

# 基于神经网络的数字滤波器无波纹优化设计

戴俊,瞿成明,郝玲玲

(安徽工程大学电气工程学院,安徽 芜湖 241000)

**摘要:**窗函数法设计的 FIR 滤波器已被广泛应用,但滤波器边界频率不易精确控制,不能分别控制通带与阻带的纹波幅度,在阻带边界频率附近的衰减最小。采用神经网络算法使所设计滤波器频响与理想频响之间的全局误差在通带与阻带内最小,使通带阻带无波动无过冲,阻带有更大的衰减,通带与阻带的边界频率容易控制。采用以上方法设计了一低通滤波器并在 TMS320C5402 DSP 上进行了实验,实验结果验证了算法的可行性,并改善了滤波器的性能。

**关键词:**神经网络;FIR 滤波器;窗函数法;DSP

**中图分类号:**TN713

**文献标志码:**A

## 引言

FIR 滤波器具有稳定和严格的线性相位的突出优点,因此在工程应用中得到了广泛应用。FIR 滤波器设计的核心就是求出有限长的单位脉冲响应来逼近给定的频率响应,常规的设计方法有窗函数法和频率采样法,由于这两种方法都不能分别控制通带和阻带波纹幅度,并且边界频率得不到精确控制,在应用中存在很大的局限性<sup>[1-4]</sup>。因此,出现了一些优化算法,如等纹波最佳逼近法<sup>[1-2]</sup>、粒子群优化算法<sup>[5]</sup>、遗传算法<sup>[6]</sup>、神经网络优化设计法。加权最小二乘法(WLS)较容易实现并能得到解析解<sup>[7]</sup>,但此种算法需求解矩阵的逆,而高阶矩阵的逆很难求解,因此对高阶滤波器的设计存在困难。用递推最小二乘法无需计算矩阵逆<sup>[8]</sup>,但此种方法的误差加权函数靠经验获得,计算速度不够快,且并未提高滤波器设计精度,没有很大应用价值。神经网络优化设计算法的基本思想是使设计的频响与理想频响之间的全局误差在通带与阻带内最小,算法无需计算矩阵的逆,方便高阶滤波器设计,通带无波纹,阻带衰减大,设计精度高。

本文采用神经网络优化设计算法,设计一低通 FIR

滤波器,并在 TI 公司的 DSP TMS320C5402 上实现,与窗函数设计的滤波器相比,该滤波器性能优越,在通带与阻带范围内无波动无过冲,通带与阻带的边界频率容易控制。初始条件随机给定,算法的实现速度快,因此是一种有效的优化设计算法。

## 1 优化模型的建立

### 1.1 FIR 滤波器幅频响应特性

一个长度为  $N$  的 FIR 滤波器的频响为:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n}$$

单位脉冲响应为偶对称  $h(n) = h(N-1-n)$ ,且  $N$  为奇数,则频响:  $H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$ ,其中相位特性:

$\theta(\omega) = -\frac{N-1}{2}\omega$ ,是  $\omega$  的线性函数,具有线性相位。幅

频特性:  $H(\omega) = \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a_n \cos n\omega$ ,其中  $a_0 = h(\frac{N-1}{2})$ ,

$a_n = 2h[(N-1)/2 - n]$  ( $n = 1, 2, \dots, \frac{N-1}{2}$ ) 则有有限长

单位脉冲响应  $h(n)$  满足关系:

$$h(\frac{N-1}{2}) = a_0, h(\frac{N-1}{2} - n) =$$

$$\frac{a_n}{2} (n = 1, 2, \dots, \frac{N-1}{2})$$

只要求得系数  $a_n$ , 即可得出单位冲击响应  $h(n)$ , 从而设计出符合要求的 FIR 滤波器。下面通过神经网络算法计算出  $a_n$ 。

### 1.2 基于神经网络优化算法 FIR 滤波器设计

神经网络一大特征是能够从周围环境学习而获取知识从而不断改善自己性能, 其学习方法有三种: 有导师学习法、无导师学习法以及强化学习法。本文采用有导师学习法, 在给定期望序列的情况下, 任给一组参数 (即权值), 通过计算得到结果, 与期望序列比较得到偏差, 再由偏差来改变最初给定参数, 重复上述步骤, 使这组参数输出朝着期望输出的方向改变, 最终得到误差允许范围内最接近期望的参数, 即为所求。

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a_n \cos n\omega = AC(\omega)$$

其中,  $A = [a_0, a_1, \dots, a_n]$ ,  $C(\omega) = [1, \cos(\omega), \dots, \cos(n\omega)]^T$ ,  $n = \frac{N-1}{2}$ 。

在  $0 < \omega < \pi$  中对幅频响应均匀采样, 获取理想幅频响应离散值为  $H_d(\omega_k)$ , 其中  $k = 0, 1, \dots, M, M = \frac{N-1}{2}$ , 由此  $H(\omega)$  采样为:  $H(\omega_k) = \sum_{n=0}^M a_n \cos n\omega_k = AC(\omega_k)$ , 根据此式, 构建的网络模型, 如图 1 所示。

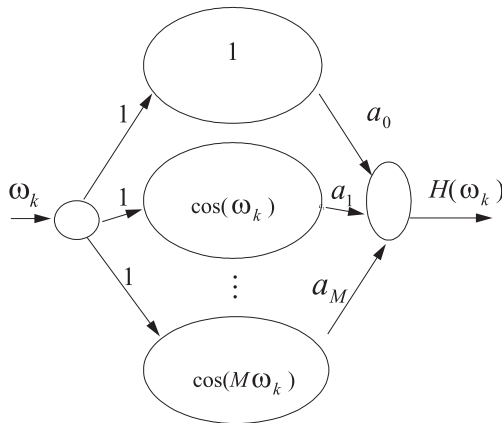


图 1 神经网络模型

误差函数为  $e(k) = |H_d(\omega_k) - H(\omega_k)|$ , 其中  $k = 0, 1, \dots, m-1$ 。这里,  $m$  为训练样本数,  $H_d(\omega_k)$  为理想幅频响应。则性能指标为:  $\frac{1}{2} \sum_{k=0}^{m-1} e^2(k)$ 。

采用梯度最速下降法调整权值:

$$A = A + \eta e(k) C(\omega_k), k = 0, 1, \dots, \frac{N-1}{2}$$

式中  $\eta$  为学习率, 且  $0 < \eta < \frac{4}{N+1}$ 。神经网络训练过

程:

(1) 对期望的理想幅频响应  $H_d(\omega_k)$  取训练样本集为  $\{\omega_k, |H_d(\omega_k)|\}$ , 令  $j = 0$ , 随机产生  $a_k$ , 取任意小正实数  $\varepsilon$ , 其中  $\omega_k = \frac{2\pi}{N-1}k, k = 0, 1, \dots, \frac{N-1}{2}$ 。

(2) 计算网络输出:  $H(\omega_k) = \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a_n \cos n\omega_k = AC(\omega_k)$ 。

(3) 计算误差函数与性能指标:  $e(k) = |H_d(\omega_k) - H(\omega_k)|, J = J + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{M-1} e^2(k)$ 。

(4) 调整权值:  $A = A + \eta e(k) C(\omega_k)$ 。

(5) 判断是否训练完毕。即  $k$  是否大于  $\frac{N-1}{2}$ , 未完则返回继续第 2 步, 若完成, 判断性能指标  $J$  是否小于任意小正实数  $\varepsilon$ 。若  $J$  大于  $\varepsilon$ , 返回继续第 2 步, 直到  $J$  小于等于  $\varepsilon$  训练完毕即可得到权值  $k = 0, 1, \dots, 50H_d$ , 进而算出所设计滤波器的单位冲击响应  $h(n)$ , 至此滤波器设计完成。

## 2 FIR 滤波器设计实例

例: 设计一截止频率为  $\omega_c = 1$  rad, 采样频率为 1000 Hz, 长度为  $N = 101$  的线性相位 FIR 滤波器。

首先用窗函数法设计此滤波器:  $h(n) = \text{fir1}(101, 1/\pi)$ 。根据神经网络算法  $\omega$  在  $[0, \pi]$  内均匀取值, 共取  $\frac{N+1}{2} = 51$  个样点, 即  $\omega_k = \frac{\pi}{50}k, k = 0, 1, \dots, 50$ 。为了在通带与阻带范围内无波动无过冲, 在过渡带取两个点, 幅度分别为 0.78 与 0.25, 因此期望的理想幅频取样点为:  $H_d = [\text{ones}(1, 16), 0.78, 0.25, \text{zeros}(1, 33)]$ , 学习率为  $\eta = 0.0196$ , 通过 24 次网络训练, 通带与阻带内全局误差即性能指标  $J = 7.3014 \times 10^{-14}$ , 得到网络权值, 进而算出单位脉冲响应  $h(n)$ 。图 2 为神经网络训练流程图。由于  $h(n)$  数据量太大, 本文仅给出滤波器相关波形, 其中, 图 3 为窗函数法与神经网络法滤波器损耗函数对比; 图 4 为窗函数法与神经网络法滤波器幅频响应特性对比。

从损耗函数曲线看出, 神经网络法滤波器在阻带内损耗接近 150 dB, 性能指标接近理想状态, 很好的保证了阻带内阻止信号通过, 通带内有良好的信号传输能力。窗函数法在阻带内损耗在 60 dB 附近, 在阻带边界频率附近衰减最小, 距离阻带边界频率越远, 衰减越大, 在阻带边界频率附近的衰减刚好达到要求时, 则阻带中其他频段衰减就有很大的富余造成较大资源浪费, 性价

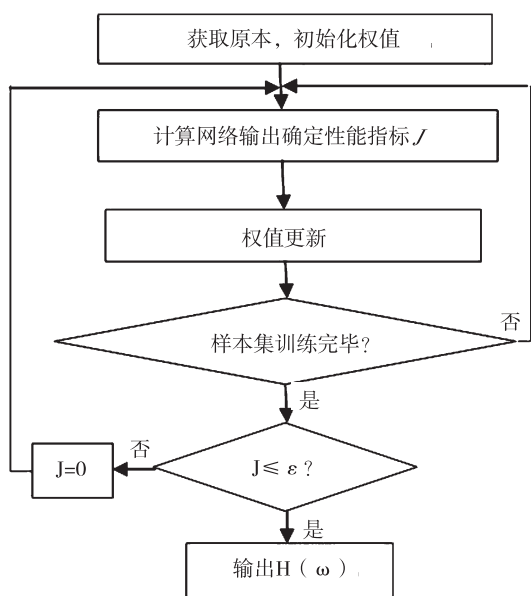


图2 神经网络训练流程图

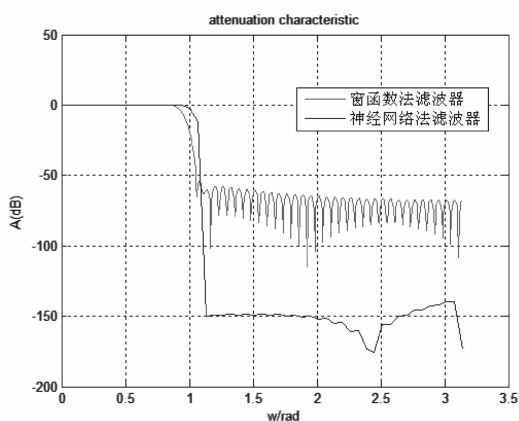


图3 窗函数法与神经网络法滤波器损耗函数对比

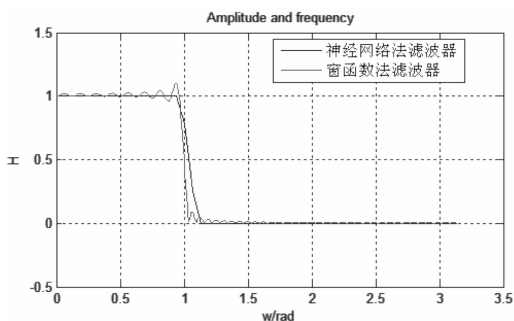


图4 窗函数法与神经网络法滤波器幅频响应特性对比

比低,窗的选择范围有限,难以与滤波器性能指标建立明确的解析关系。从神经网络幅频特性响应曲线看出通带与阻带内无波动、也无过冲;窗函数幅频特性响应的通带、阻带内有纹波,分别影响通带的平稳性与阻带的衰减性,若要改善上述情况,只能从窗的形状上找解

决问题的方法,从而增加设计的复杂性;合理安排幅频取样点,滤波器的边界频率容易得到控制。由于神经网络算法设计滤波器不涉及复杂计算过程,因而该方法编程容易,计算速度快,设计不同滤波器时只需简单修改相应参数,程序的移植性强,是一种有效的优化设计算法。

### 3 滤波器的 DSP 实现

实现的核心器件是 TI 公司的 TMS320C5402 DSP,将本文用例中神经网络算法的滤波器与窗函数法滤波器经此 DSP 实现。由于 C 语言可读性、移植性强,本文用 C 语言编程来实现上述的滤波器<sup>[9]</sup>,编写主程序和中断向量文件,根据 DSP 存储器配置编写相应的 CMD 文件,编译、链接生成相应的 OUT 文件,下载到 DSP 存储器中进行调试<sup>[10]</sup>。加入 100 Hz 与 200 Hz 正弦波混合信号作为滤波器输入信号,采样率为 1000 Hz,通过 CCS 的图形工具,观察滤波前后输入输出信号的时域频域波形。处理过程如图 5 所示。

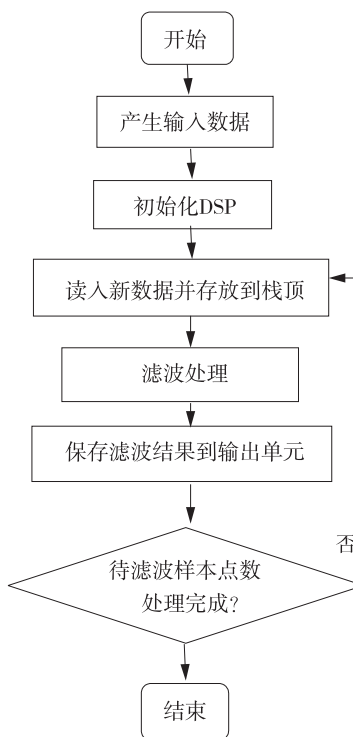


图5 算法主程序流程图

FIR 滤波器核心程序段:

```
#define N 101; /* 滤波器的长度 */
signed int A[N + 1] = {0, 0, ..., 0}; /* 全赋 0 */
signed int B[N] = {滤波器的单位脉冲响应};
signed int lowpass_filter(signed int newest_sample) /
* 调用滤波子函数 */
```

```

}
signed long sum;
unsigned int K;
signed int return_value;
sum = 0;
/* 实现卷积运算,完成滤波 */
for (K = N - 1 ; K > 0 ; K --)
{
A[K] = A[K - 1];
sum + = (A[K] * B[K]);
}
A[0] = newest_sample; /* 输入最新的采样值 */
sum + = (A[0] * B[0]);
return_value = (signed int) ( - 20 * (((sum > >
16) * 0x13AC) > > 16));
return(return_value); /* 返回滤波结果 */
}

```

程序运行结果,如图 6 ~ 图 11 所示。其中,图 6 ~ 图 8 为滤波前后时域波形,图 9 ~ 图 11 为滤波前后频域波形。

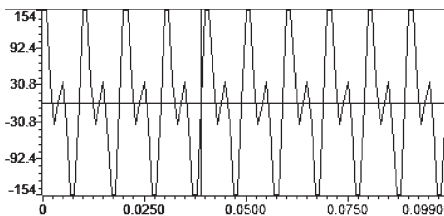


图 6 滤波前时域波形

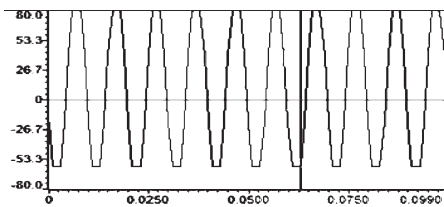


图 7 窗函数法滤波后时域波形

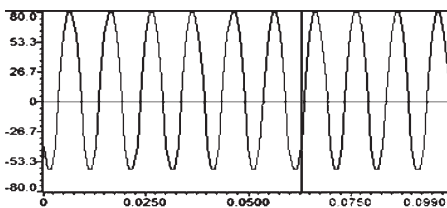


图 8 神经网络法滤波后时域波形

从时域看神经网络法滤波器的输出更接近标准正弦波;比较神经网络法滤波器滤波前后的波形,可以看出

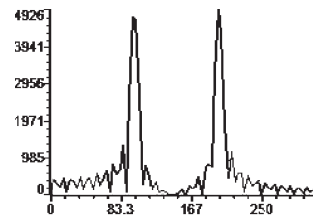


图 9 滤波前频域波形

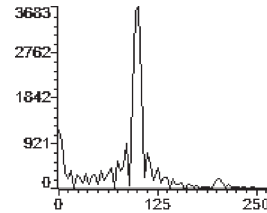


图 10 窗函数法滤波后频域波形

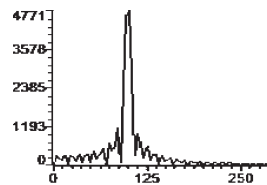


图 11 神经网络法滤波后频域波形

减少了频率分量,确实达到了滤波效果。这两种不同频率信号叠加,故在输入信号频域能看到两个尖峰,代表两个不同频率信号,在输出信号中只看到 100 Hz 低频尖峰,200 Hz 高频尖峰消失,表明滤波器达到了低通滤波效果。比较窗函数法设计滤波器滤波前后波形,200 Hz 高频信号只是得到衰减,未能完全滤去。因此,神经网络法有更好的滤波效果。计算表明神经网络算法设计的滤波器可以提高信噪比约 20 dB,而窗函数法设计的同阶滤波器仅能提高约 5 dB<sup>[11]</sup>。用窗函数法设计的滤波器要想得到与神经网络法设计的滤波器相近的性能,必须增加滤波器的阶数及合理选取窗的类型,这就增加滤波器的计算量,不利于实时实现。

#### 4 结束语

用神经网络优化法计算出滤波器系数  $a_n$ , 进而获得滤波器脉冲响应,完成了滤波器设计。此方法设计的滤波器通带阻带无波动、无过冲,阻带衰减大,边界频率容易控制,与窗函数设计的滤波器相比性能优越。最后在 DSP 上实现并对混合信号进行了滤波,实验证明,用神经网络算法设计滤波器具有明显的优越性,是一种有效的优化设计方法。

## 参考文献:

- [1] 高西全,丁玉美.数字信号处理[M].西安:西安电子科技大学出版社,2008.
- [2] 王世一.数字信号处理[M].修订版.北京:北京理工大学出版社,2011.
- [3] 薛健,陈后金,胡健.线性相位 FIR 滤波器频域特性的教学探索[J].电气电子教学学报,2012,1(34):99-102.
- [4] 王建行,姚齐国,刘玉良,等.基于窗函数的 FIR 数字滤波器设计[J].吉首大学学报:自然科学版,2012,1(33):49-52.
- [5] 梁慧,彭世国.基于混沌粒子群优化算法的 FIR 数字滤波器设计[J].微型机与应用,2010,23(29):41-46.
- [6] 黄猛,唐琳,甄玉,等.基于改进型遗传算法的 FIR 滤波器设计[J].集美大学学报:自然科学版,2010,14(3):77-80.
- [7] 严华雯,吴健平.加权最小二乘法改进遗传克里金插值方法研究[J].计算机技术与发展,2012,22(3):92-95.
- [8] 强明辉,张京娥.基于 MATLAB 的递推最小二乘法辨识与仿真[J].自动化与仪器仪表,2008(6):4-5,39.
- [9] 史明泉.基于 DSP 的 FIR 滤波器的 C 语言算法实现[J].无线电工程,2011,41(1):13-21.
- [10] 戴明楨,周建江.TMS320C54x DSP 结构、原理及应用[M].北京:北京航空航天大学出版社,2007.
- [11] 曾喆昭.神经网络优化方法及其在信号处理中的应用研究[D].长沙:湖南大学,2008.

## Ripple-free Optimization Design for Digital Filter Based on Neutral Networks

*DAI Jun, QU Cheng-ming, HAO Ling-ling*

(College of Electrical Engineering, An Hui Polytechnic University, Wuhu 241000, China)

**Abstract:** FIR filter designed by the window function method has been widely used, but the filter boundary frequency is not easy to control precisely and can not control the passband and stopband ripple amplitude respectively. Attenuation in the stopband near the boundary frequency is minimal. The design of FIR filter based on neutral networks algorithm have the minimum global error between the filter frequency response and the ideal frequency response in the passband and stopband, and make the passband and stopband no fluctuation and no overshoot; Stopband has greater attenuation; Filter boundary frequency is easy to control precisely. At last, the FIR filter based on the above method is implemented with DSP. The experimental results verify the feasibility of the algorithm and the performance of the filter is improved.

**Key words:** neutral networks algorithm; window function method; FIR Filter; DSP