

# 一种消除锯齿的图像放大算法

陈 瑶, 孙兴波, 黄 祥, 周子祥

(四川理工学院自动化与电子信息工程学院, 四川 自贡 643000)

**摘 要:**为了最大程度消除图像放大后出现的锯齿现象,提出了一种新的二次导数连续的多结点立方卷积插值函数,通过增加结点使得插值曲线更加的平滑;同时对插值函数引入逆梯度约束条件,然后根据图像放大的倍数定义一个适当的模板对图像进行卷积操作,自适应的消除图像放大后出现的锯齿现象。实验结果表明,该算法在对图像执行高倍放大时,几乎看不到锯齿,同时图像的清晰度也保持的较好。

**关键词:**立方卷积;逆梯度;高倍放大;清晰度

**中图分类号:**TP391

**文献标志码:**A

## 引 言

图像放大算法本质上属于图像插值技术,这项技术广泛应用于数字高清、医学图像与卫星图像分析、安全监测等领域。另外,图像插值技术也是很多其他技术的预处理部分<sup>[1-2]</sup>。传统的插值算法主要包括:最邻近像素插值算法、线性插值算法<sup>[3]</sup>、以及高级插值算法。主要有立方插值<sup>[4]</sup>、样条插值<sup>[5]</sup>等。研究者们根据这些传统的插值算法又研究出了很多行之有效的插值算法,这些算法主要基于边缘的方法<sup>[6]</sup>和基于区域的方法<sup>[7-8]</sup>。这些算法相对传统的插值算法有了较为明显的改进,在对图像进行低倍放大时能够较好的保持图像的细节信息。随着科技的发展,高倍放大的应用场合越来越多,如生物医学图像、航拍图像等,当用上述参考文献中的方法时都会出现一定程度的锯齿现象。

PhotoZoom 是一款新颖的、技术上具有革命性的对数码图像进行放大的工具。它的前身是 DeepZoomPix,这款软件采用了 S-SPLINE 技术(一种自适应的样条插值算法),该算法是一种具有自动调节,申请过专利的高级插值算法。PhotoZoom 软件中的算法是一种对

图像中高频部分进行合理处理的自适应样条插值算法。本文提出了一种基于多结点和逆梯度的立方卷积图像插值算法,同时将插值的结果与一个适当的模板执行卷积操作,从而有效的消除了图像中的锯齿现象。最后通过将本文的算法和当前存在的插值算法以及 PhotoZoom 的放大效果进行对比,充分说明了本文算法的有效性。

本文的算法的主要步骤包括:a)构造二次导数连续的三次多结点样条插值函数;b)对边界附加条件,确保边界也具有二次导数连续;c)定义一个自适应的模板对样条插值后的图像边缘进行补偿;d)计算插值前后图像的峰值信噪比(PSNR)来进一步说明本文算法在保持图像插值后清晰度的优越性。

## 1 三次多结点样条插值函数构造

通常情况下,多结点样条插值核函数是通过样条函数增加额外的结点,从而使得插值函数保持了插值和函数逼近的优点。这样插值后的图像就具有了更高的精度。

基于以上分析,本文首先构造了一个多结点的分段

收稿日期:2013-02-17

基金项目:人工智能四川省重点实验室基金项目(2011RY008)

作者简介:陈 瑶(1987-),男,湖北武汉人,硕士生,主要从事图像处理方面的研究,(E-mail) 273597552@qq.com

三次样条插值核函数  $y(x)$ , 该函数的支撑区间为  $(-2, 2)$ , 额外增加的结点横坐标为:  $|x| = \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}$ 。函数的表达式如下所示:

$$y_3(x) = \begin{cases} \partial_{3i} |x|^3 + \partial_{2i} |x|^2 + \partial_{1i} |x| + \partial_{0i}, i \leq |x| < i + 1/6 \\ \beta_{3i} |x|^3 + \beta_{2i} |x|^2 + \beta_{1i} |x| + \beta_{0i}, i + 1/6 \leq |x| < i + 1/3 \\ \chi_{3i} |x|^3 + \chi_{2i} |x|^2 + \chi_{1i} |x| + \chi_{0i}, i + 1/3 \leq |x| < i + 1 \\ 0, otherwise \end{cases}$$

为了让上述分段插值核函数具有二次导数连续, 同时为了确保该插值函数的逼近阶, 本文给出如下的插值条件:

- (1) 插值函数重建后的精度最高为 2 次多项式。
- (2) 确保插值函数在实数域内积分为 1, 即:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y_3(x) dx = 1$$

- (3) 插值核函数满足 2 次导数连续。

综上所述, 本文得出修正后的插值核函数为:

$$y_3(x) = \begin{cases} -\frac{3}{4} |x|^3 - |x|^2 + 1, 0 \leq |x| < 1/6 \\ 4 |x|^3 - \frac{29}{4} |x|^2 + \frac{11}{4} |x| + \frac{3}{4}, 1/6 \leq |x| < 1/3 \\ -\frac{9}{4} |x|^3 + \frac{21}{4} |x|^2 - \frac{27}{4} |x| + \frac{11}{4}, 1/3 \leq |x| < 1 \\ \frac{9}{11} |x|^3 - \frac{4}{11} |x|^2 + \frac{1}{11} |x| + \frac{5}{11}, 1 \leq |x| < 4/3 \\ -\frac{5}{3} |x|^3 + \frac{31}{4} |x|^2 - \frac{47}{4} |x| + \frac{23}{4}, 4/3 \leq |x| < 5/3 \\ \frac{7}{12} |x|^3 - \frac{7}{2} |x|^2 + 7 |x| - \frac{14}{3}, 5/3 \leq |x| < 2 \\ 0, 2 \leq |x| \end{cases}$$

但是, 要保证图像边界二阶导数连续, 必须设定一定的边界条件。假设原图像为  $SRC_{M \times N}$ , 由三次多结点样条插值函数的特点易知, 如果要将原图像通过镜像对称扩展 4 行 4 列得到  $SRC2_{M1 \times N1}$ , 那么  $SRC2_{M1 \times N1}$  的行和列为  $M1 = M + 4; N1 = N + 4$ 。为了使得边界扩充后的图像  $SRC2$  的插值核函数也具有二次导数连续, 我们对  $SRC2_{M1 \times N1}$  需附加如下的边界条件:

- (1) 对  $k = 0, 1, 2, \dots, N$ , 有:

$$\begin{aligned} SRC2(x_{-1}, y_k) &= 3SRC2(x_0, y_k) - \\ &3SRC2(x_1, y_k) + SRC2(x_2, y_k) \\ SRC2(x_{M+1}, y_k) &= 3SRC2(x_M, y_k) - \\ &3SRC2(x_{M-1}, y_k) + SRC2(x_{M-2}, y_k) \end{aligned}$$

- (2) 对  $j = 0, 1, 2, \dots, m$ , 有:

$$\begin{aligned} SRC2(x_j, y_{-1}) &= 3SRC2(x_j, y_0) - \\ &3SRC2(x_j, y_1) + SRC2(x_j, y_2) \\ SRC2(x_j, y_{N+1}) &= 3SRC2(x_j, y_N) - \\ &3SRC2(x_j, y_{N-1}) + SRC2(x_j, y_{N-2}) \\ SRC2(x_{-1}, y_{-1}) &= 3SRC2(x_0, y_{-1}) - \\ &3SRC2(x_1, y_{-1}) + SRC2(x_2, y_{-1}) \\ SRC2(x_{M+1}, y_{-1}) &= 3SRC2(x_M, y_{-1}) - \\ &3SRC2(x_{M-1}, y_{-1}) + SRC2(x_{M-2}, y_{-1}) \\ SRC2(x_{-1}, y_{N+1}) &= 3SRC2(x_{-1}, y_N) - \\ &3SRC2(x_{-1}, y_{N-1}) + SRC2(x_{-1}, y_{N-2}) \\ SRC2(x_{M+1}, y_{N+1}) &= 3SRC2(x_{M+1}, y_N) - \\ &3SRC2(x_{M+1}, y_{N-1}) + SRC2(x_{M+1}, y_{N-2}) \end{aligned}$$

## 2 自适应样条插值核函数构造

样条插值函数的公式在很多文献中都有介绍, 本文根据文献[10]中的插值公式做适当改进得到如下插值公式:

$$Value(i + u, j + v) = ABC$$

其中,  $Value(i, j)$  表示插值后的结果;  $A, B, C$  均为矩阵, 表示如下:

$$A = [ul1 \quad ul2 \quad ul3 \quad ul4] \tag{1}$$

$$B =$$

$$\begin{bmatrix} SRC2(i-1, j-1) & SRC2(i-1, j) & SRC2(i-1, j+1) & SRC2(i-1, j+2) \\ SRC2(i, j-1) & SRC2(i, j) & SRC2(i, j+1) & SRC2(i, j+2) \\ SRC2(i+1, j-1) & SRC2(i+1, j) & SRC2(i+1, j+1) & SRC2(i+1, j+2) \\ SRC2(i+2, j-1) & SRC2(i+2, j) & SRC2(i+2, j+1) & SRC2(i+2, j+2) \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$C = [vl1 \quad vl2 \quad vl3 \quad vl4] \tag{3}$$

式(1)~(3)中的各参数为:

$$\begin{aligned} ul1 &= y3(u + 1)/Dh; \quad ul2 = hl * y3(u)/Dh; \\ ul3 &= Hr * y3(u - 1)/Dh; \quad ul4 = y3(u - 2)/Dh; \\ vl1 &= y3(v + 1)/Dv; \quad vl2 = Vu * y3(v)/Dv; \\ vl3 &= Vl * y3(v - 1)/Dv; \quad vl4 = y3(v - 2)/Dv; \\ Dh &= q3(u + 1) + Hl * q3(u) + Hr * q3(u - 1) + \\ &q3(u - 2); \\ Dv &= q3(v + 1) + Vu * q3(v) + Vl * q3(v - 1) + \\ &q3(v - 2); \end{aligned}$$

其中  $y3(x)$  在上文中已经给出;  $u, v$  是  $SRC2$  映射到  $SRC$  中的水平和垂直方向的小数部分,  $Hl, Hr$  是插值函数的水平逆梯度权,  $Vu, Vl$  是插值函数的垂直逆梯度权, 并且:

$$Hl = (1 + a_{ij} (|SRC2(i, j) - SRC2(i - 1, j)| + |SRC2(i, j + 1) - SRC2(i - 1, j + 1)|))$$

$$Hr = (1 + a_{ij} (|SRC2(i+1,j) - SRC2(i+2,j)| + |SRC2(i+1,j+1) - SRC2(i+2,j+1)|))$$

$$Dh = (1 + a_{ij} (|SRC2(i,j) - SRC2(i,j-1)| + |SRC2(i+1,j) - SRC2(i+1,j-1)|))$$

$$Dv = (1 + a_{ij} (|SRC2(i,j+1) - SRC2(i,j+2)| + |SRC2(i+1,j+1) - SRC2(i+1,j+2)|))$$

其中,  $a_{ij}$  是平滑参数, 它控制插值后图像的平滑度。当  $a_{ij}$  都取 0 时, 逆梯度权都变成 1, 这时插值函数就是传统的非自适应的双三次多结点样条插值。文献[7]中平滑参数的取值范围为  $[0, 0.1]$ , 考虑到平滑参数估计的复杂性, 本文通过测试大量平滑参数, 发现其对插值后的结果影响不大, 因此本文  $a_{ij}$  取 0.1。

插值完成后, 需要对图像边缘部分作一定的补偿, 以保证图像平滑。

本文通过对三次样条插值的核函数引入了局部逆梯度, 并且也取得了一些较好的效果(相对于原始三次样条插值), 但是相比 Photozoom 的效果依然逊色不少, 主要是高倍放大时, 边界部分的锯齿现象。考虑到放大倍数的不确定性, 本文拟构造一个自适应缩放的领域模板  $A$  (模版的大小由放大倍数自适应决定), 利用这个模版对插值后的图像执行平滑 - 锐化 - 平滑操作;

模版自适应确定的算法步骤如下:

(1) 定义一个初始的模版

$$A = \frac{1}{34} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

对于放大倍数为 6 倍以下, 都采用这个模版执行平滑 - 锐化 - 平滑操作;

(2) 当放大倍数大于等于 6 时, 如果放大倍数  $p$  为偶数(注意模版只能为奇数), 则对于模版大小  $q$ , 令  $q = p + 1$ , 否则, 当  $p$  为奇数, 则  $q = p$ 。这样, 模版定义为:

$$A = \frac{1}{34} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 2 & \cdots & 2 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{bmatrix}_{q \times q}$$

(3) 利用模版  $A$  对自适应插值后的图像 value 执行平滑 - 锐化 - 平滑操作。

### 3 仿真结果分析与比较

图 1 ~ 图 4 分别为原始图像、传统三次样条插值放大算法效果(bicubic), Photozoom 软件放大效果和本文算法放大效果。特别说明, 为了显示方便, 实际放大后的图片经过了剪切处理, 但是不影响观察。

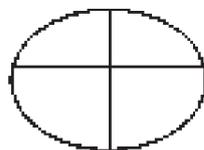


图 1 原图(Circle)

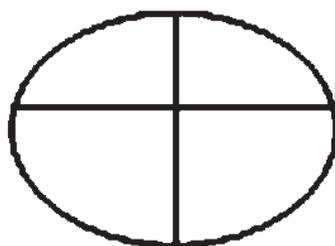


图 2 三次样条插值放大 8 倍

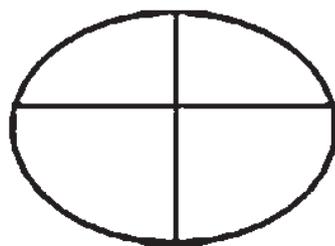


图 3 Photozoom 放大 8 倍

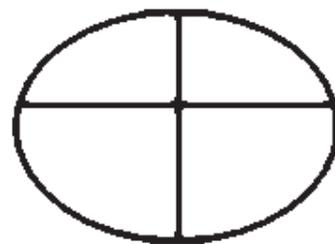


图 4 本文算法放大 8 倍

从视觉效果上可以看出本文的算法在对图像执行高倍放大时几乎看不到锯齿, 效果明显好于三次样条插值算法(bicubic)。

另外, 本文还对 Matlab 图像库中的 baboon 和 peppers 图像进行了放大 8 倍的对比实验, 这里给出各算法在对图像插值后的峰值信噪比(PSNR), 见表 1。

表 1 各种算法 PSNR 效果比较

算 法	circle	baboon	peppers
Bicubic	41.2	39.5	40.3
Photozoom	43.1	41.3	42.2
本文算法	43.2	41.1	41.9

PSNR 体现了插值后的图像和原始图像的差异度; 具体公式为:

$$PSNR = 20 \log_{10} \left( \frac{255}{RMSE} \right)$$

其中  $RMSE$  为标准差, 且

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum [I(i,j) - J(i,j)]}{M * N}}$$

从表 1 可以看出, 本文算法比三次样条插值算法 (Bicubic) 的峰值信噪比提高了接近 2dB, 和 Photozoom 软件放大结果的峰值信噪比基本一致。

#### 4 结束语

本文对三次样条插值函数进行了改进, 得到了一个二次导数连续的样条插值函数。并且对图像的边界部分进行了合理的约束,

最后对插值后的结果进行边缘自适应补偿。实验结果表明本文的算法在对图像执行高倍放大时能够有效的克服锯齿现象。

#### 参 考 文 献:

[1] THevenaz P, THierry B, Mielael U. Interpolation revisited

[J]. IEEE Trans on Medical Imaging, 2000, 19 (7): 739-758.

[2] Robert G Keys. Cubic convolution interpolation for digital image processing[J]. IEEE Trans on Acoustics Speech Signal Processing, 1981, 29(6): 1153-1160.

[3] 叶俊, 苏跃斌. 有限域上插值多项式的两种构造方法[J]. 四川理工学院学报: 自然科学版, 2010, 23(5): 521-523.

[4] Tomas M Lehmann, Claudia G, Klaus S. B-spline interpolation in medical image processing[J]. IEEE Trans on Medical Imaging, 2001, 20(7): 660-665.

[5] Li X, Michael T O. New edge - directed interpolation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(10): 1521-1527.

[6] Hwang J W, Lee H S. Adaptive image interpolation based on local gradient features [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2004, 11(3): 359-362.

[7] 赵前进, 胡敏, 檀结庆, 等. 基于局部梯度特征的自适应多结点样条图像插值[J]. 计算机研究与发展, 2006, 43(9): 1537-1542.

[8] 张军, 王茂芝, 陈聆, 等. 插值算法在高光谱数据中的应用[J]. 四川理工学院学报: 自然科学版, 2012, 25(3): 43-46.

## An Algorithm of Anti-aliased Image Magnification

CHEN Yao, SUN Xing-bo, HUANG Xiang, ZHOU Zi-xiang

(School of Automation and Electronic Information, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong 643000, China)

**Abstract:** In order to eliminate the sawtooth gained by the image magnification, a new second derivative continuous cubic convolution interpolation function of multi-knot is proposed. According to adding knot to make the interpolation curve more smooth, a constraint condition of inverse gradient is introduced. Then in order to eliminate the sawtooth self-adapting in magnified image, a proper template is defined to perform convolution operation based on the enlargement factor. The experiment results show that it is hard to see the sawtooth in the process of high magnification of image, and the definition of image is preserved well.

**Key words:** cubic convolution; inverse gradient; high magnification; definition