

多个体系统在平面圆曲线上的一致性问题的

王宝平^{1,2}, 朱建栋²

(1. 泰州师范高等专科学校, 江苏 泰州 225300; 2. 南京师范大学数学科学学院, 南京 210097)

摘要:提出了平面上多个体系统在某一确定的光滑曲线上的一致性问题的。在一定条件下,设计了一个非线性的分散反馈控制协议,使得每一个个体随着时间的推移趋向于该曲线,都沿着曲线的同一个方向运动,并且运动速度趋于一致。通过一个变换,针对平面圆目标曲线实现了角速度的一致性。最后给出了仿真例子,对理论结果进行了验证。

关键词:多个体系统;平面曲线;圆;一致性问题

中图分类号:O231.2

文献标志码:A

1995 年, Vicsek 等人提出了一个模拟粒子群集现象的离散模型^[1], 通过计算机模拟显示, 用一个简单的最邻近规则就可以使得所有个体的运动达到一致。之后, Jadbabaie 等人对文献[1]中的模型进行了简化, 并对一致性问题从理论上进行了证明^[2]。Olfati - Saber R. 和 Murry R. M. 在文献[3 - 4]完整地提出了一致性问题的概念, 并在有向固定拓扑、有向切换拓扑网络和有时滞的无向拓扑网络三种情形下, 解决了一阶积分器多个体网络系统的一致性问题。文献[5]扩展了文献[4]的结果, 把有向网络的强连通条件减弱为存在有向生成树的条件。关于存在有向生成树这一条件的类似结果见文献[6], 本文有向边的方向与文献[5]中的描述恰好相反, 采用了存在全局可达点的描述。WANG Ren 和 Atkins E. 基于有向网络研究了二阶连续多个体系统的一致性控制协议的设计^[7], 得到了一种动态的一致性, 给出了闭环系统实现一致的充分条件。在文献[8]中, Lin Peng 给出了与文献[7]中类似的控制协议, 并给出了闭环系统实现一致的充要条件。Xiao Feng 等在文献[9]

中考虑了高阶离散多个体系统的一致性。WANG Ren 等人在文献[10]中研究了高阶连续多个体系统的一致性问题, 给出了一种高阶的一致性控制协议, 得到了要实现一致闭环系统所要满足的条件。Olfati - Saber R. 和 Murry R. M. 在文献[4]中给出一阶积分器多个体系统在固定拓扑下实现一致的充分条件。从一致性定义可知, 所谓一致性是指每一个体的状态趋于相同。在生活中, 一致性的概念往往是相对的, 比如当多个个体沿着曲线运动时, 由于在曲线上的位置可能不同, 所以每个个体的速度方向可能不同, 从前面的定义来看没有一致。但如果它们沿着曲线的方向以相同的速率运动, 则相对于曲线来说, 它们的运动从直观上来看又是一致的。文献[11]提出并解决了沿着空间曲线的速度一致性问题, 本文提出并解决了沿着平面上的光滑曲线的速度一致性问题。

1 问题描述

文献[1]中讨论了空间曲线的情形, 本文对平面上的情形也进行了探讨, 尤其针对圆形的目标曲线实现了

收稿日期:2012-11-10

基金项目:国家自然科学基金项目(10701042)

作者简介:王宝平(1972-),男,江苏兴化人,讲师,硕士,主要从事线性非线性控制、微分几何等方面的研究,(E-mail)hellowangbp@163.com

角速度的一致性。

考虑有固定拓扑 $G = (V, E, A)$ 的多个体网络系统, 其一节点个数为 n 的赋权有向图, 点集为 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, 边集为 $E \subseteq V \times V, A = (a_{ij})$ 是系统的非负关联矩阵。 G 的一条边记为 $e_{ij} = (v_i, v_j)$ 。这里 $e_{ij} \in E$ 当且仅当 $a_{ij} > 0$ 。节点 v_i 的邻集记为 $N_i = \{v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{ik}\}$, k 是小于 n 的自然数。

假设有向图的每一个结点作为一个个体, 其动态方程为

$$\begin{cases} \dot{p}_{i1} = v_{i1} \\ \dot{p}_{i2} = v_{i2} \\ \dot{v}_{i1} = u_{i1} \\ \dot{v}_{i2} = u_{i2} \end{cases} \quad (1)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, n, p_i = (p_{i1} p_{i2})^T \in R^2$ 表示 v_i 的位置, $v_i = (v_{i1} v_{i2})^T \in R^2$ 表示 v_i 的速度, $u_i = (u_{i1} u_{i2})^T \in R^2$ 是控制(加速度)输入, R 表实数集。设 $L_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 是平面上的光滑曲线族, 其方程为 $h_i(x_1, x_2) = 0, (i = 1, 2, \dots, n)$, 其中 $h_i: R^2 \rightarrow R$ 为光滑映射。

注1 在文献[12-13]中, 所讨论的曲线的参数是纯量变元, 本文用笛卡儿标架下的方程来描述所讨论的曲线。

假设对 $\forall (x_1 \ x_2) \in R^2$, 有

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial h_i}{\partial x_1} & \frac{\partial h_i}{\partial x_2} \end{pmatrix} \neq 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

在此假设下, L_i 有一个光滑法向量场

$$\vec{n}_i(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_i}{\partial x_1} & \frac{\partial h_i}{\partial x_2} \end{pmatrix}^T$$

和光滑切向量场

$$\vec{l}_i(x) = \begin{pmatrix} -\frac{\partial h_i}{\partial x_1} & \frac{\partial h_i}{\partial x_2} \end{pmatrix}^T$$

记

$$\vec{n}_i^0(x) = \frac{\vec{n}_i(x)}{|\vec{n}_i(x)|} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial h_i}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_i}{\partial x_2}\right)^2}} \begin{pmatrix} \frac{\partial h_i}{\partial x_1} & \frac{\partial h_i}{\partial x_2} \end{pmatrix}^T$$

$$\vec{l}_i^0(x) = \frac{\vec{l}_i(x)}{|\vec{l}_i(x)|} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial h_i}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_i}{\partial x_2}\right)^2}} \begin{pmatrix} -\frac{\partial h_i}{\partial x_1} & \frac{\partial h_i}{\partial x_2} \end{pmatrix}^T$$

由假设, $\vec{n}_i^0(x)$ 与 $\vec{l}_i^0(x)$ 在 R^2 上都有定义。

所谓沿平面光滑曲线 $L_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的速度一致性就是设计用 $p_i, v_i, p_{i1}, v_{i1}, \dots, p_{ik}, v_{ik}$ 表示的分散控制协议 $(u_{i1} u_{i2})^T$, 使每一个个体 v_i 都收敛于曲线 L_i 并沿着该曲线运动, 且所有个体的速度趋于一致。用数学表达式表示即为

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} h_i(p_{i1}(t), p_{i2}(t)) = 0$$

且

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} v_i(t) \cdot \vec{l}_i^0(p_i(t)) = c$$

这里 c 是由所有个体的初始状态确定的常数, $v_i(t) \cdot \vec{l}_i^0(p_i(t))$ 为向量间的内积运算。

2 控制设计

记 $y_i(t) = h_i(p_{i1}(t), p_{i2}(t))$, 从而有

$$\dot{y}_i(t) = \frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}} v_{i1} + \frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}} v_{i2} \triangleq z_i(t) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_i(t) &= \frac{\partial^2 h_i}{\partial p_{i1}^2} u_{i1} + \frac{\partial^2 h_i}{\partial p_{i2}^2} u_{i2} + \frac{\partial^2 h_i}{\partial p_{i1} \partial p_{i2}} v_{i1}^2 + \\ &2 \frac{\partial^2 h_i}{\partial p_{i1} \partial p_{i2}} v_{i1} v_{i2} + \frac{\partial^2 h_i}{\partial p_{i2}^2} v_{i2}^2 \end{aligned} \quad (4)$$

由(3)式易得

$$z_i(t) = v_i \cdot \vec{n}_i = (v_i \cdot \vec{n}_i^0) |\vec{n}_i|$$

式中 $v_i \cdot \vec{n}_i^0$ 即为向量 v_i 在法向量 \vec{n} 上的投影。如果

我们能选择 u_{i1} 和 u_{i2} 使得

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}} u_{i1} + \frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}} u_{i2} &= \\ -\frac{\partial^2 h_i}{\partial p_{i1}^2} v_{i1}^2 - 2 \frac{\partial^2 h_i}{\partial p_{i1} \partial p_{i2}} v_{i1} v_{i2} - \frac{\partial^2 h_i}{\partial p_{i2}^2} v_{i2}^2 - k_1 y_i(t) - k_2 z_i(t) &= \\ -\frac{\partial^2 h_i}{\partial p_{i1}^2} v_{i1}^2 - 2 \frac{\partial^2 h_i}{\partial p_{i1} \partial p_{i2}} v_{i1} v_{i2} - \frac{\partial^2 h_i}{\partial p_{i2}^2} v_{i2}^2 - \\ k_1 h_i(p_{i1}, p_{i2}) - k_2 \left(\frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}} v_{i1} + \frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}} v_{i2} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

成立, 其中 $k_1 > 0, k_2 > 0$, 则由(3)(4)式得

$$\dot{y}_i = z_i \quad (6)$$

$$\dot{z}_i = -k_1 y_i - k_2 z_i \quad (7)$$

这意味着当 $t \rightarrow \infty$ 时有

$$y_i(t) \rightarrow 0, z_i(t) \rightarrow 0$$

即个体 v_i 渐近于光滑曲线 L_i 并沿着该曲线运动。特别地,如果 $y_i(0) = 0$ 且 $z_i(0) = 0$, 则 $y_i(t) \equiv 0$ 及 $z_i(t) \equiv 0$ 。这意味着如果个体 v_i 的初始位置在曲线 L_i 上且初始速度沿切线方向,则该个体将一直在曲线 L_i 上运动。

设计 u_{i1}, u_{i2} 使得所有个体的速度一致。记

$$\begin{aligned} \xi_i(t) &= v_i(t) \cdot \tilde{l}_i^0(p_i(t)) = \\ &g_{i1}(p_i(t))v_{i1}(t) + g_{i2}(p_i(t))v_{i2}(t) \end{aligned}$$

这里

$$\begin{aligned} [g_{i1}(p_i) \ g_{i2}(p_i)] &= \\ &\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}}\right)^2}} \begin{bmatrix} -\frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}} & \frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

从而

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_i(t) &= g_{i1}(p_i)u_{i1} + g_{i2}(p_i)u_{i2} + \\ &\frac{\partial g_{i1}}{\partial p_{i1}}v_{i1}^2 + \frac{\partial g_{i1}}{\partial p_{i2}}v_{i1}v_{i2} + \frac{\partial g_{i2}}{\partial p_{i1}}v_{i1}v_{i2} + \frac{\partial g_{i2}}{\partial p_{i2}}v_{i2}^2 \end{aligned}$$

如果能够设计 u_{i1}, u_{i2} 使得

$$\begin{aligned} g_{i1}(p_i)u_{i1} + g_{i2}(p_i)u_{i2} &= \\ -\frac{\partial g_{i1}}{\partial p_{i1}}v_{i1}^2 - \frac{\partial g_{i1}}{\partial p_{i2}}v_{i1}v_{i2} - \frac{\partial g_{i2}}{\partial p_{i1}}v_{i1}v_{i2} - \frac{\partial g_{i2}}{\partial p_{i2}}v_{i2}^2 + \\ \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}(\xi_j(t) - \xi_i(t)) \end{aligned} \tag{8}$$

成立,则

$$\dot{\xi} = -L\xi \tag{9}$$

其中 $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)^T, L = (l_{ij})$ 是由图 G 诱导的拉普拉斯矩阵,其定义为

$$l_{ij} = \begin{cases} \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}, & i = j \\ -a_{ij}, & i \neq j \end{cases}$$

由文献[5]中的引理 3.3 得,如果图 G 有生成树,则 0 是 L 的单特征根且其余的特征根有正的实部。因此, $\xi_i(t) \rightarrow c (i = 1, 2, \dots, n)$, 其中 c 是由所有个体初始状态确定的常数。

设计 u_{i1}, u_{i2} 使得(5)式与(8)式都满足。为此重写(5)式与(8)式为下列形式

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}}\right)^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}} & \frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}} \\ -\frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}} & \frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} K_{i1}(p_i, v_i) \\ K_{i2}(p_i, v_i) + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}(v_j \cdot \tilde{l}_i^0(p_j) - v_i \cdot \tilde{l}_i^0(p_i)) \end{bmatrix} \tag{10}$$

其中

$$\begin{aligned} K_{i1}(p_i, v_i) &= -\frac{\partial^2 h_i}{\partial p_{i1}^2}v_{i1}^2 - 2\frac{\partial^2 h_i}{\partial p_{i1}\partial p_{i2}}v_{i1}v_{i2} - \frac{\partial^2 h_i}{\partial p_{i2}^2}v_{i2}^2 - \\ &k_1h(p_{i1}, p_{i2}) - k_2\left(\frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}}v_{i1} + \frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}}v_{i2}\right) \\ K_{i2}(p_i, v_i) &= -\frac{\partial g_{i1}}{\partial p_{i1}}v_{i1}^2 - \frac{\partial g_{i1}}{\partial p_{i2}}v_{i1}v_{i2} - \frac{\partial g_{i2}}{\partial p_{i1}}v_{i1}v_{i2} - \frac{\partial g_{i2}}{\partial p_{i2}}v_{i2}^2 \end{aligned}$$

显然,(10)式有唯一解

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \end{bmatrix} &= \frac{1}{\left(\frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}}\right)^2} \begin{bmatrix} \frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}} & -\frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}} \\ \frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}} & \frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}} \end{bmatrix} \cdot \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{\left(\frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}}\right)^2} \end{bmatrix} \cdot \\ \begin{bmatrix} K_{i1}(p_i, v_i) \\ K_{i2}(p_i, v_i) + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}(v_j \cdot \tilde{l}_i^0(p_j) - v_i \cdot \tilde{l}_i^0(p_i)) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{11}$$

由以上讨论,得到以下定理。

定理 1 如果假设 1 满足且图 G 有生成树,则在非线性协议(11)式下沿光滑曲线 $L_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的速度一致性问题得到解决。

注 2 由文献[14 - 15], 知道(9)式的决策值是 $\xi_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的加权平均值。因此所有个体的稳定状态由它们的初始速度、初始位置及目标曲线确定。但决策值与 k_1, k_2 的选择无关。

注 3:若期望 $\bar{\xi}(t) = r_i \xi_i(t) (r_i$ 为常数, $i = 1, 2, \dots, n)$ 渐近一致,则需修正(8)为

$$\begin{aligned} g_{i1}(p_i)u_{i1} + g_{i2}(p_i)u_{i2} &= \\ -\frac{\partial g_{i1}}{\partial p_{i1}}v_{i1}^2 - \frac{\partial g_{i1}}{\partial p_{i2}}v_{i1}v_{i2} - \frac{\partial g_{i2}}{\partial p_{i1}}v_{i1}v_{i2} - \frac{\partial g_{i2}}{\partial p_{i2}}v_{i2}^2 + \\ \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}\left(\frac{r_i}{r_j}\xi_j(t) - \xi_i(t)\right) \end{aligned}$$

由其可推得 $\bar{\xi} \cdot = -L\xi$ 。因此,在这种情况下,协议(11)式可以修正为

$$\begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \end{bmatrix} = \frac{1}{\left(\frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}}\right)^2} \begin{bmatrix} \frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}} & -\frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}} \\ \frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}} & \frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}} \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{\left(\frac{\partial h_i}{\partial p_{i1}}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_i}{\partial p_{i2}}\right)^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K_{i1}(p_i, v_i) \\ K_{i2}(p_i, v_i) + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij} \left(\frac{r_i}{r_j} v_j \cdot \check{l}_i^0(p_j) - v_i \cdot \check{l}_i^0(p_i) \right) \end{bmatrix}$$

特别地,如果 L_i 是半径为 r_i 的圆,则协议(11)使得角速度达到一致。

3 仿真算例

考虑图为 $G = (V, E, A)$ 的多个体系统,其中

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$$

$$E = \{v_1 v_2, v_2 v_3, v_3 v_4, v_4 v_1\}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

例 设曲线为圆,其方程为 $h_i(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - r_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$),其中 $r_1 = 1, r_2 = 4, r_3 = 6, r_4 = 8$ 。经计算,

$$\frac{\partial h_i}{\partial x_1} = 2x_1, \frac{\partial h_i}{\partial x_2} = 2x_2, \frac{\partial^2 h_i}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 h_i}{\partial x_2^2} = 2$$

$$\frac{\partial^2 h_i}{\partial x_1 \partial x_2} = 0, g_{i1}(x) = -x_2(x_1^2 + x_2^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$g_{i2}(x) = x_1(x_1^2 + x_2^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\check{l}_i^0(x) = (x_1^2 + x_2^2)^{-\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} -x_2 \\ x_1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial g_{i1}(x)}{\partial x_1} = x_1 x_2 (x_1^2 + x_2^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{\partial g_{i1}(x)}{\partial x_2} = -x_1^2 (x_1^2 + x_2^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{\partial g_{i2}(x)}{\partial x_1} = x_2^2 (x_1^2 + x_2^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{\partial g_{i2}(x)}{\partial x_2} = -x_1 x_2 (x_1^2 + x_2^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$K_{i1}(p_i, v_i) = -2v_{i1}^2 - 2v_{i2}^2 -$$

$$k_1(p_{i1}^2 + p_{i2}^2 - r_i^2) - 2k_2(p_{i1}v_{i1} + p_{i2}v_{i2})$$

$$K_{i2}(p_i, v_i) = [(p_{i1}^2 - p_{i2}^2)v_{i1}v_{i2} - (v_{i1}^2 - v_{i2}^2)p_{i1}p_{i2}]$$

$$(p_{i1}^2 + p_{i2}^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\xi_i = (p_{i1}^2 + p_{i2}^2)^{-\frac{1}{2}}(v_{i2}p_{i1} - v_{i1}p_{i2})$$

从而,得到一致性协议

$$\begin{pmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{i1} & -p_{i2} \\ p_{i2} & p_{i1} \end{pmatrix} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(p_{i1}^2 + p_{i2}^2)^{-1}K_{i1}(p_i, v_i) \\ (p_{i1}^2 + p_{i2}^2)^{-\frac{1}{2}}(K_{i2}(p_i, v_i) + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}(\xi_j - \xi_i)) \end{pmatrix}$$

其解决了沿平面曲线圆 L_i 的一致性问題。

仿真中,初值为 $p_{11} = 0, p_{12} = -8, v_{11} = 3, v_{12} = 1, p_{21} = 0, p_{22} = 3, v_{21} = -3, v_{22} = -1, p_{31} = 9, p_{32} = 1, v_{31} = 1, v_{32} = -2, p_{41} = 4, p_{42} = 0, v_{41} = 1, v_{42} = 4$ 。为了实现角速度一致,由附注3使用协议

$$\begin{pmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{i1} & -p_{i2} \\ p_{i2} & p_{i1} \end{pmatrix} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(p_{i1}^2 + p_{i2}^2)^{-1}K_{i1}(p_i, v_i) \\ (p_{i1}^2 + p_{i2}^2)^{-\frac{1}{2}}(K_{i2}(p_i, v_i) + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}(\frac{r_i}{r_j}\xi_j - \xi_i)) \end{pmatrix}$$

图1表明每一个个体 v_i 渐近于圆 L_i 并沿着圆运动。

图2表明各个体的速度分量趋于一常数。图3表明每一个个体 v_i 渐近于圆 L_i 并沿着圆运动,图4表明各角速度分量趋于一常数。

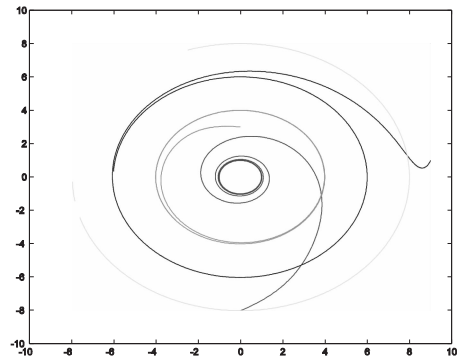


图1 个体的运动轨迹

4 结束语

本文提出并解决了二维多个体系统在确定的光滑曲线上的速度一致性问题。目标曲线是一族光滑曲线,在一定的条件下,可以实现全局的速度一致性。通过一个变换,还可以针对圆形的目标曲线,实现角速度的一

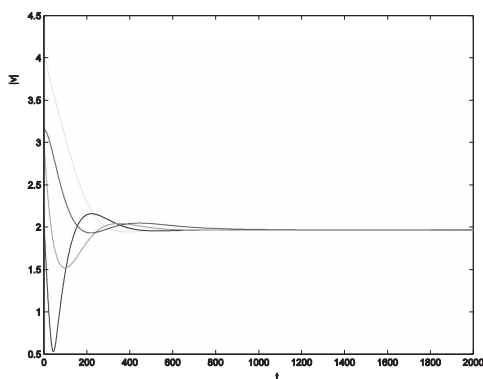


图 2 个体的速度向量的模长

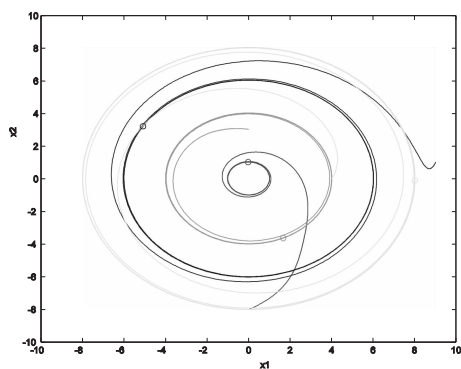


图 3 个体的运动轨迹

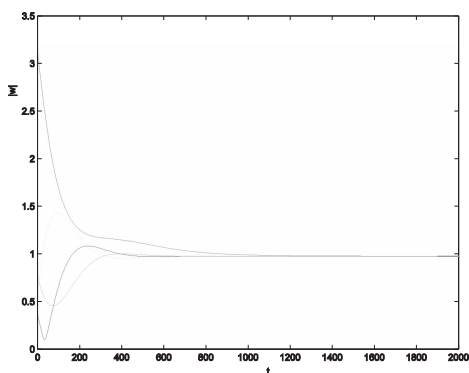


图 4 个体的角速度向量的模长

致性。通过仿真例子验证了所设计的控制可以使各个体在所给曲线上实现速度渐近一致。对于切换有向网络拓扑情形下的控制设计有待进一步探讨。

目前,在一致性问题的研究领域,实证性研究还比较少。由于实际生活中存在的干扰、时延、传输噪声以及模型不确定性等,通过数值仿真得到的结果可能会有些不确定性因素。因此,关于一致性问题的实证研究也是不容忽视的一个重要问题。

参考文献:

- [1] Vicsek t,Czirok A,Jacob E B,et al.Novel type of phase transitions in a system of self-driven particles[J].Phys. Rev.Lett.,1995,75(6):1226-1229.
- [2] Jadbabaie A,Lin J,Morse A S.Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules [J].IEEE Trans.Automat.Contr.,2003,48(9):988-1001.
- [3] Olfati-saber R,Murray R M.Consensus protocols for networks of dynamic agents [J].in Proc. of the American Control Conference, Denver, Colorado, June, 2003 (4-6): 951-956.
- [4] Olfati-saber R,Murray R M.Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 2004, 49 (9): 1520-1533.
- [5] Wang R,Beard R W.Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. IEEE Trans. Automat. Contr.,2005,50 (5): 655-661.
- [6] Lin Z Y,Francis B,Maggiore M.Necessary and sufficient graphical condition for formation control of unicycles[J]. IEEE Trans.Automat.Contr.,2005,50(1):121-127.
- [7] Wang R,Atkins E.Distributed multi-vehicle coordinated control via local information exchange [J]. Int. J. Robust Nonlinear Control,2007(10):1002-1033.
- [8] Lin P,Jia Y M,Du J P,et al.Distributed consensus control for second-order agents with fixed topology and time-delay[J].in Proc.the 26th Chinese Control Conference,Zhangjiajie,Hunan,P.R.China,2007(8):577-581.
- [9] Xiao F,Wang L.Consensus problems for high-dimensional multi-agent systems [J]. IET Control Theory Appl. 2007,1(3):830-837.
- [10] Wang R,Moore K.High-order Consensus Algorithms in Cooperative Vehicle Systems [J]. in Proc. IEEE Conf. Networking, Sensing and Control, Ft. Lauderdale, FL, 2006(4):248-253.
- [11] 王宝平,朱建栋,匡静.多个体系统在空间曲线上的 consistency 问题[J].四川理工学院学报,2011,24(6):710-714.
- [12] Ghabcheloo R,Pascoal A,Silvestre C,et al.Coordinated

- Path Following Control of Multiple Wheeled Robots with Directed Communication Links[J]. in Proc. Conf. Decision and Control and the European Control Conference, 2005 Seville, Spain, 2005(12):7084-7089.
- [13] Ghabcheloo R, Aguiar A P, Pascoal A, et al. Coordinated path-following control of multiple underactuated autonomous vehicles in the presence of communication failures[J]. in Proc. IEEE Conference on Decision and Control, Manchester, Grand Hyatt Hotel, San Diego, CA, USA, 2006(13):4345-4350.
- [14] Olfati-saber R. Flocking for multi-agent dynamic systems: algorithms and theory[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(3):401-420.
- [15] Xiao F, Wang L. Consensus problems for high-dimensional multi-agent systems[J]. IET Control Theory Appl., 2007(3):830-837.

Consensus Problem of Multi-agent Systems Along a Plane Circle Curve

WANG Bao-ping^{1,2}, ZHU Jian-dong²

(1. Taizhou Teachers College, Taizhou 225300, China;

2. School of Mathematics Science, Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China)

Abstract: For multi-agent systems, the consensus problem along a plane curve is proposed. Under some conditions, a nonlinear decentralized feedback protocol is designed, so that all agents converge to the curve and their velocities are in agreement asymptotically. With a transformation, all agents converge to the desired curves of circle and their angular velocities are in the agreement asymptotically. Finally, simulation examples are given to illustrate the theoretical results.

Key words: multi-agent systems; spatial curve; circle; consensus problem