第 26 卷第 6 期　　四川理工学院学报(自然科学版)　　Vol. 26　No. 6
2013 年 12 月　　Journal of Sichuan University of Science & Engineering(Natural Science Edition)　　Dec. 2013
文章编号:1673-1549(2013)06-0037-04　　DOI:10.3969/j.issn.1673-1549.2013.06.008

基于小波变换的图像处理技术研究

赵　丽, 王玉兰, 张孝攀

(成都理工大学管理科学学院, 成都 610059)

摘　要:小波变换由于自身具备的时频域局部化特性,能有效地克服 Fourier 变换在处理非平稳的复杂图像信号时所存在的局限,已成为图像处理的一种重要手段。在简单介绍小波变换基本原理的基础上,举例说明了小波变换在图像去噪、压缩、增强和融合等方面的应用。实验结果表明:将小波变换应用于图像处理可获得良好的处理效果。

关键词:小波变换; 图像去噪; 图像压缩; 图像增强; 图像融合

中图分类号:TP317.4　　**文献标志码**:A

小波变换的概念由 J. Morlet 于 19 世纪八十年代提出。十几年后,一个真正的小波基由数学家 Y. Meyer 构造了出来。后来,S. Mallat 也参与进来,两人共同建立了构造小波基的多尺度分析,自此小波分析开始蓬勃发展起来。小波分析既是对傅里叶变换的重大突破,也是从应用数学到信号与图像处理等诸多领域的研究热点。随着小波理论和方法的日益完善,它广泛应用在信号分析、地震勘探数据处理、算子理论、图像处理、故障诊断等很多领域[1-3]。目前,小波分析在图像处理中主要应用于图像压缩、图像去噪、图像增强、图像融合等方面。

1　小波变换基本原理

相比传统 Fourier 变换、加窗傅里叶变换而言,小波变换是时频域的局部变换,其时-频定位特性和多分辨能力也非常好。因此,小波变换可以有效地将信号所包含的各种信息提取出来,而这也正是 Fourier 变换无法解决的[4]。

1.1　连续小波变换

设 $\psi(t) \in L^2(R) \cap L^1(R)$, 并且 $\hat{\psi}(0) = 0$, 令

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right), (a,b \in R, a \neq 0) \quad (1)$$

其中, a 是伸缩因子, b 是平移因子,称 $\{\psi_{a,b}(t)\}$ 为连续小波,称 ψ 为基本小波或母小波。

设 $f \in L^2(R)$, 有以下定义:

$$W_f(a,b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} \quad (2)$$

此即为连续小波变换,其中, $\overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)}$ 表示 $\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ 的共轭。

1.2　离散小波变换

连续小波变换一般是用于理论论证,所以为了满足实际应用的需要,现定义如下的离散小波变换:

$$\psi_{jk}(t) = a_0^{-\frac{j}{2}}\psi(a_0^j t - kb_0), j,k \in Z \quad (3)$$

其中 $a_0 > 0$, $b_0 > 0$, Z 表示全体整数所构成的集合。

设 $f \in L^2(R)$, $\psi(t)$ 是一个基本小波,令:

$$C_f(j,k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\overline{\psi_{jk}(t)}\,\mathrm{d}t, j,k \in Z \quad (4)$$

称 $C_f(j,k)$ 为 $f(t)$ 的离散小波变换。

1.3　Mallat 变换

1989 年,Mallat 建立了以他名字命名的 Mallat 算法[5]。这给小波理论带来了突破性的研究成果,Mallat 算法也开始用于信号的分解过程与重构过程中。根据二维多分辨率分析理论,可以将 Mallat 算法相应地推广到二维信号(图像)。二维信号在某尺度空间分解到下

收稿日期:2013-07-01

作者简介:赵　丽(1989-),女,四川泸定人,硕士生,主要从事地学信息处理与计算机模拟方面的研究,(E-mail)zhaoli6778@126.com

一尺度空间的信号为:小波低频信号 c 与小波高频信号[6-9]。二维小波变换的快速算法 - Mallat 算法公式如(5)式所示:

$$\begin{cases} d_{j+1}^{V}(m,n) = \sum_k \sum_l h(k-2m)g(l-2n)c_j(k,l) \\ d_{j+1}^{H}(m,n) = \sum_k \sum_l g(k-2m)h(l-2n)c_j(k,l) \\ d_{j+1}^{D}(m,n) = \sum_k \sum_l g(k-2m)g(l-2n)c_j(k,l) \\ c_{j+1}(m,n) = \sum_k \sum_l h(k-2m)h(l-2n)c_j(k,l) \end{cases} \tag{5}$$

重构算法公式为:

$$\begin{aligned} c_j(m,n) = {} & \sum_k \sum_l h(k-2m)h(l-2n)c_j(k,l) + \\ & \sum_k \sum_l g(k-2m)h(l-2n)d_{j+1}^{H}(k,l) + \\ & \sum_k \sum_l h(k-2m)g(l-2n)d_{j+1}^{V}(k,l) + \\ & \sum_k \sum_l g(k-2m)g(l-2n)d_{j+1}^{D}(k,l) \end{aligned} \tag{6}$$

引入无穷矩阵 H_r、H_c、G_r 和 G_c,其中 $H_r = [H_{k_1,m_1}]_{k_1,m_1=-\infty}^{\infty}$,$H_c = [H_{k_2,m_2}]_{k_2,m_2=-\infty}^{\infty}$,$G_r = [G_{k_1,m_1}]_{k_1,m_1=-\infty}^{\infty}$,$G_c = [G_{k_2,m_2}]_{k_2,m_2=-\infty}^{\infty}$,且 $H_{k,m} = h(k-2m)$,$G_{k,m} = g(k-2m)$,下标"c"和"r"分别表示对矩阵的列操作和行操作。则分解公式可化为:

$$\begin{cases} d_j^{V} = H_r G_c c_{j+1} \\ d_j^{H} = G_r H_c c_{j+1} \\ d_j^{D} = G_r G_c c_{j+1} \\ c_j = H_r H_c c_{j+1} \end{cases} \tag{7}$$

对应上式的重构过程如(8)式:

$$c_{j+1} = H_r^* H_c^* c_j + H_r^* G_c^* d_j^V + G_r^* H_c^* d_j^H + G_r^* G_c^* d_j^D \tag{8}$$

式中,H^* 和 G^* 分别是 H 和 G 的对偶算子(在 l^2 中),可分别理解为 H 和 G 的共轭转置矩阵。图 1 和 2 分别为二维小波进行一次分解和重构的框图,其中,d_{j+1}^{V}、d_{j+1}^{H} 和 d_{j+1}^{D} 分别表示信号在垂直方向、水平方向和对角线方向的细节系数。

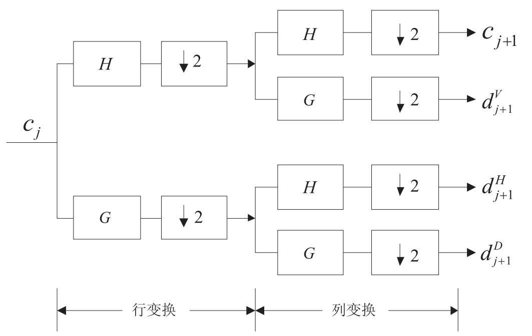

图 1　二维信号的一次小波分解

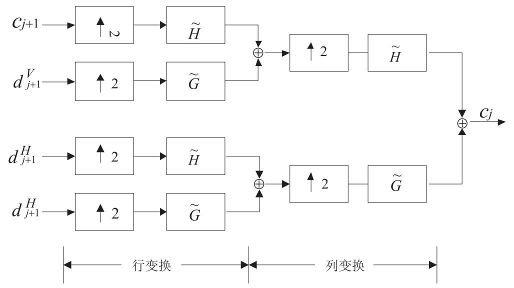

图 2　二维信号的一次小波重构

2　小波分析在图像处理中的应用

2.1　小波分析在图像去噪中的应用

噪声对图像处理的影响不容小觑,它不仅影响图像处理的各个环节,甚至影响着输出结果,换言之,去噪已成为图像处理中至关重要的一步。

利用小波方法能够有效地去除图像中的噪声,对二维图像信号进行小波阈值去噪的步骤如下:(1)小波分解:选择合适的小波并确定分解层次 N,对待处理信号的每一层进行分解计算;(2)阈值去噪:即小波变换域中小波系数的非线性处理,对于每一层,选择一个阈值,对分解小波系数中所有高频系数阈值实现数值化,得到新的系数;(3)小波逆变换:即重构,根据经过阈值数值化处理的各层高频系数和分解到每一层的低频系数实现小波重构[10-18]。

利用二维小波变换对图像进行去噪处理,得到图 3 所示的对比图。将含噪图像的高频部分分解成尺度为 1 的水平高频图像、垂直高频图像和对角高频图像。由对比结果可以得出,第一次去噪已经去除了大多数高频噪声,但与原图相比,仍然有不少高频噪声。第二次去噪在已经去除大多数高频噪声的基础上,继续去除高频噪声,得到了较好的效果,但还是不如原图质量好。

2.2　小波分析在图像压缩中的应用

在分布式网络多媒体应用中,常常需要对各种信号进行处理,为了实现信号的高保真,只有当压缩比很大时,才能起到显著的效果[19-21]。Fourier 变换在处理非平稳信号时,难免有很多缺陷,而小波变换由于自身具备的时频域局部化特性,能有效地"躲过"这些缺陷,因此具有较好的图像压缩效果。基于小波分析的图像压缩方法很多,小波包、小波变换零树压缩以及矢量量化压缩等都是其中的代表。而二维小波分析具有抗干扰、压缩比高、效率高以及能基本保持原始图像的特征等特点,是小波分析应用于图像压缩的一种关键技术。

由于小波变换后,图像高频部分小波系数所占比例


(a)原始图像　(b)含噪图像
(c)水平高频图　(d)垂直高频图　(e)对角高频图
(f)第一次去噪后的图像　(g)第二次去噪后的图像

图 3　二维小波变换进行图像去噪

较小,相反地,低频部分小波系数所占比例较大,因此只要去掉其中的高频而保留低频部分就可以达到压缩的目的[22-24]。图 4 是利用二维小波变换进行图像压缩结果图。


(a)原始图像　(b)压缩图像　(c)重构图像

图 4　利用二维小波变换进行图像压缩

小波分解系数中为 0 的个数百分比:86.5091%。压缩后图像保留能量百分比为:99.9176%。重构图像与原始图像基本一致,重构效果较好。

2.3　小波分析在图像增强中的应用

图像增强的目标主要是增强图像的辨识度,同时降低甚至去除图像中混有的噪声,以便于识别。对一幅原始图像,小波变换将其分解为大小不同、方向各异,以及位置各异的分量,在做逆变换之前,根据实际需要,能够通过对不同位置的某些分量改变其系数的大小,达到把那些感兴趣的分量增强而不需要的分量削弱的目的[25-26]。

图 5 所示为图像增强结果,将原始图像分解成尺度为 1 的低频图像、水平高频图像、垂直高频图像以及对角高频图像。可以看出,经过二维小波分解后的图像,其低频部分被加强,高频部分被削弱了,从而实现了图像增强,取得了比较显著的效果。

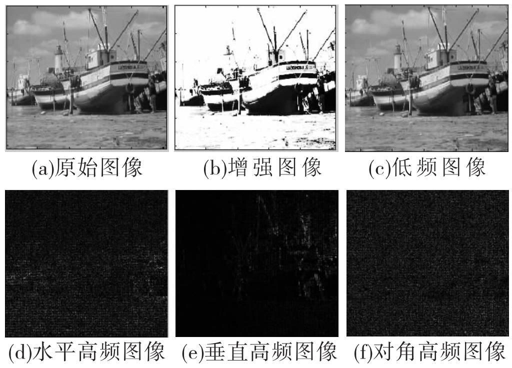
(a)原始图像　(b)增强图像　(c)低频图像
(d)水平高频图像　(e)垂直高频图像　(f)对角高频图像

图 5　基于小波分析图像增强结果

2.4　小波分析在图像融合中的应用

将小波分析应用于图像融合的方法是 Mallat 于 1989 年提出的[27]。如果将同一对象的两个甚至多个图像进行叠加,叠加结果保存在另一幅图像中,能使得叠加后的图像比原来的任何一幅更易被理解,这就是图像融合技术。图像融合技术广泛应用于医学图像处理以及多频谱图像解释等领域[28-30]。

如图 6 所示,原始图像 desk1(图 6(a))左边部分不清晰,而原始图像 desk2(图 6(b))右边部分不清晰,经过二维小波变换进行融合,对图像进行小波分解,并对分解系数进行处理以突出轮廓部分,弱化细节部分。由结果可以看到,融合后的图像(图 6(c))非常清晰,同时具有两幅模糊图像的特征,效果非常显著。


(a) 原始图像1　(b) 原始图像2　(c) 融合图像

图 6　基于小波分析的图像融合结果

3　结束语

本文主要介绍了连续小波变换、离散小波变换和 Mallat 算法理论,并将其应用于图像处理中,通过实验说明可以利用二维小波变换对图像进行去噪、图像压缩、图像增强和图像融合等处理。实验结果表明:小波变换在图像处理中具有良好的效果和显著的优势。

参 考 文 献:

[1] 赵登峰,许纯新,王国强.小波分析及其在数字图像处理中的应用[J].同济大学学报,2001,29(9):1054-1057.

[2] 席荣起.小波变换在图像处理中的应用[J].应用科

技,2010(12):253,260.

[3] 支春强.小波变换在数字图像处理中的应用[J].信息与电脑,2010,2(1):157.

[4] 樊启斌.小波分析[M].武汉:武汉大学出版社,2008.

[5] 李登峰,杨晓慧.小波基础理论和应用实例[M].北京:高等教育出版社,2010.

[6] 张德丰.Matlab 小波分析与工程应用[M].北京:国防工业出版社,2008.

[7] 张德丰.Matlab 小波分析[M].北京:机械工业出版社,2009.

[8] 桂 明,张明照,戚红雨,等.应用 Matlab 语言处理数字信号与数字图像[M].北京:科学出版社,2000.

[9] (美)Jaideva C Goswami,Andrew K.小波分析理论、算法及其应用[M].许天周,黄春光,译.北京:国防工业出版社,2007.

[10] Starck J L,Candes E J,Donoho D L.The curvelet transform for images denoising[J].IEEE Trans.On Images Processing,2002,11(6):670-684.

[11] 戴宝燕.基于 MATLAB 的小波图像处理技术[J].甘肃联合大学学报,2010,24(5):79-83.

[12] 储鹏鹏.基于小波变换的图像去噪方法研究[D].西安:西安电子科技大学,2009.

[13] Pan Q,Zhang L,Dai G,et al.Two denoising methods by wavelet transform[J].IEEE Trans.on SP,1999,47(12):3401-3406.

[14] 张蜜蜜.基于小波变换的信号和图像去噪方法研究[D].沈阳:沈阳工业大学,2009.

[15] Wu Z,Huang N E.A study of the characteristics of white noise using the empirical mode decomposition method[J].Proc.R.Soc.,2002,460(21):261-266.

[16] Robert M.Quantization noise spectra[J].IEEE Trans. Information Theory,1990,28(7):36-45.

[17] 李继军.小波分析及其在信号、图像降噪中的应用研究[D].西安:西安电子科技大学,2006.

[18] 扶 晓,陈柳巍.基于小波分析的阈值降噪算法研究[J].电脑编程技巧与维护,2012(4):90-91.

[19] 亢维军.基于小波变换的数字图像压缩技术研究[D].兰州:兰州理工大学,2008.

[20] 李 强,王 喆.基于小波分析的图像压缩[J].通信技术,2010,8(43):236-241.

[21] 燕振刚,李 广,刘 强.基于小波分析的图像压缩与去噪研究[J].甘肃农业大学学报,2010,45(4):156-160.

[22] 王剑平,张 捷.小波变换在数字图像处理中的应用[J].现代电子技术,2011,34(1):91-94.

[23] 田苗苗.小波分析和小波包在图像压缩中的应用[J].安徽科技学院学报,2009,23(5):32-34.

[24] 吕金花.基于 MATLAB 的图像压缩技术研究[J].山西焦煤科技,2008(12):35-38.

[25] 许志影,李晋平,崔若飞.小波变换及其在数字图像处理中的应用[J].河北理工学院学报,2003,25(4):84-88.

[26] 任 锐.小波变换在图像处理中的应用[J].仪器仪表学报,2004,25(4):591-593.

[27] 李 云,刘学诚.小波变换在图像处理中的应用[J].计算机仿真,2008,25(6):195-197.

[28] 王吉林.小波变换在图像处理中的应用[J].盐城工学院学报,2004,17(4):50-54.

[29] 巩 萍,潘冬明.小波分析及其在图像处理中的应用[J].长沙大学学报,2005,19(2):52-54.

[30] 王 博.数字图像处理方法与应用研究[D].西安:西北工业大学,1998.

Image Processing Technique Research Based on Wavelet Transform

ZHAO Li, *WANG Yu-lan*, *ZHANG Xiao-pan*

(College of Management Science, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

Abstract: Due to the localized features of its time and frequency domain, wavelet transform can effectively overcome the limits that exist in dealing with the complex non-stationary image signal by Fourier transform. Therefore, wavelet transform has become an important means of image processing. The basic principle of wavelet transform is introduced briefly, and the applications of wavelet transform in image de-noise, image compression, image enhancement and image fusion are also illustrated. The results show that: the application of wavelet transform in image processing has a good effect.

Key words: wavelet transform; image de-noise; image compression; image enhancement; image fusion