

# 混沌干扰下的随机共振研究

倪强<sup>1</sup>, 李健<sup>1,2</sup>, 方秀宁<sup>1</sup>, 向林<sup>1</sup>

(1. 四川大学电子信息学院, 成都 610064; 2. 西南交通大学信息编码与传输四川省重点实验室, 成都 610031)

**摘要:**利用随机共振现象可以实现弱信号检测,目前大量的研究是在白噪声或色噪声背景下进行的,对于混沌干扰下的随机共振的研究却很少。研究了混沌背景干扰下的信号检测,发现在混沌干扰下双稳系统也会发生随机共振现象,因此可以检测出淹没在混沌干扰中的信号;在混沌与噪声同时存在的混合背景下,随机共振现象仍然存在,混合背景可以发生与单一噪声背景类似的随机共振现象。

**关键词:**信号检测;随机共振;混沌;混合背景

**中图分类号:**TN911.4

**文献标识码:**A

## 引言

对于淹没在强噪声背景中的弱信号检测,一直受到普遍的关注,传统的检测方法,往往设法抑制或消除噪声以提高输出信噪比;但是,在抑制噪声的同时,有用的信号也受到不同程度的损害,是一种“两败俱伤”的方法。

随机共振的概念,是由意大利的 Benzi R<sup>[1-2]</sup> 等人在研究古气象冰川问题时提出的。随机共振的特点就是,把噪声添加到非线性系统中去,当信号、噪声和非线性系统协同作用时,会发生部分噪声能量向信号能量的转化,因此不但不需要削弱噪声,而且需要通过增强噪声来提高信号检测的效果<sup>[3-6]</sup>。当系统发生随机共振时,系统的输出信噪比会得到一定程度的提高<sup>[7-8]</sup>。基于此,不少学者利用随机共振的方法,对淹没在白噪声中的信号检测进行了大量的研究。然而从信号检测的角度出发,单一的高斯白噪声或者色噪声并不能逼真的模拟实际噪声情况。在实际情况中,会遇到具有混沌特性的背景干扰,例如海杂波背景,海洋环境噪声,水下目标检测等。

本文利用随机共振技术,对淹没在混沌特性背景下的微弱信号检测进行了研究,结果表明在混沌干扰下可以利用随机共振的方法进行信号检测。另外,混沌背景干扰与其他噪声(比如白噪声)往往会同时干扰信号检测,因此又研究了混沌背景和白噪声共同存在时的随机

共振现象,结果表明混合背景也可以使双稳系统发生随机共振现象。

## 1 随机共振简介

一般来说,随机共振模型包含三个不可缺少的要素:具有双稳或多稳态的非线性系统,输入信号,噪声。实际上在噪声对非线性系统的作用中,双稳系统是研究最多的一类非线性系统。一方面是因为在双稳系统中噪声的非线性作用十分典型,同时也因为双稳系统在物理、化学和各自然科学以及社会科学领域中有着广泛的应用,对双稳系统的研究成果可以方便地推广到多稳和其他更复杂的系统。因此本文采用双稳系统进行研究,其中最简单的双稳系统可以由  $dx/dt = ax - bx^3$  ( $a > 0$ ,  $b > 0$ ) 来描述,而最简单的信号和噪声分别是单频信号和白噪声<sup>[9]</sup>。所以用来解释随机共振现象的最简单模型是

$$dx/dt = ax - bx^3 + A\cos(2\pi ft) + n(t) \quad (1)$$

式(1)是由非线性朗之万方程描述的非线性双稳系统所决定的;其中  $a$ 、 $b$  是大于零的实数,是双稳系统的结构参数。 $A$  为待检测正弦信号幅值, $f$  是待检测信号频率。 $n(t)$  表示高斯白噪声,且满足统计平均  $E[n(t)] = 0$ ,  $E[n(t)n(t+\tau)] = 2D\delta(t-\tau)$ , 其中  $D$  为噪声强度, $\tau$  为延迟时间。

利用随机共振原理检测信号的计算机仿真框图如图1所示。输入信号  $sn(t)$  是待检测信号  $s(t)$  和高斯白

收稿日期:2011-07-20

基金项目:四川省应用基础研究项目(2008JY0048);西南交通大学信息编码与传输四川省重点实验室开放研究基金(LF08007)

作者简介:倪强(1988-),男,山东临沂人,硕士生,主要从事信号检测,通信电路与系统方面的研究,(E-mail)niq343@163.com

噪声  $n(t)$  的叠加信号,然后对系统的输出求其功率谱图来提取待检测信号的信息。



图 1 双稳随机共振系统

对于任何一种检测方法,其检测性能是至关重要的。可以用输出信噪比来进行评价。输出信噪比是指在随机共振系统中,信号功率谱在输入频率  $f$  处的幅值  $S(f)$  比上同频背景噪声的平均功率  $N(f)$ ,即  $SNR_{out} = 10\lg[S(f)/N(f)]$ 。

### 2 混沌背景干扰下的仿真分析

利用随机共振现象可以实现微弱信号检测并且具有较好的检测效果,在实际情况下,会遇到许多混沌背景中的信号检测,例如海杂波、海洋环境噪声、水下目标检测的背景干扰都可看作是具有混沌特性的干扰,利用随机共振现象是否可以实现混沌背景下的信号检测,可通过仿真实验来讨论。

混沌背景干扰采用 Duffing 振子方程产生,具体形式为:

$$\ddot{x}(t) + k\dot{x}(t) - x(t) + x^3(t) = r\cos\omega t \quad (2)$$

式(2)中  $k$  为阻尼比,  $x - x^3$  为非线性恢复力,  $r\cos(\omega t)$  为周期驱动力。其中  $k$  与  $r$  均大于零<sup>[10]</sup>。

仿真实验中,以正弦信号为例,把  $sn(t) = A\sin(2\pi ft) + dr(t)$  作为双稳态非线性系统的输入信号,其中  $A\sin(2\pi ft)$  是待测微弱周期信号,  $dr(t)$  是混沌背景干扰信号,由 Duffing 振子方程产生,  $d$  是混沌信号的幅度参数,  $d=0.42$ 。取参数  $A=0.3$ ,其中双稳态的结构参数  $a=b=1, f=0.01, fs=10$ 。在进行龙格-库塔算法的时候采用 8 000 个点,频谱分析的时候采用 8 000 个点进行采样。

图 2 即为在 Matlab 平台下得到的仿真结果。仿真中  $k=0.5, r=0.8$ 。在图 2(b) 中,很明显可以看到在频率  $f=0.01\text{Hz}$  处有一个波峰。在图 2(a) 中,可以看到二个谱峰,左边的是待检测的微弱信号,右边的是干扰信号(这里是混沌特性干扰)。经过随机共振之后,干扰信号的部分能量被搬移到待测信号上,于是干扰信号的谱峰明显减弱,待检测信号的谱峰得到增强。由此可以说明,混沌信号和白噪声类似,可以使双稳系统产生随机共振现象。

保持其它参数不变,改变混沌的幅度系数  $d$ ,进行随机共振仿真分析。从图 3 可知,在系统结构参数不变的情况下,随着  $d$  的增大,系统的输出会慢慢的达到随机共振状态,并且在  $d=0.42$  附近出现最佳随机共振点。如果  $d$  继续增大,系统会逐渐脱离随机共振状态。

由此可以看出,混沌干扰可以和白噪声有类似的作

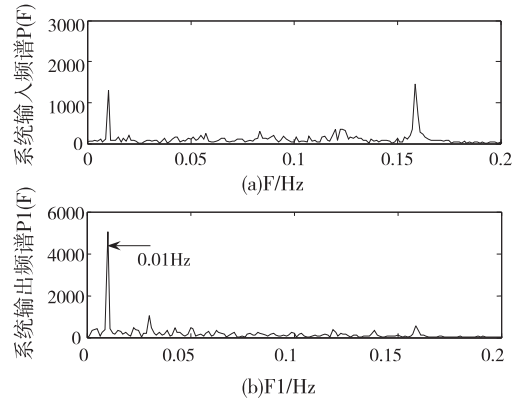


图 2 混沌背景下的输入输出频谱图

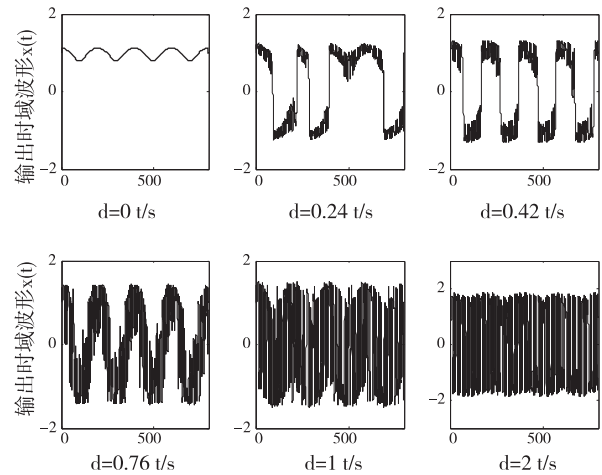


图 3 混沌背景下的系统输出波形

用,即是把部分噪声能量(这里是混沌信号能量)转移到信号能量上,所以要使信号的能量适度才会发生随机共振现象,若超过了一定的界限,系统就会脱离随机共振状态。

图 4 得到了混沌干扰下的系统输入输出信噪比,由图 4 可以看出,随着  $d$  的增大,系统输入信噪比依然是逐渐减小,但是系统输出信噪比会逐渐增加,并取得一个极大值, $d$  继续增大,输出信噪比会逐渐减小,这正是随机共振输出信噪比的特征曲线。

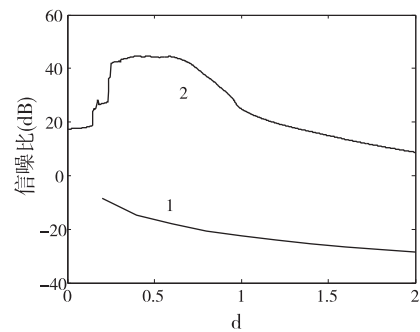


图 4 系统输入输出信噪比随  $d$  的变化曲线 (线 1 表示系统输入信噪比,线 2 表示输出信噪比)

通过仿真分析可知,混沌信号干扰与白噪声有着类

似的效果;以上结果表明,双稳系统模型对于淹没在混沌干扰下的微弱周期信号具有检测能力。因此,对于淹没在混沌干扰中的信号,可以采用随机共振的方法进行检测。

### 3 混沌信号和白噪声混合干扰下的仿真分析

在实际情况下,混沌背景干扰和白噪声往往同时存在,因此在研究高斯白噪声和混沌背景混合干扰下的随机共振的仿真实验中,仍然以正弦信号为例,把  $sn(t) = A\sin(2\pi ft) + dr(t) + n(t)$  作为双稳态非线性系统的输入信号,其中  $A\sin(2\pi ft)$  是待测微弱周期信号,  $dr(t)$  是混沌信号(此时把它看作是混沌背景干扰),  $d$  是混沌信号的幅度参数,  $d = 0.42$ ,  $n(t)$  是均值为 0、强度为  $D$  的高斯白噪声。

#### 3.1 在混沌干扰中逐渐加入白噪声

在相同的混沌背景下( $d = 0.42$ )加入适量的白噪声,分析混合噪声对随机共振结果的影响。双稳系统的输出波形如图 5 所示。

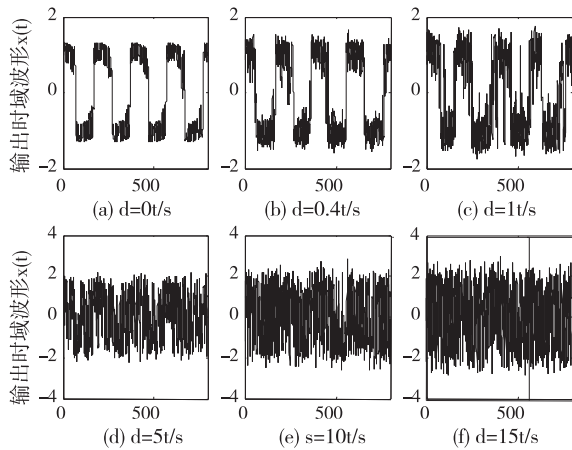


图 5 在混沌背景中添加白噪声的输出波形

由图 5 可知,在  $d = 0.42$  时,逐渐加大白噪声,随机共振的结果越来越差,这是因为在  $D = 0$  (图 a) 时,随机共振结果已经比较好,增加白噪声以后,噪声量过大,使系统逐渐脱离了随机共振状态。此结果和单独白噪声背景的随机共振现象类似,亦和单独混沌背景随机共振现象类似。

当混沌系数  $d$  固定在不同的数值时,加入不同强度的白噪声,白噪声强度与输出信噪比的关系曲线如图 6 所示。

从图 6 可知,在固定  $d$  值小于 0.3 (1, 2, 3 号曲线) 时,逐渐加入白噪声,输出信噪比不但没有下降反而有利于输出信噪比的提高,在适当的  $D$  处会有一个极大值出现。这是因为逐渐加入的噪声与信号协同作用,使系统发生了随机共振现象,从而提高了系统的输出信噪

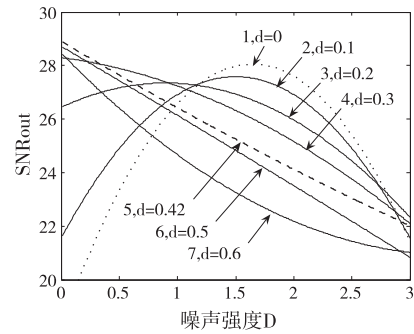


图 6 在不同混沌背景添加白噪声的输出信噪比

比。固定  $d$  值大于 0.3 (4, 5, 6 号曲线) 时,在  $D = 0$  处输出信噪比就已经获得最大值,逐渐加入白噪声以后,信号的能量过大,超过了一定的界限,使系统逐渐脱离随机共振状态,从而输出信噪比随着  $D$  的增大逐渐减小。所以在混沌背景的干扰中,在一定的界限内,逐渐添加白噪声,可以发生类似白噪声的随机共振效果。

#### 3.2 在白噪声背景中逐渐加入混沌干扰

在相同的白噪声背景( $D = 0.1$ )下加入适量的混沌干扰,分析其随机共振结果。双稳系统的输出波形如图 7 所示。

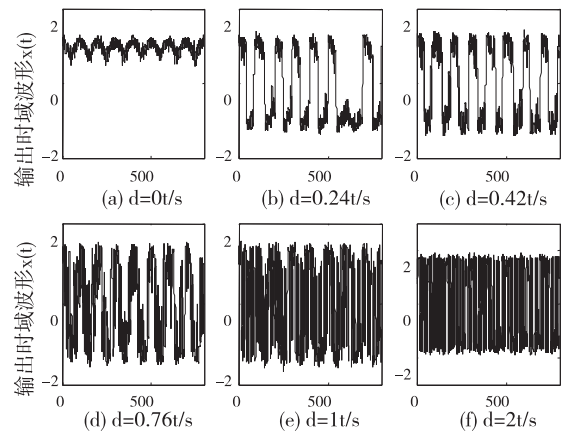


图 7 在白噪声中加入混沌干扰的输出波形

从图 7 可以得出,在  $d = 0$  (图 a) 时,单纯的白噪声不能够提供足够的能量使系统发生随机共振现象,所以随机共振效果不是很好,甚至不会发生随机共振现象。在  $d = 0.24$  (图 b) 以后,可以发生稳定明显的随机共振现象,随着混沌的继续增大( $d$  大于 0.76 以后),由于噪声能量过大,系统就会逐渐脱离随机共振状态。由此,更能说明混沌可以起到和白噪声类似的作用,适量的噪声可以使双稳系统产生随机共振现象。

在白噪声取不同的数值,逐渐加入混沌干扰之后,输出信噪比与混沌系数  $d$  的关系如图 8 中 1, 2, 3, 4 号曲线,在不同的白噪声中逐渐加入混沌干扰以后,信号与噪声协同作用,使系统发生随机共振,系统输出信噪比得到提高,因而输出信噪比会出现一个极大值,继续增大混沌干扰,由于信号能量超过一定的界限,系统逐渐

脱离随机共振状态,输出信噪比会逐渐减小。当  $D$  大于等于 1.1 (5号曲线) 之后,因为白噪声的存在,使得输出信噪比在  $d=0$  时已经达到最大值,逐渐增大混沌干扰,系统逐渐脱离随机共振状态,输出信噪比会随着  $d$  的增大而逐渐减小。结果表明,在较弱的白噪声背景中加入混沌干扰,可以发生随机共振现象,并且有利于输出信噪比的提高;但是,白噪声足够大时,再加入混沌干扰,系统就会逐渐脱离随机共振状态,输出信噪比会逐渐下降。

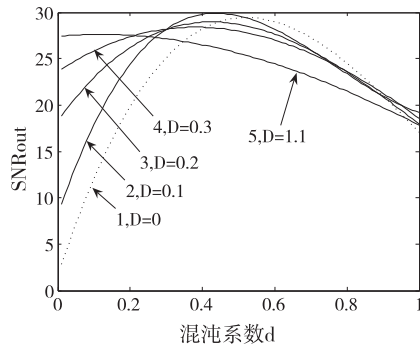


图8 白噪声取不同的数值,输出信噪比与混沌系数  $d$  的关系曲线

通过以上分析可知,对于淹没在混沌干扰里的信号,加入适量的白噪声,可以使系统发生类似单纯白噪声的随机共振现象,从而可以检测出待测信号的有用信息。对于淹没在白噪声里的信号,加入适量的混沌干扰,同样可以发生类似单纯白噪声的随机共振现象。所以,当白噪声和混沌干扰共同存在的时候,逐渐添加白噪声或者逐渐加入混沌干扰,信号与适量的噪声协同作用,都可以使双稳系统发生类似白噪声的随机共振现象,从而达到检测有用信号的目的。

#### 4 结束语

本文把随机共振的方法应用于混沌背景下的弱信

号检测,仿真结果表明,混沌信号也可以作为一种干扰,使双稳系统发生随机共振现象。然后研究了在混合噪声背景下的随机共振现象,研究表明混合噪声的随机共振现象类似于单一噪声的随机共振现象。本文的研究结果对于混沌背景下的信号检测、混合背景下的信号检测有一定的参考价值。

#### 参考文献:

- [1] Benzi R, Sutera A, Vulpiana A. The mechanism of stochastic resonance[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1981, 14: 453-457.
- [2] Benzi R, Parisi G, Stuenkel A. A theory of stochastic resonance in climatic change[J]. *SIAM Journal on applied mathematics*, 1983, 43(3): 565-578.
- [3] 冷永刚, 王太勇, 郭焱, 等. 双稳随机共振参数特性的研究[J]. *物理学报*, 2007, 56(1): 30-35.
- [4] 林敏, 黄咏梅. 调制与解调用于随机共振的微弱周期信号检测[J]. *物理学报*, 2006, 55(7): 3277-3282.
- [5] 肖方红, 闫桂荣, 朱长春. 双稳随机共振系统信号调制噪声效应用于弱信号检测[J]. *数据采集与处理*, 2004, 19(2): 180-184.
- [6] 杨祥龙, 汪乐宇. 一种强噪声背景弱信号检测的非线性方法[J]. *电子与信息学报*, 2006, 24(6): 811-815.
- [7] Moss F. Stochastic resonance: a signal + noise in a two state system[A]. *Proc. of the 45<sup>th</sup> Annual Symposium on Frequency control*, Los Angeles, CA, USA, 1991, 649-658.
- [8] Chapeau-Blondeau F. Input-output gains for signal noise in stochastic resonance[J]. *Phys. Lett. A*, 1997, 232, 41-48.
- [9] 胡岗. *随机力与非线性系统*[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 1994.
- [10] 李月, 杨宝俊. *混沌振子检测引论*[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004.

### Studying on Stochastic Resonance under Chaotic Interference

NI Qiang<sup>1</sup>, LI Jian<sup>1,2</sup>, FANG Xiu-ning<sup>1</sup>, XIANG Lin<sup>1</sup>

(1. School of Electronic and Information, Sichuan University, Chengdu 610064, China;

2. Information Coding and Transmission of Key Laboratory in Sichuan Province, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** As to signal detection using stochastic resonance (SR), large quantity of literatures focus on the detection of signal which is drowned in white noise or colored noise, but the detection based on stochastic resonance (SR) under chaotic interference is rarely discussed. The signal detection under the chaotic background interference based on stochastic resonance is studied, found that the stochastic resonance can also be generated in the bi-stable system when the interference is chaos, so the signal can be detected out. When the chaotic interference and noise exist simultaneously, stochastic resonance which is similar to single noise background still occur.

**Key words:** signal detection; stochastic resonance; chaos; mixed background