

多轴比例加载下疲劳短裂纹扩展速度的探讨

于 强

(四川理工学院理学院,四川 自贡 643000)

摘 要:多轴加载下疲劳短裂纹的研究,是近几年来才触及的一个新领域。文章分析了多轴比例载荷与单轴载荷的等效性。提出了多轴比例加载不会改变材料力学性能的假设,在临界面上用能量密度法,类比单轴加载的研究过程,导出了多轴比例加载下疲劳短裂纹扩展速度的计算公式。

关键词:临界平面;多轴疲劳;短裂纹扩展速度;能量密度

中图分类号:O346.2

文献标识码:A

本文所研究的短裂纹,是指尺度为数十个晶粒的主导短裂纹,(即后来会扩展成为破坏性长裂纹的短裂纹)。当强度较高的构件承受交变载荷时,细观短裂纹的萌生与扩展期,约占全部寿命的 30% 以上,若是表面光滑试件时,甚至会占到 70% ~ 80%^[1]。因此对主导短裂纹的研究有重要的工程和理论价值。就目前的研究和实验来看,还主要在单轴加载的阶段,而实际的构件,大多数都处于多轴加载的复杂工作状态下,关于多轴加载的短裂纹扩展律,及其实验数据,尚有待探讨。本文做了以下三个方面的工作:(1)分析了多轴比例加载下,疲劳短裂纹的扩展方向,在临界上把多轴比例载荷等效为一个单轴载荷。(2)提出了多轴比例加载不会改变材料力学参数的假设。(3)在临界面上应用能量密度法,类比单轴加载的研究过程,导出了多轴加载下疲劳短裂纹扩展速度的计算公式。并借助于单轴实验数据,列出了多轴比例加载下短裂纹扩展速率的实例方程。

1 短裂纹萌生和扩展的方向

1.1 短裂纹萌生和扩展的实验结果

近年来一系列的实验指出^[2]:在低周疲劳中,小裂纹的萌生与扩展从宏观来看,主要是在最大剪应变所在的平面上进行,但也有一部分裂纹沿着垂直最大剪应变的方向扩展。而从局部来看,则裂纹的扩展出现了之字形的曲折途径。

如由 45 号钢的标准圆柱形试件实验^[3]:

(1)当纯扭交变加载时,多数裂纹萌生和扩展的位向在与试件轴向平行和垂直的两个方向,而这正是两个最大剪切应变所在平面的方向。

(2)当拉压交变加载时,多数裂纹萌生的位向与试件轴线成 45 度的方向,这也是最大剪切应变所在平面的方位。而裂纹的扩展则在与试件轴线相垂直的方向,这是垂直于最大拉应变的方位。

(3)当拉-扭交变比例加载时,裂纹主要萌生在两个正交的最大剪切应变所在平面上,而裂纹的扩展则主要进行在最大剪切平面和垂直于最大拉应变的平面上。并且在两个正交的最大剪切应变所在平面中,具有较大法向应变的那一个平面上,裂纹萌生的数目更多,扩展成为破坏性长裂纹的几率会大于另外一个平面。

关于裂纹扩展局部出现之字形的曲折,则可认为是材料细观组织的差异造成的^[4],如晶界、晶粒的取向、杂质、孔洞等缺陷影响,会使裂纹向最薄弱的区域扩展的结果。

1.2 临界面的确定

临界面是指材料被破坏的平面,也就是裂口的断裂面,它直观地描述了裂纹萌生与扩展的方向。由于在一个加载历程中,最大剪切应变幅度 $\Delta\gamma_{\max}$ 和这个剪切应变幅度的两个折返点之间所具有的最大法向应变幅 ϵ_n ,是控制多轴疲劳损伤的主要参数^[5]。所以在多轴加载下的短裂纹的研究时,选取最大剪切平面中,具有较大

法向应变的那一个平面为材料的破坏面,定义为临界面。在临界面上把多轴问题等效为单轴问题解决,是一种有效的处理方法。

2 多轴比例载荷的等效及其对材料的作用分析

2.1 多轴比例载荷等效为单轴载荷

2.1.1 定性分析

由于多轴比例加载下,各个应力和应变的变化是同步的,则其合成应变的方向是不随时间变化的,应变主轴和最大剪切应变所在平面的方位也是不会随时间变化的。所以完全可以用一个单轴应变来等效它。若在临界面上应用 Von Mises 准则,就可以将最大剪切应变和较大的法向应变合成为临界面上的等效单轴应变。

2.1.2 实例说明

用拉-扭比例加载下薄壁圆管试件为例,确定其临界面及等效应变。如图 1 所示。

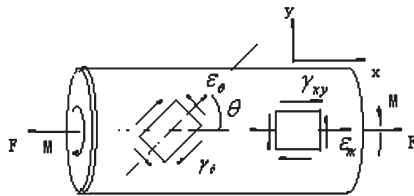


图 1 薄壁圆管试件的微元应变

设:材料微元体在 $o-xyz$ 坐标系中, $x-y$ 平面为试件表面,沿 x 轴向产生的应变表达式为:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_a \sin \omega t \tag{1}$$

在垂直于 x 轴的 $y-z$ 平面上产生的剪应变表达式为:

$$\gamma_{xy} = \gamma_a \sin \omega t = \lambda \varepsilon_a \sin \omega t \tag{2}$$

应变比例系数:

$$\lambda = \frac{\gamma_a}{\varepsilon_a} \tag{3}$$

其中 ε_a 为正变幅, γ_a 为剪应变幅。

材料微元产生的应变可以通过坐标旋转矩阵得到。

$$\varepsilon' = (M)^T \varepsilon (M) \tag{4}$$

(4)式的展开式见文献[3]。从 $o-xyz$ 坐标系变换到 $o-x'y'z'$ 坐标系中。由于在 $\sigma_{xx} \sigma_{yy} \leq \sigma_{xy}^2$ 条件下时,圆柱受损伤最严重的平面总是与自由表面相垂直^[6]。若要取与 x 轴成 θ 角方向的 $x'-y'$ 平面为可能的裂口平面,则是先将 $x-y$ 平面逆时针绕 z 轴旋转 θ 角后,然后逆时针旋转新的 x' 轴使 z' 与 z 轴成 $\varphi = 90^\circ$ 角所形成的 $x'-y'$ 平面,就是可能的裂口平面, ($\varphi = 0^\circ$ 是试件的自由表面)。将(1)式、(2)式和(3)式及 $\varphi = 90^\circ$ 代入(4)式中,并考虑泊松比,则可以导出在可能断面 $x'-y'$ 平面

上的剪应变幅为:

$$\gamma_n(\theta) = \varepsilon_a [(1 + \mu) \sin 2\theta - \lambda \cos 2\theta] \tag{5}$$

z' 轴方向 ($x'-y'$ 平面的法向) 上的正应变幅为:

$$\varepsilon_n(\theta) = \frac{1}{2} \varepsilon_a [(1 + \mu)(1 - \cos 2\theta) - \lambda \sin 2\theta - 2\mu] \tag{6}$$

这样,就把垂直于 x 轴的 $y-z$ 平面上的剪应变幅和沿 x 轴的正应变幅,转换成了垂直于 z' 轴的 $x'-y'$ 面上的剪应变幅以及沿 z' 轴的正应变幅。

寻找最大剪应变所在的平面,则令

$$\frac{\partial \gamma_\theta}{\partial \theta} = 0$$

得到确定临界面的可能方位角为:

$$\theta_c = \frac{1}{4} \arctg \left(-\frac{1 + \mu}{\lambda} \right) \tag{7}$$

其中参数 μ 为泊松比。

可见,临界面方位与时间无关,而且具有两个剪应变互等、相互正交的最大剪应变所在的可能临界平面,这两个平面上的法向应变幅并不一定相等,应该定义具有较大法向应变幅的那一个 θ_c 平面为临界平面,即裂口平面。

由 Von Mises 准则,在临界面上的等效应变幅为:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{eq}}{2} = \left[\varepsilon_n^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta \gamma_{max}}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \varepsilon_a \left(1 + \frac{\lambda^2}{3} \right) \tag{8}$$

其中, $\varepsilon_n = \varepsilon_{max}(\theta_c)$ 为临界面上的法向应变幅, $\Delta \gamma_{max}$ 为临界面上的最大剪应变幅度。

2.2 等效载荷对材料作用的相关分析

2.2.1 材料力学参数不变的假设

由 45 号钢的实验结果^[7]:在多轴比例加载下的等效载荷与单轴载荷的应力-应变曲线完全重合,本构关系式相同。则说明,材料相关的力学参数不会改变。

这里做一个未经严格证明的假设:多轴比例加载与单轴加载下相比较,材料的力学参数相同。则单轴实验的力学参数就可以直接应用于多轴比例加载的研究。

2.2.2 等效载荷与单轴载荷下短裂纹扩展律的相似性分析

(1) MSC 阶段的强烈的微观结构效应相似

单轴加载实验^[8,9]中观测到:在若干个晶粒的尺度范围内,微观结构短裂纹(MSC)的尖端扩展到晶界时裂纹的扩展会出现周期性的减速,减速的时刻为短裂纹的尺度与晶粒相当,或者是倍数;减速的程度与晶粒的取向有关。原因是:晶界对裂纹尖端诱发的滑移有阻碍作用;裂纹要扩展到相邻晶粒需要足够的塑性变形;晶粒的取向差异,使裂纹扩展驱动力减小。在这阶段中,线弹性力学失效。

由于等效载荷并不能改变材料微观结构对裂纹扩

展造成的阻碍作用,所以仍应具有相似的微观结构效应。

(2)最大微观障碍尺寸 a_T 不会改变

在单轴短裂纹扩展实验^[9]中, a_T 是指短裂纹开始合并性的扩展时,最长的短裂纹在试件表面的当量长度为 $2a_T$ (如何当量尚无统一定义),它是裂纹扩展 MSC 阶段结束,进入到物理短裂纹(PSC)阶段的开始标记;它只与材料的微观组织结构相关,与载荷无关。因为等效载荷的作用不会改变材料的微观组织结构,所以 a_T 值不应发生改变。

(3)PSC 阶段裂纹的扩展律应有相似性

在单轴加载下的 PSC 阶段,裂纹的扩展没有减速现象,而是连续扩展,扩展的速度与加载水平相关。并且初期会因为短裂纹的合并,而有加速扩展现象。随着裂纹的增长,合并减弱,最后进入长裂纹扩展^[4,9]。在这阶段,裂纹尖端附近的材料有大范围屈服的特征,线弹性力学失效。由于等效载荷与单轴载荷加载水平相同,力学参数相等,所以这段扩展律应有相似性。

综上所述,多轴比例加载与单轴加载的扩展律是相似的,力学参数是可以通用的,只是裂纹的扩展方向可能不相同。

3 多轴比例加载下疲劳短裂纹扩展律的导出

3.1 扩展律的基本表达式^[10]

由于线弹性力学的失效,在临界面上,裂纹尖端附近的局部区域中,选用 J 积分为裂纹扩展的驱动力。利用 J 积分守恒则可以方便地转换到远场进行计算。

设在一个循环下,裂纹的扩展量为^[11]:

$$\frac{da}{dN} = AJ^{r+1} \quad (9)$$

A 为材料常数。

在临界面上,材料应处于弹塑性变形阶段, J 积分与远场的总变形能密度 W_t 之间的关系式为:

$$J = 2\pi Y^2 W_t a \quad (10)$$

其中, Y 为裂口的几何形状因子, a 为裂口的长度。则在经过一个循环时,裂纹的扩展量为:

$$\frac{da}{dN} = B(W_t a)^{r+1} \quad (11)$$

其中, r 为总应变能利用指数, B 为与材料相关的系数。

3.2 临界面上 MSC 和 PSC 阶段裂纹的扩展律

(1)考虑临界面上 MSC 阶段裂纹的扩展有减速效应,在 a_T 态时为最低速率并且与裂纹扩展的初速率 v_o 直接相关。则取扩展律为:

$$\frac{da}{dN} = v_o + \left[\frac{W_t}{K_s} (a - a_T) \right]^{r_1+1} a \leq a_T \text{ MSC} \quad (12)$$

其中,裂纹扩展的初速率:

$$v_o = \left(\frac{W_t - W_{th}}{K_o} \right)^\eta \quad (13)$$

W_{th} 为载荷太小而使裂纹不扩展时的最低总能量密度门槛值, K_s 为微观结构强度系数, r_1 为 MSC 段总能量密度利用指数, K_o 为 MSC 段裂纹初始扩展系数, η 为 MSC 段裂纹初始扩展指数。

(2)考虑裂纹长度超过 a_T 以后,裂纹有合并效应,使裂纹扩展速率增加很快,进入到 PSC 阶段,这阶段也应该有一个起始扩展速率 v_c , 其大小直接与加载水平相关。则取扩展律为:

$$\frac{da}{dN} = v_c + \left[\frac{W_t}{K_p} (a - a_T) \right]^{r_2+1} a \leq a \text{ PSC} \quad (14)$$

其中起始扩展速:

$$v_c = \left(\frac{W_t}{K_c} \right)^\zeta \quad (15)$$

K_p 为裂纹扩展强度系数, r_2 为 PSC 阶段总应变能利用指数, K_c 为 PSC 阶段初始扩展律强度系数, ζ 为 PSC 阶段初始扩展律强度指数。

(3)远场的总变形能密度 W_t 的计算。由于只有等效拉应力才会使裂纹张开并扩展,而等效压应力则对裂纹的扩展无贡献。则在一个循环中,等效应力-应变的迟滞回线与坐标轴正向所围的面积大小就是远场总应变能密度的有效值。当是对称循环加载时则为:

$$W_t = \frac{E}{8} (\Delta \varepsilon_{eq,e})^2 + K' \frac{(\Delta \varepsilon_{eq,p})^{n'+1}}{n'+1} \quad (16)$$

其中, K' 为单轴循环强度系数, n' 为单轴循环硬化指数, E 为杨氏弹性模量, $\Delta \varepsilon_{eq,e}$ 为等效弹性应变幅度, $\Delta \varepsilon_{eq,p}$ 为等效塑性应变幅度,总等效应变幅度为:

$$\Delta \varepsilon_{eq,t} = \Delta \varepsilon_{eq,e} + \Delta \varepsilon_{eq,p} \quad (17)$$

上述的各项系数和指数都可以从单轴实验中测定。

式(12)和式(14)就是多轴比例加载下疲劳短裂纹的扩展律公式。

4 实例分析

4.1 材料参数的确定

由于材料参数可以直接应用单轴实验的成果,则选用文献[9]中 1Cr18Ni9Ti 不锈钢漏斗形光滑标准试件,在对称拉压等应变幅加载下,观测 0-1.5mm 长度内的短裂纹,所获得的单轴加载扩展律的相关力学参数。(由于数据较多而不在这里列出)

4.2 1Cr18Ni9Ti 不锈钢在多轴比例加载下的短裂纹扩展律

将参数代入式(12)和式(14),则短裂纹扩展律为:

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{W_i}{1.448} \right)^{1.5647} + \left[\frac{W_i}{0.98458} (a - 20.7429) \right]^{1.93934}$$

($\mu\text{m}/\text{cycle}$) MSC

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{W_i}{1.1911 \times 10^5} \right)^{0.6699} + \left[\frac{W_i}{1.225408} (a - 20.7429) \right]^{2.034808} \quad (10^{-6} \text{m}/\text{cycle}) \quad \text{PSC}$$

4.3 对公式的总结

(1) 多轴比例加载的方式不同,则会使材料被破坏的临界面方位不同,即裂纹的萌生与扩展的方向不同。

(2) 若多轴比例加载的方式不同,但只要总的等效应变幅度大小相同,则相应的总应变能密度就相同,短裂纹的扩展速率就相同。

(3) 在构件材料相同的条件下,根据多轴比例加载的等效载荷,可以从单轴短裂纹的扩展律直接写出多轴比例加载下的短裂纹的扩展律。

5 结束语

文章分析了多轴比例载荷的特点,提出存在一个单轴载荷可以与之进行全面的等效,其载荷的大小,方向,对材料的作用效果皆与单轴载荷相同。在临界面上应用单轴加载下的研究方法和力学参数,预言式地导出了多轴比例加载下疲劳短裂纹的扩展律公式。该公式的正确性程度,有待今后的实验来验证。

参考文献:

[1] Miller K J. Fatigue Fract[J]. Engng Mater. Struct, 1987, 10: 93-113.

[2] Hobson P D. The Formulation of a Crack Growth Equation for short Cracks[J]. Fatigue Engineering of Material structure, 1982(5):323-327.

[3] 尚广德,王德俊. 多轴疲劳强度[M]. 北京:科学出版社, 2007.

[4] 王 澍. 42CrMo 钢疲劳短裂纹演化行为及疲劳寿命预测的研究[D]. 山东:山东大学, 2008.

[5] Shang D G, Wang D J. A new multiaxial Fatigue damage model based on the critical plane approach[J]. International of Fatigue, 1998, 20:241-245.

[6] Andrews R M, Brown M W. Elevated temperature out-of-phase[J]. J Eng Mater Tech, ASME, 1995, 117:41-43.

[7] 勾静秋. 拉扭复合比例循环及非比例循环加载的实验研究[A]. 第六届全国疲劳学术会议论文集[C]. 厦门:中国力学学会出版, 1993, 204-224.

[8] Miller K J. In: Fundamentals of deformation and Fracture [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985, 477-500.

[9] 赵永翔. 低周疲劳短裂纹行为和可靠性分析[D]. 成都:西南交通大学, 2006.

[10] 于 强. 多轴变幅加载下疲劳裂纹扩展速度的研究[J]. 四川理工学院学报:自然科学版, 2009, 22(4):52-55.

[11] 王光中. 材料的疲劳[M]. 北京:国防工业出版社, 1993.

Research on the Short Fatigue Crack Growth Rate under the Proportioned Multi-axial Loading

YU Qiang

(School of Science, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong 643000, China)

Abstract: The research on the rule of short fatigue crack growth rate by multi-axial loading remains a new frontier in recent years. The equivalence of proportioned multi-axial loading and uni-axial loading are analyzed. The hypothesis of inability for proportioned multi-axial loading to alter the mechanical properties of the materials is put forward. Therefore, the formula of short fatigue crack growth rate by multi-axial loading can be derived by adopting the principle of energy density on the critical plane and making an analogy to the research of uni-axial loading.

Key words: critical plane; multi-axial fatigue; short crack growth rate; energy density