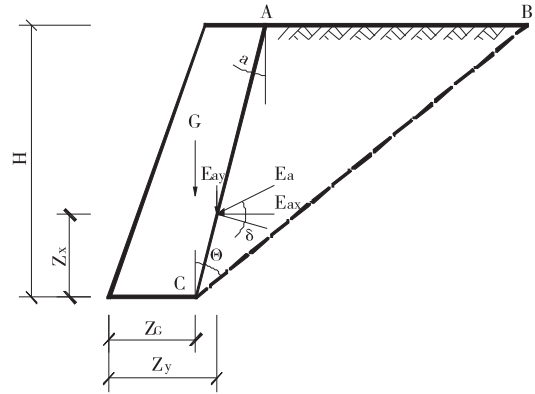


图1 重力式挡土墙分析计算模型

倾覆力矩:

$$M_S = \frac{1}{2}\gamma H^2 \times Z_X \cos(\delta - \alpha) \quad (3)$$

根据式(1)、式(2)及式(3)可得,重力式挡土墙抗倾覆稳定可靠度计算的功能函数为:

$$Z_1 = Y_1(M_R, M_S) = M_R - M_S = GZ_C + \frac{1}{2}\gamma H^2 K_a \times [Z_y \sin(\delta - \alpha) - Z_X \cos(\delta - \alpha)] \quad (4)$$

### 2.2 重力式挡土墙抗滑移稳定性分析

挡土墙的滑移破坏是指在土压力的作用下,挡土墙有可能沿基础底面发生滑动。即当滑动力大于抗滑力时,挡土墙则会发生滑移失稳,其极限状态方程为:

$$Z_2 = F_1 - F_2 = Y_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (5)$$

因此,对于重力式挡土墙抗滑移稳定性验算,要求基底抗滑力  $F_1$  应该大于其滑动力  $F_2$ 。根据图1建立的重力式挡土墙分析计算模型,在土压力的作用下:

基底抗滑力:

$$F_1 = (G + E_{ay})\mu \quad (6)$$

基底滑动力:

$$F_2 = E_{ax} \quad (7)$$

根据式(5)、式(6)及式(7)可得,重力式挡土墙抗滑移稳定性可靠度计算的功能函数为:

$$Z_2 = Y_2(F_1, F_2) = F_1 - F_2 = (G + E_{ay})\mu - E_{ax} \quad (8)$$

其中,  $G$  为挡土墙每延长米自重(kN/m);  $E_{ax}$ ,  $E_{ay}$  为墙背主动土压力的水平和垂直分力(kN/m);  $Z_C$ ,  $Z_X$ ,  $Z_y$  分别为重力、土压力的水平分力、垂直分力到墙趾的力臂(m)。

此外,实际工程分析表明,导致挡土墙结构稳定性分析计算产生不确定的影响因素主要有4个:墙后填土的内摩擦角  $\varphi$ , 土与挡土墙背之间的摩擦角  $\delta$ , 基底摩擦

系数  $\mu$  以及墙后填土的容重  $\gamma$ , 且 4 个随机变量的均服从正态分布。

### 3 重力式挡土墙稳定性可靠度指标计算及其系统分析

#### 3.1 “中心点”法计算可靠度指标

根据“中心点”法可靠度指标的计算方法,对于有  $n$  个随机变量影响结构可靠度的功能函数,可将极限状态功能函数  $Z$  按 Taylor 级数展开,并通过线性化处理,求得的  $Z$  平均值  $m_z$  和标准差  $\sigma_z$ , 则结构的可靠度指标  $\beta$  计算为:

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{Y(m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{x_i}^2 \left[ \frac{\partial G}{\partial X_i} m_{x_i} \right]^2}} \quad (9)$$

而在工程中,用失效概率对结构进行评价,因此,在求解得到可靠度指标后,可解得结构的失效概率  $P_f$  :

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (10)$$

其中,  $\Phi(x)$  为标准正态化分布函数,即失效概率  $P_f$  可查标准正态分布表解得。

#### 3.2 重力式挡土墙稳定性可靠度指标计算

根据求得的重力式挡土墙倾覆稳定性的极限态方程式(4)和式(8),结合挡土墙稳定性分析的计算模型,代入相应的几何参数得:

$$Z_1 = Y_1(M_R, M_S) = GZ_G + \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a I_1 [\sin(\delta - \alpha) - \cos(\delta - \alpha)]$$

其中,

$$I_1 = \frac{\cos(\theta + \varphi)(\tan\theta + \tan\alpha)}{\sin(\theta + \varphi + \alpha + \delta)}$$

$$Z_2 = Y_2(F_1, F_2) = \left[ G + \frac{1}{2} \gamma H K I_2 (\tan\theta - \tan\alpha) \right] \mu - \frac{1}{2} \gamma H K_a I_3 (\tan\theta + \tan\alpha)$$

其中,

$$I_2 = \frac{\cos(\theta + \varphi) \sin(\delta + \alpha)}{\sin(\theta + \varphi + \alpha + \delta)}$$

$$I_3 = \frac{\cos(\theta + \varphi) \cos(\delta + \alpha)}{\sin(\theta + \varphi + \alpha + \delta)}$$

此时,结合式(7)即可求得重力式挡土墙抗倾覆稳定性和抗滑移稳定性的可靠度指标。

抗倾覆稳定性可靠度指标:

$$\beta_1 = \frac{GZ_G + m_{E_y} Z_x - m_{E_x} Z_y}{\sqrt{\left( \frac{\partial Y_1}{\partial \varphi_{m_\varphi}} \right)^2 \sigma_\varphi^2 + \left( \frac{\partial Y_1}{\partial \varphi_{m_\delta}} \right)^2 \sigma_\delta^2 + \left( \frac{\partial Y_1}{\partial \varphi_{m_\gamma}} \right)^2 \sigma_\gamma^2}}$$

抗滑移稳定性可靠度指标:

$$\beta_2 = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{(G + m_{E_{ay}})\mu - m_{E_{ax}}}{\sqrt{\left( \frac{\partial Y_2}{\partial \varphi_{m_\varphi}} \right)^2 \sigma_\varphi^2 + \left( \frac{\partial Y_2}{\partial \varphi_{m_\delta}} \right)^2 \sigma_\delta^2 + \left( \frac{\partial Y_2}{\partial \varphi_{m_\mu}} \right)^2 \sigma_\mu^2 + \left( \frac{\partial Y_2}{\partial \varphi_{m_\gamma}} \right)^2 \sigma_\gamma^2}}$$

其中,  $\frac{\partial Y}{\partial (X_i)_{m_{x_i}}}$  为  $Y$  对  $X_i$  求导后,用  $X_i$  的平均值  $m_{x_i}$  代入求得的导数值,在分析计算中为常量。

#### 3.3 重力式挡土墙稳定性的系统分析

在实际工程设计中,挡土墙结构的安全设计验算主要包括结构稳定性的验算,地基承载力的验算,以及墙身强度的验算。即挡土墙结构的可靠和安全主要受三方面的影响。因此,可将其作为一个系统进行分析,而稳定分析仅是其串联系统中的一个单元,而该单元又由两个分量串联形成,其中任何一个单元或分量的失效均会引起整个系统的失效<sup>[13-15]</sup>。但若仅针对于挡土墙稳定性进行考虑时,需假定挡土墙地基承载力及墙身强度满足设计要求。

对重力式挡土墙稳定性系统而言,系统具有倾覆破坏和滑移破坏两种破坏模式,即  $Z_1 \leq 0, Z_2 \leq 0$ 。若将重力式挡土墙稳定性失效视为事件  $E$ , 倾覆稳定性失效视为事件  $E_1$ , 滑移稳定性失效视为  $E_2$ , 事件  $E$  发生的概率为:

$$P(E) = P(E_1) \cap P(E_2)$$

同时,由于倾覆稳定性失效视事件  $E_1$  和滑移稳定性失效视事件  $E_2$  的极限状态方程具有正相关系数,因此,事件  $E$  发生的概率也可表示为:

$$\max[P(E_1), P(E_2)] \leq P(E) \leq P(E_1) + P(E_2)$$

### 4 工程案例计算分析

#### 4.1 可靠度指标的计算

计算模型采用文中建立的挡土墙分析模型,其中,各随机变量统计参数可结合某高速公路段现场进行确定。由于土的各项物理力学参数符合正态分布,通过抽样分析计算,其统计参数见表 1。

表1 随机变量的统计参数

变量名	平均值	标准差	变异系数
$\varphi$	45°	5°	0.12
$\delta$	40°	6°	0.16
$\mu$	0.65	0.1	0.15
$\gamma$	16 kN/m <sup>3</sup>	0.9 kN/m <sup>3</sup>	0.06

挡土墙几何参数及其他参数为:

$$H = 4.0 \text{ m}, \alpha = 10^\circ, \theta = 30^\circ, Z_x = 1.6 \text{ m}$$

$$Z_y = 2.1 \text{ m}, Z_c = 1.3 \text{ m}, G = 92 \text{ kN/m}, E_a = 72 \text{ kN/m}$$

$$E_{ax} = E_a \cos(\delta - \alpha) = 62.35 \text{ kN/m}$$

$$E_{ay} = E_a \sin(\alpha - \delta) = 36 \text{ kN/m}$$

将参数分别代入抗倾覆稳定性和抗滑移稳定性可靠度指标计算公式可得:

$$\beta_1 = 3.823, \beta_2 = 1.466$$

则两种稳定性可靠度的失效概率分别为:

$$P(Z_1) = \Phi(-3.823) = 0.0001 P(Z_2) = \Phi(-1.466) = 0.0721$$

此时,再结合系统分析的结果,整个稳定性分析系统的失效概率为:

$$\max[P(E_1), P(E_2)] \leq P(E) \leq P(E_1) + P(E_2)$$

即:

$$0.0721 \leq P(E) \leq 0.0721 + 0.0001$$

由此可得,在重力式挡土墙稳定性分析中,滑移稳定性失效的概率近似等于整个失稳系统的失效概率。因此,建议在实际的工程设计中应着重考虑结构的滑移稳定性失效的验算。

#### 4.2 与“安全系数”法的对比研究

根据工程设计中常采用的“安全系数”法,设计模型及参数条件下,其中各参数值取其平均值,重力式挡土墙的抗倾覆安全系数:

$$K_i = \frac{M_R}{M_S} = \frac{GZ_c + \frac{1}{2}\gamma H^2 K_a \times Z_y \sin(\delta - \alpha)}{\frac{1}{2}\gamma H^2 K_a \times Z_x \cos(\delta - \alpha)} = 1.96$$

满足抗倾覆安全系数  $K_i$  大于 1.6 的要求,即设计重力式挡土墙抗倾覆稳定性满足设计要求。

同样,重力式挡土墙的抗倾覆安全系数:

$$K_s = \frac{F_1}{F_2} = \frac{(G + E_{ay})\mu}{E_{ax}} = 1.34$$

满足抗倾覆安全系数  $K_s$  大于 1.3 的要求,即设计的

重力式挡土墙抗倾覆稳定性满足设计要求。

对上述计算的失效概率和安全系数进行比较可得,虽然按安全法设计的挡土墙满足稳定性验算要求,但其仍存在 7.21% 的失效概率,而这就客观的反映出,为何现在大量的重力式挡土墙虽然满足设计验算的要求,但在设计的使用期限内仍出现了不同程度的失稳病害。

## 5 结论

(1) 通过建立分析模型,采用一次二阶中心矩的“中心点”法,对重力式挡土墙稳定性的可靠度进行了分析。

(2) 分析计算结果表明,设计的重力式挡土墙即使满足“安全系数”法的设计验算要求,但基于可靠度的分析方法,其结构不可能 100% 安全。仅仅使用“安全系数”法对挡土墙进行设计验算会导致不同程度的失稳病害隐患。

(3) 通过对重力式挡土墙稳定性的可靠度进行分析,重力式挡土墙稳定性验算中,应注重考虑滑移稳定性的验算,滑移稳定性失效的概率近似等于整个系统稳定性失效的概率。

(4) 结合工程实际,准确测定工程中土体参数,以此提高挡土墙设计的可靠性。

## 参考文献:

- [1] 曾革,周志刚.公路挡土墙抗倾覆稳定性设计方法[J].中南大学学报:自然科学版,2009,40(4):1154-1158.
- [2] 李明.悬锚式挡土墙可靠度计算研究[D].西安:长安大学,2011.
- [3] 张世明,张荣坤.重力式挡土墙结构可靠度计算方法[J].东北水利水电,2012(3):20-21.
- [4] 彭胤宗,刘兴奇,刘昌清.重力式挡土墙稳定性可靠度的探讨[J].路基工程,1993(1):22-26.
- [5] 张建仁.挡土墙结构稳定性的可靠度分析[J].中国公路学报,1997,10(3):53-58.
- [6] 杜永峰,余钰,李慧.重力式挡土墙稳定性的结构体系可靠度分析[J].岩土工程学报,2008,30(3):349-353.
- [7] 王良,刘元雪.重力式挡土墙抗滑移的可靠度分析[J].重庆工商大学学报:自然科学版,2005,22(6):609-611.

- [8] 刘芳,何本贵,高谦.挡土墙模糊可靠性分析[J].岩土工程技术,2005,19(5):217-220.
- [9] 孙思奥.结构可靠度分析方法及其相关理论研究[D].北京:清华大学,2007.
- [10] 冷伍明.基础工程可靠度分析与设计理论[M].长沙:中南大学出版社,2000.
- [11] 赵广强.重力式挡土墙可靠度分析及防滑设计探讨[D].兰州:兰州理工大学,2007.
- [12] 蔡阳.重力式挡土墙可靠度研究[D].成都:西南交通大学,2003.
- [13] 高大钊.土力学可靠性原理[M].北京:中国建筑工业出版社,1989.
- [14] 肖尊群,刘宝琛.重力式挡土墙结构模糊随机可靠性分析[J].中南大学学报:自然科学版,2010(4):1522-1527.
- [15] 郑希涌,赖焕枫,张继明.基于极限分析挡土墙稳定的可靠度计算方法[J].公路交通科技:应用技术版,2011(4):142-145.

## Calculation of Reliability of the Gravity Retaining Wall's Stability and its System Analysis

ZHOU Guimei, FU Changkai

(School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

**Abstract:** Through the establishment of calculation and analysis model, the reliability indexes of the two unstable modes (overturn and sliding) of the gravity retaining walls are calculated by using the first-order second-moment theory, and the results are compared with the checking results that calculated by the safety factor method, it shows that there is still a certain failure probability in spite the gravity retaining walls meet the checking conditions of the safety factor method. Besides, based on the system analysis method, it is put forward that the failure probability of the sliding's stability is similar to the failure probability of the whole structure's stability. And the stability of sliding of the gravity retaining walls should be paid more attention in the design of checking calculation.

**Key words:** gravity retaining wall; stability; reliability analysis; system analysis