

系统灰预测在货运周转量中的应用

郑毅, 吕晓庆, 郭怡萍

(成都理工大学管理科学学院, 成都 610059)

摘要:在对重庆水运发展现状研究的基础上,建立了适合重庆水运货运周转量的系统灰预测模型,即 GM(1, N) 与 GM(1, 1) 的嵌套模型,通过对实际数据的预测与比较,发现嵌套模型的预测精度明显优于普通的 GM(1, 1) 模型。最后利用该嵌套模型对 2010~2012 年重庆水运的货运周转量进行了预测。

关键词:重庆水运; 货运周转量; 系统灰预测; GM(1, N)

中图分类号: TB115

文献标识码: A

引言

重庆市水上运输是重庆市综合运输体系的重要组成部分。而水运的货运周转量又是衡量运输能力的一个重要指标。常用的预测方法有指数平滑法、回归分析预测法、组合预测法和灰色预测法等。考虑到水运货运周转量是一个受多层次、多目标影响的复杂关系量,受到诸多外部因素干扰,具有很强的不确定性和灰色特征,用传统方法进行计算时,往往结果准确性较低,而依据不完全信息来处理问题正是灰色系统分析方法的重要特征。因此,选用灰色系统对其进行预测是比较合适的。

基于灰色系统分析方法对具有时间因素的变量进行预测,目前已在能源、运输、医疗、人口、经济和环境等多个领域得到广泛应用。其中最简单的灰模型为 GM(1, 1) 模型^[1-6],该模型的微分方程阶数为 1 阶,模型的变量为一个变量,GM(1, 1) 模型操作简单方便,但是只适用于只有一个时间变量的序列;针对具有多个相关因素的序列的预测问题,有许多学者提出 GM(1, N) 模型^[7-10],可以根据多个相关因素的分析对系统特征变量进行预测,然而 GM(1, N) 模型需要考虑系统特征变量与各个相关因素变量之间灰关联度的大小,GM(1, N) 模型预测的准确性往外受这个因素的制约;通过查阅相关资料^[11-15],建立 GM(1, 1) 与 GM(1, N) 相结合的模式,即系统灰预测模型,该模型操作方便,预测结果精

确。最后通过查阅重庆水运方面的相关数据资料,利用该模型对货运周转量进行了预测。

1 灰色模型介绍

1.1 GM(1, N) 模型

(1) 设数列 $X_i^{(0)} = (x_i^{(0)}(1), x_i^{(0)}(2), \dots, x_i^{(0)}(n))$ 为一列系统特征数据序列,并且数列 $X_i^{(0)} = (x_i^{(0)}(1), x_i^{(0)}(2), \dots, x_i^{(0)}(n)), i = 2, 3, \dots, N$, 为相关因素序列。

(2) 数列 $X_i^{(1)} = (x_i^{(1)}(1), x_i^{(1)}(2), \dots, x_i^{(1)}(n))$ 为数列 $X_i^{(0)} = (x_i^{(0)}(1), x_i^{(0)}(2), \dots, x_i^{(0)}(n)), i = 1, 2, \dots, N$ 的 1-AGO 序列,即 $x_i^{(1)}(k) = \sum_{j=1}^k x_i^{(0)}(j), i = 1, 2, \dots, N, k = 1, 2, \dots, n_0$ 。

(3) $Z_i^{(1)} = (z_i^{(1)}(2), z_i^{(1)}(2), \dots, z_i^{(1)}(n))$ 为 $X_i^{(1)} = (x_i^{(1)}(1), x_i^{(1)}(2), \dots, x_i^{(1)}(n))$ 的紧邻均值生成序列 $z_i^{(1)}(k) = \frac{1}{2}x_i^{(1)}(k) + \frac{1}{2}x_i^{(1)}(k-1), i = 1, 2, \dots, N, k = 2, 3, \dots, n_0$ 。

称

$$x_1^{(0)}(k) + az_1^{(1)}(k) = \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k) \quad (1)$$

为 GM(1, N) 模型。其参数列 $\hat{a} = [a, b_2, \dots, b_N]^T$ 可通过

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n \quad (2)$$

求解。其中:

收稿日期:2012-02-29

作者简介:郑毅(1987-),女,黑龙江鸡西人,硕士生,主要从事初等数论与密码学方面的研究,(E-mail) zhengyi_love1987@163.com

$$B = \begin{pmatrix} -z_1^{(1)}(2) & x_2^{(1)}(2) & \cdots & x_N^{(1)}(2) \\ -z_1^{(1)}(3) & x_2^{(1)}(3) & \cdots & x_N^{(1)}(3) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -z_1^{(1)}(n) & x_2^{(1)}(n) & \cdots & x_N^{(1)}(n) \end{pmatrix} Y_n = \begin{pmatrix} x_1^{(0)}(2) \\ x_1^{(0)}(3) \\ \cdots \\ x_1^{(0)}(n) \end{pmatrix}$$

称方程:

$$\frac{dx_1^{(1)}}{dt} + ax_1^{(1)} = \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)} \quad (3)$$

为GM(1,N)模型 $x_1^{(0)}(k) + az_1^{(1)}(k) = \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k)$ 的白化方程,也叫影子方程,其解:

$$\hat{x}_1^{(1)}(k+1) = \left(x_1^{(0)}(1) - \frac{1}{a} \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k+1) \right) e^{-ak} + \frac{1}{a} \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k+1) \quad (4)$$

称为时间响应序列。累减还原值为:

$$x_1^{(0)}(k+1) = x_1^{(1)}(k+1) - x_1^{(1)}(k) \quad (5)$$

1.2 GM(1,1)模型

对GM(1,N)模型,当N取1的时候即为GM(1,1)模型,即

$$x_1^{(0)}(k) + az_1^{(1)}(k) = b \quad (6)$$

其时间响应序列为:

$$\hat{x}_1^{(1)}(k+1) = \left(x_1^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (7)$$

由GM(1,N)模型的定义型 $x_1^{(0)}(k) + az_1^{(1)}(k) = \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k)$,可以推导出GM(1,N)的 $x^{(1)}$ 型,记为GM(1,N, $x^{(1)}$),其式为:

$$x_1^{(0)}(k) = \sum_{i=2}^N \beta_i x_i^{(1)}(k) - \alpha x_1^{(1)}(k-1) \quad (8)$$

其中 $\beta_i = \frac{b_i}{1+0.5a}, \alpha = \frac{a}{1+0.5a}$

1.3 系统灰预测模型

系统灰预测,是将系统主行为与相联因子一起进行的多序列预测,是灰色理论的重要部分。即是将发源于同一个GM(1,1)模型描述的系统动态,把这个GM(1,1)模型的预测值代入下一个GM(1,N)模型,使其转化为GM(1,1)模型,这样逐步递推计算,最后获得所有行为变量的预测值,则称为多变量灰微分方程组的GM(1,1)的嵌套模型解法,这种解法的灰预测称为系统灰预测。

2 系统灰预测模型

2.1 模型的建立

由于重庆水运货周转量的变化趋势受往年的货周转量、货运量、港口吞吐量这三组数据影响较大,这三组原始数据可通过查阅重庆市港航局,重庆市统计年鉴的相关数据得到(表1)。

表1 原始数据

年份	货周转量 (万吨公里)	货运量 (万吨)	港口吞吐量 (万吨)
2005	4004600	3898.00	5251.30
2006	5331900	4551.00	5420.43
2007	6998600	5904.37	6433.54
2008	8655798	6971.00	7892.80
2009	9684027	7771.34	8611.60
2010	12192700	9660.00	9668.42

由于原始数据的单位不统一,这里首先对数据进行无量纲化,得到原始数据对应的初始值 $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}$ 及其累加值 $x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(1)}$ 。根据初始值,分别建立相对应的GM模型。

(1)对港口吞吐量 x_3 建立GM(1,1)模型:

$$x_3^{(0)}(k) + a_{33}z_3^{(1)}(k) = u_3 \quad (9)$$

用最小二乘法求出式(9)中的参数 a_{33} 和 u_3 :

$$\hat{a} = (a_{33}, u_3)^T = (B^T B)^{-1} B^T Y_n = (-0.153516, 0.822353)^T$$

将参数向量代入微分方程得:

$$\frac{dx_3^{(1)}(t)}{dt} - 0.153516x_3^{(1)}(t) = 0.822353$$

其时间响应函数为:

$$x_3^{(1)}(k+1) = \left(x_3^{(0)}(1) - \frac{u_3}{a_{33}} \right) e^{-a_{33}k} + \frac{u_3}{a_{33}} = 6.3568e^{0.153516k} - 5.3568 \quad (10)$$

(2)对货运量 x_2 建立GM(1,2)模型:

$$x_2^{(0)}(k) + a_{22}z_2^{(1)}(k) = a_{23}x_3^{(1)}(k) \quad (11)$$

确定参数:

$$\hat{a} = (a_{22}, a_2)^T = (B^T B)^{-1} B^T Y_n = (1.212797, 1.539739)^T$$

从而可得 x_2 的GM(1,2, $x^{(1)}$)模型:

$$\hat{x}_2^{(0)}(k) = \beta_{23}x_3^{(1)}(k) - \alpha_2 x_2^{(1)}(k-1) = 0.958504x_3^{(1)}(k) - 0.754979x_2^{(1)}(k-1) \quad (12)$$

其中

$$\alpha_2 = \frac{a_{22}}{1+0.5a_{22}} = 0.754979$$

$$\beta_{23} = \frac{a_{23}}{1+0.5a_{22}} = 0.958504$$

(3)对货周转量 x_1 建立GM(1,3)模型:

$$x_1^{(0)}(k) + a_{11}z_1^{(1)}(k) = a_{12}x_2^{(1)}(k) + a_{13}x_3^{(1)}(k) \quad (13)$$

用最小二乘法求出上式中的参数:

$$\hat{a} = (a_{11}, a_{12}, a_{13})^T = (B^T B)^{-1} B^T Y_n = (1.090488, 0.990150, 0.493789)^T$$

从而有 x_1 的 $GM(1, 3, x^{(1)})$ 模型:

$$\hat{x}_1^{(0)}(k) = \beta_{12}x_2^{(1)}(k) + \beta_{13}x_3^{(1)}(k) - \alpha_1x_1^{(1)}(k-1) = 0.640772x_2^{(1)}(k) + 0.319554x_3^{(1)}(k) - 0.705706x_1^{(1)}(k-1) \quad (14)$$

其中

$$\alpha_1 = \frac{a_{11}}{1 + 0.5a_{11}} = 0.705706$$

$$\beta_{12} = \frac{a_{12}}{1 + 0.5a_{11}} = 0.640772$$

$$\beta_{13} = \frac{a_{13}}{1 + 0.5a_{11}} = 0.319554$$

2.2 模型的检验

由(14)式可以对已知年份的货运周转量 x_1 进行预测,并与实际值进行对比得出预测误差(表 2),用(10)式所示方法对 x_1 直接进行 $GM(1, 1)$ 预测,并与实际值进行对比得出预测误差(表 3)。

表 2 $GM(1, N)$ 和 $GM(1, 1)$ 嵌套模型误差检验

序号	预测值	实际值	残差	相对误差 (%)
2	1.33258	1.33144	-0.00114	0.09
3	1.75506	1.74764	-0.00742	0.42
4	2.14796	2.16146	0.0135	0.62
5	2.42413	2.41823	-0.0059	0.24

表 3 $GM(1, 1)$ 模型误差检验

序号	预测值	实际值	残差	相对误差 (%)
2	1.41148	1.33144	-0.08004	6.01
3	1.70226	1.74764	0.04538	2.60
4	2.05295	2.16146	0.10851	5.02
5	2.47588	2.41823	-0.05765	2.38

表 2 和表 3 可以看出,单用 $GM(1, 1)$ 模型时其相对误差平均值 4.00%,而 $GM(1, N)$ 和 $GM(1, 1)$ 嵌套的模型的相对误差平均值 0.34%,比单用 $GM(1, 1)$ 模型时其相对误差平均值小,进一步说明了嵌套结合模型的实用性。

2.3 预测

(1)由(10)式可得对港口吞吐量 x_3 的预测:

$$\hat{x}_3^{(1)}(6) = 6.3568e^{0.153516 \times 5} - 5.3568 = 8.33920$$

$$\hat{x}_3^{(1)}(7) = 6.3568e^{0.153516 \times 6} - 5.3568 = 10.61172$$

$$\hat{x}_3^{(1)}(8) = 6.3568e^{0.153516 \times 7} - 5.3568 = 13.26131$$

(2)由(12)式可得对货运量 x_2 的预测:

$$\hat{x}_2^{(0)}(6) = 0.958504\hat{x}_3^{(1)}(6) - 0.754979x_2^{(1)}(5) = 2.35779$$

$$\hat{x}_2^{(1)}(6) = x_2^{(1)}(5) + \hat{x}_2^{(0)}(6) = 9.82206$$

$$\hat{x}_2^{(0)}(7) = 0.958504\hat{x}_3^{(1)}(7) - 0.754979\hat{x}_2^{(1)}(6) = 2.75592$$

$$\hat{x}_2^{(1)}(7) = \hat{x}_2^{(1)}(6) + \hat{x}_2^{(0)}(7) = 12.57798$$

$$\hat{x}_2^{(0)}(8) = 0.958504\hat{x}_3^{(1)}(8) - 0.754979\hat{x}_2^{(1)}(7) = 3.21491$$

$$\hat{x}_2^{(1)}(8) = \hat{x}_2^{(1)}(7) + \hat{x}_2^{(0)}(8) = 15.79289$$

(3)由(14)式可得对货运周转量 x_1 的预测:

$$\hat{x}_1^{(0)}(6) = 0.640772\hat{x}_2^{(1)}(6) + 0.319554\hat{x}_3^{(1)}(6) - 0.705706x_1^{(1)}(5) = 3.02098$$

$$\hat{x}_1^{(1)}(6) = x_1^{(1)}(5) + \hat{x}_1^{(0)}(6) = 11.67975$$

$$\hat{x}_1^{(0)}(7) = 0.640772\hat{x}_2^{(1)}(7) + 0.319554\hat{x}_3^{(1)}(7) - 0.705706\hat{x}_1^{(1)}(6) = 3.20817$$

$$\hat{x}_1^{(1)}(7) = \hat{x}_1^{(1)}(6) + \hat{x}_1^{(0)}(7) = 14.88792$$

$$\hat{x}_1^{(0)}(8) = 0.640772\hat{x}_2^{(1)}(8) + 0.319554\hat{x}_3^{(1)}(8) - 0.705706\hat{x}_1^{(1)}(7) = 3.88633$$

$$\hat{x}_1^{(1)}(8) = \hat{x}_1^{(1)}(7) + \hat{x}_1^{(0)}(8) = 18.77484$$

对预测值 $\hat{x}_1^{(0)}(6) = 3.02098, \hat{x}_1^{(0)}(7) = 3.20817, \hat{x}_1^{(0)}(8) = 3.88633$ 进行还原,即得 2010 年、2011 年和 2012 年的货运周转量预测值分别为 12 097 816、12 847 473 和 15 563 197 万吨公里。

根据 2010 年重庆市统计年鉴的相关数据知:2010 年重庆市货运周转量实际值为 12 192 700 万吨公里,与预测值 12 097 816 万吨公里的相对误差为 0.78%,证明该模型的实用效果很好。同时说明 2011 和 2012 年的数据也很具有参考价值。

3 结束语

本文利用系统灰预测 $GM(1, N)$ 与 $GM(1, 1)$ 嵌套模型分三步分别对重庆水运港口吞吐量、货运量和货运周转量进行预测,使用一步 $GM(1, 1)$ 建模和两步 $GM(1, N)$ 建模,建立了基于重庆水运货运周转量的对应嵌套模型,在预测已知年份的数据时,经检验所得结果的精度明显优于普通的 $GM(1, 1)$ 模型,说明了该嵌套模型的实用性和有效性,并对 2010 ~ 2012 年重庆水运货运周转量进行了预测。由于系统灰预测 $GM(1, N)$ 与 $GM(1, 1)$ 嵌套模型可操作性好,具有较强的实用性,可为今后水运货运的规划提供一定参考和依据。

参考文献:

- [1] 刘思峰.灰色系统理论的产生与发展[J].南京航空航天大学学报,2004,36(2):267-272.
- [2] 邓聚龙.灰理论基础[M].武汉:华中科技大学出版社,2002.
- [3] 王学萌,张继忠,王荣.灰色系统分析及实用计算程序[M].武汉:华中科技大学出版社,2001.
- [4] 刘思峰,党耀国,方志耕.灰色系统理论及其在应用[M].北京:科学出版社,2004.
- [5] 易德生,郭萍.灰色理论与方法:提要.题解.程序.应

- 用[M].北京:石油工业出版社,1992.
- [6] 刘晓叙.灰色预测与一元线性回归预测的比较[J].四川理工学院学报:自然科学版,2009,22(1):107-109.
- [7] 陈绍东.改进的灰色 GM(1,N)模型在经济中的预测与应用[J].宜春学院学报,2010(4):65-66,155.
- [8] 孙红英.改进的 GM(1,N)模型在中国消费者信心指数预测中的应用[J].消费导刊,2010(5):9,11.
- [9] 王学萌.灰色系统分析及实用计算程序[M].武汉:华中理工大学出版社,2001.
- [10] 邓聚龙.灰色系统基本方法[M].武汉:华中理工大学出版社,1987.
- [11] Hsin-His Lai. Form design of product image using grey relational analysis and neural network models [J]. Computers & Operations Research, 2005 (32): 2689-2711.
- [12] Chen-Huei Hsieh, Jyh-Horng Chou, Ying-Jeng Engin Wu. Taguchi-genetic algorithms for optimizing GM(1, 1) Model[J]. Journal of Grey System, 2000, 12(3): 305-479.
- [13] 温凯歌, 曲仕茹, 王娇. 系统灰理论在交通量预测中的应用[J]. 沈阳理工大学学报, 2006, 25(4): 11-14.
- [14] 袁嘉祖. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1991.
- [15] 傅立. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学技术文献出版社, 1992.

Freight Turnover Prediction Based on Systematic Grey Prediction

ZHENG Yi, LV Xiao-qing, GUO Yi-ping

(School of Management Sciences, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

Abstract: Based on the discussion of Chongqing water transportation development, a systematic gray prediction model called nested model about GM(1, N) and GM(1, 1) on water transport freight volume is presented. Through the prediction and comparison of the actual data, the forecasting precision of the nested model is found to be better than the general GM(1, 1) model's. Finally, the 2010-2012 Chongqing water turnovers are predicted by using the nested model.

Key words: Chongqing water transport; freight turnover; systematic grey prediction; GM(1, N)