

全约束下高光谱混合像元线性分解

刘娟娟, 王茂芝, 葛世国, 李 想

(成都理工大学管理科学学院, 成都 610059)

摘 要:针对使用线性模型对混合像元进行求解,其分解的结果(丰度值)会出现负值或和不为 1 的情况,提出了加入非负约束与和为 1 的条件对此线性模型进行最小二乘分解,并给出相应的算法。实验表明全约束下的最小二乘获得了比较好的分解效果。

关键词:线性光谱解混;最小二乘;全约束;最优化

中图分类号:TP75

文献标志码:A

引 言

遥感影像通常以像元为单位获得地物的信息,而在遥感图像中一个像元可能会覆盖几米甚至上千米的地表范围,这就可能包含多种地物类型,这就形成了混合像元。而产生混合像元主要有两个原因^[1]:一是传感器的空间分辨率较低,不同的地物可能存在于一个像元内,这种情况一般发生在遥感平台处于比较高的位置或者拥有宽视角;二是不同的地物组合形成同质均一化的地表类型,这种情况的发生不依赖于传感器的空间分辨率。

针对混合像元分解,近年来国内外的许多学者也提出了许多有效可行的模型,主要有线性模型、非线性模型、概率模型、几何模型、神经网络模型等,其中线性模型应用最为广泛。

线性模型^[2]中又有许多方法,本文主要针对其中的最小二乘法^[3]来求解。最小二乘法作为数学领域内一个重要的知识,在各个领域中的应用都很广泛,也在迅速的发展,是最优化问题和算法的重要组成部分,然而在许多实际问题中,只是简单的线性求解会使结果不具有现实意义,所以加上某些物理或数学的约束条件,再进行求解,这就是所说的约束最小二乘问题。因此,研究这类问题的计算方法是很有意义的。

混合像元的分解^[4]总是针对特定的区域、特定的应用目标以及特定的遥感图像进行的。在高光谱情况下,由于光谱分辨率的提高,所得到的像元的辐射值构成了一条几乎连续的光谱曲线,完整地代表了地物的光谱响应特性,使得可以通过分析光谱曲线的组成,分析光谱数据以确定在同一像素内不同成分(目标物)组成类别和比例,实现混合像元分解的目的。

1 线性模型原理及其算法

1.1 线性模型简介

线性模型是假设物体间没有相互作用,每个光子只能“看到”一种物质,并将其信号叠加到像元光谱中,同时忽略了多次散射过程。即在像元内相同的地物都有相同的光谱特征以及光谱是线性可加的。

在线性光谱混合模型中,每一波段中,每一像元的灰度值表示为混合像元中各端元的光谱特性与端元在像元中所占的百分比的线性组合。因此第 b 波段的像元丰度值 x_b 可以表示为:

$$x_b = \sum_{i=1}^p s_i a_{i,b} + n_b, (b = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, p) \quad (1)$$

其中, $a_{i,b}$ 为第 b 波段的第 i 种端元的光谱特性参数, s_i 为第 i 种地物的混合像元中所占的百分比, n_b 为噪声^[5]。

式(1)也可以表示为矩阵形式:设 X 为多通道遥感图像中单一像元的多光谱或高光谱矢量, A 为各类地物组成的反射特性矩阵, S 为该像元中各类地物所占的百分比,则依此模型有如下关系式:

$$X = A \times S + N \quad (2)$$

这里, N 为噪音。若遥感影像有 n 条通道,其中有 p 类地物种类,则(2)式中的 X 为 $n \times 1$ 的向量, A 为 $n \times p$ 的矩阵,为 $p \times 1$ 的向量。

考虑到所求 S 是各地物在该像元中所占的比例,所以各个地物所占比例之和应该为 1,且各地物所占比例为非负的且小于等于 1 的数据,即 S 应满足以下约束条件^[6]:

(1) 混合像元中各组分比 s_i 之和应该等于 1,即

$$\sum_{i=1}^p s_i = 1$$

(2) 分解各组分比 s_i 应该在 [0,1] 范围内,即

$$0 \leq s_i \leq 1, (i = 1, 2, \dots, p)$$

在这两个约束条件下才能保证混合像元分解所求的各地物的丰度值符合实际意义。这也就是全约束下最小二乘求解,其求解过程如下:

在求此全约束最小二乘问题之前需先求满足(2)式条件的丰度值,然后再引入新矩,即

$$A' = \begin{bmatrix} A \\ I^T \end{bmatrix}, X' = \begin{bmatrix} X \\ 1 \end{bmatrix}$$

其中 $I^T = (1, 1, \dots, 1)$, 只要将原式中的 A, X 用新矩阵 A', X' 代替即可。在满足各组分比在 [0,1] 范围内从优化问题出发求解。

由模型关系式 $X = A \times S + N$ 知 N 是误差且 $N = X - A \times S$ 使误差 N 最小即使得

$$N^T N = (X - A \times S)^T (X - A \times S)$$

最小。且满足条件(2),即优化中 IP 型约束问题^[7]的求解

$$\min(N^T N) = \min[(X - A \times S)^T (X - A \times S)]$$

为了计算简单可以把其转化成

$$\min(\Psi) = \min\left(\frac{1}{2} N^T N\right) = \min\left[\frac{1}{2} (X - A \times S)^T (X - A \times S)\right]$$

且

$$s. t. \begin{cases} s_i \geq 0, (i = 1, 2, \dots, p) \\ 1 - s_i \geq 0, (i = 1, 2, \dots, p) \end{cases}$$

由 IP 的约束问题可以求解到

$$\nabla \Psi(\hat{S}_{NCLS}) + \lambda \nabla S(\hat{S}_{NCLS}) = \frac{\partial \Psi}{\partial S} + \lambda =$$

$$A^T A \hat{S}_{NCLS} - A^T X + \lambda = 0$$

可以得到 $\lambda = A^T (X - A \hat{S}_{NCLS})$, 将其带入 $A^T A \hat{S}_{NCLS} - A^T X + \lambda = 0$ 得

$$\hat{S}_{NCLS} = \hat{S}_{LS} - (A^T A)^{-1} \lambda$$

其中, $\hat{S}_{LS} = (A^T A)^{-1} A^T X$ 是在无约束条件下的最小二乘解^[8]。可以看出其解是一个迭代关系式,必须有结束条件,当所有的 $S_i (i = 1, 2, \dots, p)$ 满足条件就可结束迭代,在此引入一个主动集合 P 和一个被动集合 R , 其中 P 标记所有 \hat{S}_{LS} 中为正的数, R 标记所有被用到迭代过程中 \hat{S}_{LS} 中非正的数,当迭代结束时,所有的 λ 必须满足 Kuhn - Tucker 条件(简称 K - T 条件)^[6]:

$$\lambda_i = 0, i \in P$$

$$\lambda_i < 0, i \in R$$

1.2 线性模型全约束下的求解算法

非负约束下的混合像元求解算法^[9]如下:

(1) 初始条件:设被动集合 $P^{(k)} = \{1, 2, \dots, p\}$ 和主动集合 $R^{(k)} = \emptyset$, 并设 $k = 0$ 。

(2) 计算出不带约束条件的 $\hat{S}_{LS} = (A^T A)^{-1} A^T X$, 并令 $\hat{S}_{NCLS}^{(k)} = \hat{S}_{LS}$ 。

(3) 在第 k 次迭代后,若是 $\hat{S}_{NCLS}^{(k)}$ 所有的元素都是非负,算法终止,否则继续。

(4) 让 $k = k + 1$ 。

(5) 在 $P^{(k-1)}$ 中移动指标,把 $\hat{S}_{NCLS}^{(k-1)}$ 中的负元素对应的指标移到 $R^{(k-1)}$ 中去,形成两个新的指标集合 $P^{(k)}, R^{(k)}$, 并创建一个新的集合 $S^{(k)} = R^{(k)}$ 。

(6) 设集合 $\hat{S}_{R^{(k)}}$, 它是由 \hat{S}_{LS} 在 $R^{(k)}$ 中对应的元素组成的矩阵。

(7) 形成一个转置矩阵 $\Phi_w^{(k)}$ 它是通过移除了 $(A^T A)^{-1}$ 与 $P^{(k)}$ 对应的行和列组成的新矩阵。

(8) 计算 $\lambda^{(k)} = (\Phi_w^{(k)})^{-1} \hat{S}_{R^{(k)}}$, 假如 $\lambda^{(k)}$ 中所有的元素都是负,跳至 13 步,否则继续。

(9) 计算 $\lambda_{\max}^{(k)} = \arg\{\max_j \lambda_j^{(k)}\}$, 并且将 $R^{(k)}$ 中相应于 $\lambda_{\max}^{(k)}$ 的指标移到 $P^{(k)}$ 中去。

(10) 组成一个矩阵 $\Psi_\lambda^{(k)}$, 它是删除 $(A^T A)^{-1}$ 与 $P^{(k)}$ 对应的列组成的。

$$(11) \text{ 让 } \hat{S}_{S^{(k)}} = \hat{S}_{LS} - \Psi_\lambda^{(k)} \lambda^{(k)}.$$

(12) 假如在指示 $S^{(k)}$ 中 $\hat{S}_{S^{(k)}}$ 有负的元素,则把这个负的对应的 $P^{(k)}$ 中的指标移到 $R^{(k)}$ 中,跳至第(6)步。

(13) 组成一个矩阵 $\Psi_\lambda^{(k)}$, 它是删除 $(A^T A)^{-1}$ 与 $P^{(k)}$ 对应的列组成的。

(14) 让 $\hat{S}_{NCLS}^A = \hat{S}_{LS}^A - \Psi_\lambda^{(k)} \lambda^{(k)}$, 跳至第(3)步。

全约束下的算法只要把非负约束下的算法中的 A 和 X 换成 A', X' , $A' = \begin{bmatrix} A \\ I^T \end{bmatrix}$, $X' = \begin{bmatrix} X \\ 1 \end{bmatrix}$, 其中 $I^T = (1, 1, \dots, 1)$ 即可。

2 算法实现及其结果分析

2.1 数据源

使用 ENVI 自带的 Cuprite 获取的 AVIRIS 数据进行混合像元分解实验(图 1), 经 ATREM 校正后的 1995 AVIRIS 影像数据进一步进行 EFFORT 纠正后得表观反射率数据^[10]。



图 1 混合像元分解实验图

2.2 端元提取以及全约束混合像元分解

首先进行数据降维, 从图 2 可以看出经过最小噪声分离后, 前 10 个波段含有主要信息。根据对图 2 的分析, 从波普库中直接提取图 2 中含有的 4 种端元, 图 3 为使用 4 种端元波谱曲线图, 最后, 利用本文所提供的算法对整个图像进行光谱解混^[11]。

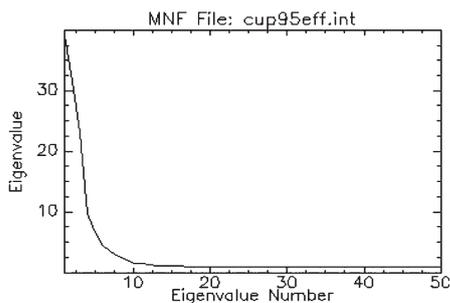


图 2 最小噪声分离结果

2.3 结果分析

由于假设是在线性条件下求解的, 但实际情况由

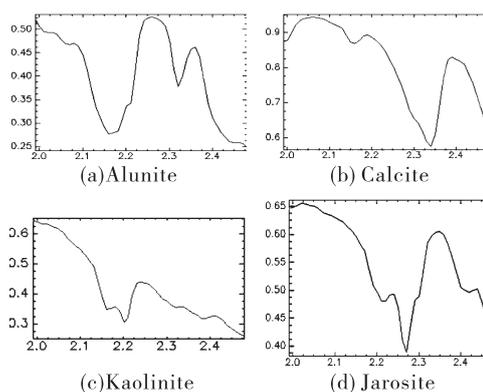


图 3 四种端元的波谱曲线图

于地物的复杂性、气候多变和仪器设备状况是非线性的, 所以可能会漏掉一些重要的端元; 或者选择的一些端元光谱可能本身就是混合光谱; 又或者由于一些混合光谱曲线与端元光谱很相似, 会导致在求解中把其当成端元光谱。这些原因都会导致实验不精确, 但算法还是比较精确的反应了本地区的基本地物分布情况(图 4)。

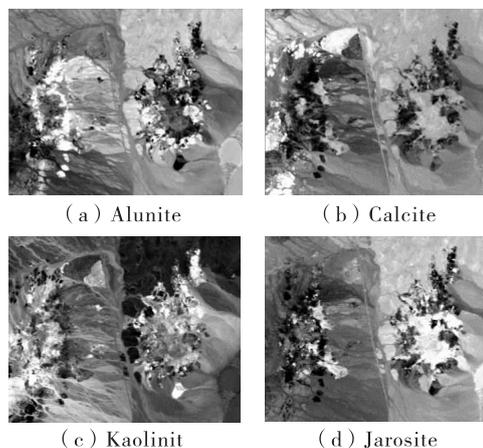


图 4 解混后的四种地物的分度图像

3 结束语

本文针对混合像元求解问题, 先了解产生混合像元的主要因素, 针对在线性解混中出现的问题提出了全约束的最小二乘的方法及其理论依据, 并结合理论我们先从非负约束入手, 逐步加入条件, 达到全约束的目的, 并且给出了相应的算法。在解混前我们要进行的一些预处理以及端元提取都是使用 ENVI 中自带的方法, 最终实验结果表明我们所求的端元丰度值是比较理想^[12-13]。

参考文献:

[1] 陶秋香. 非线性混合光谱模型及植被高光谱遥感分

- 类若干问题研究[D].青岛:山东科技大学,2004.
- [2] 常彦妮.最小二乘统一理论[J].西安航空技术高等专科学校学报,2010,28(5):61-62.
- [3] 李君.线性与非线性混合像元分解模型的比较研究[D].哈尔滨:东北农林大学,2008.
- [4] 童庆禧,张兵,郑兰芬.高光谱遥感-原理、技术与应用[M].北京:高等教育出版社,2006.
- [5] 杨伟,陈晋,松下文经.基于混合像元分解的遥感图像融合实用算法[J].中国科学:信息科学,2010,40(5):668-677.
- [6] Daniel C H, Chein I C. Fully constrained least squares linear mixture analysis for material quantification in hype [J]. IEEE transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39(3):529-544.
- [7] 郭科,陈聆,魏友华.最优化方法及其应用[M].北京:高等教育出版社,2007.
- [8] 吴波,张良培,李平湘.基于光谱维小波特特征的混合像元投影迭代分解[J].电子学报,2005,3(11):1932-1936.
- [9] Baohong J, Chang C I, Jensen J L, et al. Weighted Least Square Error Approaches to Abundance-Constrained Linear Spectral Mixture Analysis [C]//Proceeding of SPIE, 2005, 58(6):691-702.
- [10] 耿修瑞,张兵,张霞.一种基于高维空间凸面单形体体积的高光谱图像解混算法[J].自然科学进展, 2004, 14(7):810-814.
- [11] 赵锐.混合像元线性分解的精度估算[J].测绘与空间地理信息, 2010, 33(6):187-189.
- [12] 朱怀朝,王茂芝,崔之熠,等. SAM权重法在端元提取中的应用[J].四川理工学院学报:自然科学版, 2011, 24(2):214-217.
- [13] 耿修瑞,赵永超,周冠华.一种利用单形体体积自动提取高光谱图像端元的算法[J].自然科学进展, 2006, 16(9):1196-1200.

Fully Constrained Linear Decomposition of Hyperspectral Mixed Pixels

LIU Juan-juan, WANG Mao-zhi, GE Shi-guo, LI Xiang

(College of Management Science, Chengdu University of Science & Engineering, Chengdu 610059, China)

Abstract: Solution can be obtained using the linear model of mixed pixels, but its results (abundance value) may be negative or its sum may more than one. According to this situation, nonnegative constraint and the condition that sum is one are proposed to join in the least-square linear model, then the corresponding algorithms are also given. The experiments show that fully constrained least squares method obtains better decomposition effect.

Key words: linear spectral mixture; least squares; fully constrained; optimize