第25卷第3期 四川理工学院学报(自然科学版) Vol. 25 No. 3
2012年6月 Journal of Sichuan University of Science & Engineering(Natural Science Edition) Jun. 2012
文章编号:1673-1549(2012)03-0083-03 DOI:10.3969/j.issn.1673-1549.2012.03.021

开关有优先权 n 部件并联系统可靠性分析

张民悦, 郑铭海

(兰州理工大学理学院, 兰州 730050)

摘 要: 在开关不完全可靠且开关有优先修理权的情况下,研究 n 个同型部件并联系统。建立了部件及开关的工作寿命和维修时间均服从指数分布的数学模型,给出了系统可靠性指标的计算方法及具体结果。

关键词: 优先权;并联系统;可用度;马尔可夫

中图分类号: TB115 **文献标识码:** A

并联系统模型是可靠性理论研究中非常重要的系统。文献[1]研究了并联系统 n 个同型部件一个修理设备系统可靠性的稳态指标和平均指标,文献[2]研究了有优先权可修系统的可靠性计算。文献[3]研究了一部件具有 p_1 优先使用权和 p_2 优先修理权的两部件冷储备可修系统。文献[4]研究了有优先权两个不同部件并联系统的可靠性析。文献[5]研究了优先权3个不同部件并联系统的可靠性析。在此基础上,考虑实际开关并不完全可靠,本文在开关有优先修理权的情况下,对有 n 个同型部件组成的并联系统,部件工作寿命和维修时间均服从指数分布,建立了一个马尔可夫系统模型[6-9],并对其进行了可靠性分析。

1 系统基本假定

假定1 系统有 n 个同型部件和一个开关组成的并联系统(图1),开关比部件有优先修理权。

假定2 部件工作寿命和维修时间分别服从参数为 λ 和 μ 的指数分布,开关工作寿命和维修时间分别服从参数为 α 和 β 的指数分布(λ,μ,α,β 均大于0)。

假定3 同一瞬间2个部件都发生故障的概率可忽略不计,且故障部件可修复如新。

假定4 故障部件可修复如新。

2 系统状态分析

状态0 n 个部件及开关都正常工作。

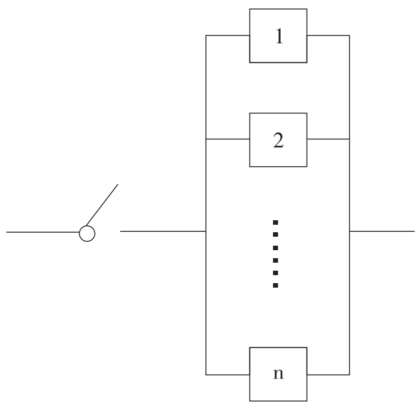

图1 并联系统

状态 j j 个部件故障,开关正常工作($1 \leqslant j \leqslant n$)。

状态 $n+1+i$ i 个部件($0 \leqslant i \leqslant n-1$)开关故障。

因此,系统的状态空间为

$E=\{0,1,...,2n\}$

系统的正常工作状态集合为

$W=\{0,1,...,n-1\}$

系统的故障状态集合为

$F=\{n,n+1,...2n\}$

由于系统为并联系统,开关具有优先修理权,故系统状态只有($2n+1$)种状态,其它状态不存在。令 $X(t)=j$ 为时刻 t 系统处于状态 $j(j=0,1,\cdots 2n)$。由于部件及开关的寿命和维修时间均服从指数分布,根据指数分布的无记忆性可知,时刻 t 以后系统发展的概率规

收稿日期:2012-04-03
基金项目:甘肃省自然科学基金项目(3ZS042-B25-016)
作者简介:张民悦(1958-),男,河南南乐人,教授,硕士,主要从事可靠性数学理论方面的研究,(E-mail)zhangminyue@lut.cn

律完全由时刻 t 系统所处的状态 $j(j=0,1,\cdots 2n)$ 决定，而与系统在时刻 t 以前的历史无关。说明随机过程 $\{X(t),t\geqslant 0\}$ 在状态空间 E 上具有齐次性。因此随机过程 $\{X(t),t\geqslant 0\}$ 是一个时齐马尔可夫过程。对此马尔可夫过程，有全概率公式可求得，在 Δt 时段内不同状态转移概率如图 2 所示。

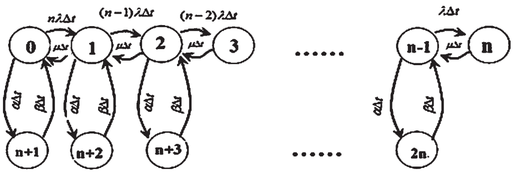

图 2　状态转移图

$$P_{j,j+1}(\Delta t)=(n-j)\Delta t+o(\Delta t),j=0,1,\cdots,n-1$$

$$P_{j,j-1}(\Delta t)=\mu\Delta t+o(\Delta t),j=1,2,\cdots,n-k+1$$

$$P_{j,j}(\Delta t)=1-(n-j)\Delta t-\mu\Delta t-\alpha\Delta t+o(\Delta t),j=1,2,\cdots,n-1$$

$$P_{j,n+1+j}(\Delta t)=\alpha\Delta t+o(\Delta t),j=0,1,\cdots,n-1$$

$$P_{n+1+j,j}(\Delta t)=\beta\Delta t+o(\Delta t),j=0,1,\cdots,n-1$$

$$P_{0,0}(\Delta t)=1-n\Delta t-\alpha\Delta t+o(\Delta t)$$

$$P_{n,n}(\Delta t)=1-\mu\Delta t+o(\Delta t)P_{j,k}(\Delta t)=o(\Delta t),|j-k|>1$$

转移概率矩阵为：

$$A=\begin{bmatrix}B & C\\ D & E\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}-n\lambda-\alpha & \lambda & 0 & \cdots 0 & 0 & 0\\ \mu & -(n-1)\lambda-\mu-\alpha & (n-1)\lambda & \cdots 0 & 0 & 0\\ 0 & \mu & -(n-2)\lambda-\mu-\alpha & \cdots 0 & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots\mu & \lambda-\mu-\alpha & \lambda\\ 0 & 0 & 0 & \cdots 0 & -\mu & -\mu\end{bmatrix}_{(n+1)(n+1)}$$

$$C=\begin{bmatrix}\alpha & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \alpha & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & \alpha\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}_{(n+1)n}$$

$$D=\begin{bmatrix}\beta & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & \beta & \cdots & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \beta & 0\end{bmatrix}_{n(n+1)}$$

$$E=\begin{bmatrix}-\beta & 0 & \cdots & 0\\ 0 & -\beta & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & -\beta\end{bmatrix}_{nn}$$

3　系统有关的可靠性指标

从矩阵出发，系统处于状态 j 的概率 $P_j(t)$ 满足微分方程组：

$$(P'_0(t),P'_1(t),\cdots,P'_{2n}(t))=(P_0(t),P_1(t),\cdots,P_{2n}(t))A \quad (1)$$

由

$$\lim_{t\to\infty}P_j(t)=\pi_j(0\leqslant j\leqslant 2n)$$

$$\sum_{j=0}^{2n}\pi_j=1$$

$$\lim_{x\to\infty}P_j(t)=0,j\in E$$

可知，对微分方程组(1)，$t\to\infty$ 两边取极限得 $\pi_j(j\in E)$ 满足线性方程组

$$\begin{cases}(\pi_0,\pi_1,\cdots\pi_{2n})A=0\\ \sum\limits_{j=0}^{2n}\pi_j=1\end{cases} \quad (2)$$

方程组(2)用分块矩阵法求解：

$$(PB+QD;PC+QE)=0$$

其中，$P=(\pi_{0,}\pi_1\cdots\pi_n)$，$Q=(\pi_{n+1,}\pi_{n+2}\cdots\pi_{2n})$，由 $PC+QE=0$ 得

$$\alpha(\pi_{0,}\pi_1\cdots\pi_{n-1})=\beta(\pi_{n+1,}\pi_{n+2}\cdots\pi_{2n}) \quad (3)$$

将(3)式代入方程 $PB+QD=0$ 得：

$$\begin{cases}-n\lambda\pi_0+\mu\pi_1=0\\ n\lambda\pi_0-\mu\pi_1-(n-1)\lambda\pi_1+\mu\pi_2=0\\ (n-j-1)\lambda\pi_{j-1}-\mu\pi_j-(n-j)\lambda\pi_j+\mu\lambda\pi_{j+1}=0(j\leqslant n-1)\\ \lambda\pi_{n-1}=\mu\pi_n\end{cases}$$

再由(3)式可解得：

$$\pi_1=\frac{n\lambda}{\mu}\pi_0$$

$$\pi_j=n(n-1)\cdots(n-j+1)(\frac{\lambda}{\mu})\pi_0(j\leqslant n)$$

$$\pi_{n+1}=\frac{\alpha}{\beta}\pi_0$$

$$\pi_{n+1+i}=\frac{\alpha}{\beta}n(n-1)\cdots(n-i+1)(\frac{\lambda}{\mu})$$

$$\pi_0(1\leqslant i\leqslant n-1)$$

又根据 $\sum_{j=0}^{2n}\pi_j = 1$ 得

$$\pi_0 = \left[(1+\frac{\alpha}{\beta})(1+\sum_{j=1}^{n-1} n(n-1)\cdots(n-j+1)(\frac{\lambda}{\mu})) + n(n-1)\cdots k(\frac{\lambda}{\mu})^n \right]^{-1}$$

故可得系统的可用度:

$$A = \sum_{j\in W}\pi_j = \left[1+\sum_{j=1}^{n-1} n(n-1)\cdots(n-j+1)(\frac{\lambda}{\mu})\right]\pi_0$$

系统的故障频度:

$$M = \lim_{t\to\infty} m(t) = \sum_{k\in W}\pi_k \sum_{j\in F} a_{kj} = \alpha(\pi+\pi_1+\cdots+\pi_{n-1}) + \lambda\pi_{n-1}$$

系统平均开工时间 $MUT = \frac{A}{M}$, 系统平均停工时间 $MDT = \frac{\bar{A}}{M} = \frac{(1-A)}{M}$, 系统平均周期 $MCT = \frac{1}{M}$。

4　结束语

文章在开关有优先修理权的情况下, n 部件并联可修系统且部件及开关的工作寿命和维修时间服从指数分布,建立马尔可夫可修模型,得出系统可靠性指标。其应用贴近实际生活,具有一定的理论价值。

参 考 文 献:

[1] 曹晋华,程 侃.可靠性数学引论[M].北京:高等教育出版社,2006.

[2] 吴道明.有优先权可修系统的可靠性计算[J].华侨大学学报,1988,11(4):427-433.

[3] 李 伟,史定华.具有优先使用权和优先修理权的一般两部件冷储备系统分析[J].数理统计与应用概率,1994,7(3):85-98.

[4] 董 兵,唐应辉.具有优先修理权的两个不同部件并联系统的可靠性[J].黑龙江大学学报,2007,24(2):249-252.

[5] 梁丽丹,张民悦.具有优先修理权的三个不同部件并联系统的可靠性分析[J].兰州交通大学学报,2011,8(4):139-144.

[6] 谢秀梅,张民悦.有优先权 3 部件冷贮备可修系统可靠性分析[J].甘肃科学学报,2010,3(1):118-121.

[7] 成国庆,李 玲,唐应辉.不能修复如新的两部件串联系统的可靠性分析[J].数学的实践与认识,2008,38(10):77-83.

[8] 王冠军,张元林.有优先维修权和优先使用权的冷储备系统的几何过程模型[J].经济数学,2005,22(1):42-49.

[9] 张民悦,梁丽丹.有优先权 4 部件冷贮备 Markov 可修系统的可靠性分析[J].四川理工学院学报:自然科学版,2011,24(3):292-295.

Reliability Analysis of n -Unit Parallel System with Priority

ZHANG Min-yue, *ZHENG Ming-hai*

(School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: Research on n -unit parallel system is done under the circumstance of unreliability of switches and priority of repairs. Mathematical model is established that the usage life and repair time of the components and switch are exponential distributed. The calculation method of system reliability index and the specific results are given.

Key words: priority; parallel system; availability; Markov