

基于树的递归算法分析技术

黎远松

(四川理工学院计算机学院,四川 自贡 643000)

摘要:针对扩展递归技术的局限性,本文提出基于树的递归算法分析技术。借助于分析树,可直观地、清晰地描述递归算法的分析过程,从而有效地解决递归算法时间复杂性的分析问题。

关键词:分析树;递归算法;算法分析

中图分类号:TP301.6

文献标识码:A

递归算法实际上是一种分而治之的方法,它把复杂问题分解为若干个简单问题来求解。对递归算法时间复杂性的分析^[1],关键是根据递归过程建立递推关系式,然后求解递推关系式。目前,典型的求解技术有猜测技术和扩展递推技术两种。

1 猜测技术

猜测技术^[2]首先对递推关系式估计一个上限,然后试着证明它正确。如果给出了一个正确的上限估计,经过归纳证明就可以验证事实。如果证明成功,那么就试着收缩上限。如果证明失败,那么就放松限制再试着证明,一旦上限符合要求就可以结束了。当只求解算法的近似复杂性时这是一种很有用的技术。但是估计上限和证明其正确,很困难。

2 扩展递归技术

扩展递归技术^[3]是将递推关系式中等式右边的项根据递推式进行扩展。扩展后的项被再次扩展,以此下去,会得到一个求和表达式,然后就可以借助于求和技术了。但是其扩展过程复杂、抽象,难于理解。

针对这些问题,本文提出了基于树的递归算法分析技术,借助于分析树^[4],可直观地、清晰地描述递归算法的分析过程,从而解决递归算法时间复杂性的分析

问题。

3 基于树的递归算法分析技术

基于树的递归算法分析技术是用树来描述其扩展过程,建立扩展过程与树的生长关系。设有通用分治递推式:

$$T(n) = \begin{cases} 7 & n = 1 \\ 2T(n/2) + 5n^2 & n > 1 \end{cases} \quad (1)$$

这个递推式描述了大小为 n 的原问题分解成大小为 $n/2$ 的若干个子问题,其中 2 个子问题需要求解,而 $5n^2$ 是合并各子问题的解需要的工作量。为了简单起见,我们假定 $n = 2^m$ 。其扩展过程为:

$$\begin{aligned} T(n) &= 2T(n/2) + 5n^2 \\ &= 2(2T(n/2^2) + 5(n/2)^2) + 5n^2 \\ &= \dots \\ &= 2(\dots 2T(n/2^m) + 5(n/2^{m-1})^2 \dots) + 5n^2 \end{aligned}$$

相应的分析树如图 1 所示。分析树是从根结点开始逐步“生长”起来的,分析树每“生长”一步,就是用相应等式的右部各符号依次建立左部符号的各后继结点的过程,实际上也就对应递推关系式的一步直接推导,一旦分析树“生长”完毕,递推关系式的推导也就完毕。最后生成的分析树,端末结点从左到右排列起来就构成了所推导的求和表达式。因

收稿日期:2012-06-20

基金项目:人工智能四川省重点实验室科研项目(2009RY008)

作者简介:黎远松(1970-),男,重庆开县人,副教授,硕士,主要从事算法设计与分析方面的研究,(E-mail)499171393@qq.com

此,可以说分析树是对递推关系式推导过程的形象描述。基于分析树,我们可以得到一个求和表达式为:

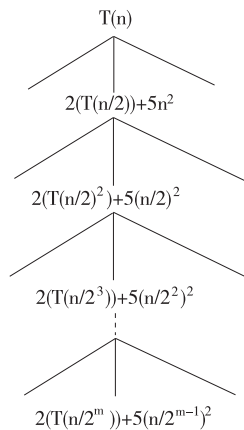


图 1 分析树

$$T(n) = 2^m T(n/2^m) + 2^{m-1} 5(n/2^{m-1})^2 + \dots + 2 \times 5(n/2)^2 + 5n^2$$

求解得:

$$T(n) = O(n^2)。$$

4 结束语

分析树是递归算法分析的一个重要工具,在算法设计与分析领域,该技术的应用前景广阔。在理论方面,下一步要做的工作是基于数学的理论给出分析树的定义。

参考文献:

- [1] 黎远松,王小玲.算法性能分析技术研究[J].四川理工学院学报:自然科学版,2004,17(Z1):53-54.
- [2] 王红梅.算法设计与分析[M].北京:清华大学出版社,2006.
- [3] 王红梅,应红霞,季绍红.递归函数时间复杂度的分析[J].东北师范大学学报:自然科学版,2001,33(4):111-112.
- [4] 王力红,霍林.编译技术[M].重庆:重庆大学出版社,2001.
- [5] 邓芳.关于递归算法时间复杂度分析的探讨[J].浙江万里学院学报,2005,18(4):24-27.
- [6] 黎远松.DFSM 简化过程的表达方法研究[J].四川理工学院学报:自然科学版,2006,19(3):72-73.

Recursive Algorithm Analysis Techniques Based on Tree

LI Yuan-song

(School of Computer Science, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong 643000, China)

Abstract: Aiming at the limitations of the expand recursion technology, recursive algorithm analysis techniques based on tree is presented. With the aid of analysis tree, the process of recursive algorithm analysis is described more intuitively and clearly so as to solve the computing problem of recursive algorithm time complexity effectively.

Key words: analysis tree; recursive algorithm; algorithm analysis