

薄板样条函数在城市三维地质建模中的应用

岳云娟, 张庆敏, 白林

(成都理工大学管理科学学院, 成都 610059)

摘要:介绍了薄板样条函数的基本原理。以湖南省长株潭地区地形数据为例,在 Windows 平台下用 VC6.0 实现城市三维地质的可视化。将薄板样条函数应用于空间插值,通过与测试样本点的交叉验证以及其它插值算法的比较,证明了薄板样条函数可以应用在城市三维建模中。

关键词:薄板样条函数;空间数据;插值算法;城市三维地质建模

中图分类号:TP391

文献标识码:A

引言

由于现代人类活动变得越发频繁,对资源的利用量也逐渐增多,以及全球城市化的快速发展,地球地质环境原有平衡的相对改变,城市地质环境遭受的压力也与日俱增,这直接制约着城市的快速发展。对城市地下空间^[1]的信息管理、处理和应用是数字城市建设工程的一个重要的领域,随着地下空间的利用提到议事日程中来以后,其重要性更加凸现出来。

所谓城市三维地质建模^[1](3D Geosciences Modeling)就是运用计算机技术,在三维环境下,将城市空间信息管理、地质解释、空间分析和预测、地学统计、实体内容分析以及图形可视化等工具结合起来,并用于地质分析的技术。这一概念最早是由加拿大 Simon W. Houlding^[2]于 1993 年提出的,发展至今,已经形成一套近乎完整的体系。三维可视化技术可以实现对现实世界事物的真三维表示。我们的目的就是根据各种散乱数据点集来构造出光滑的三维曲面,实现地质体的真三维表示,从而提高对城市地下空间的利用率,促进人类的可持续发展。

当然,由离散点建模成连续的地质体的过程,就要采用散乱数据插值的方法,虽然插值方法种类很多,但地质体数据的相对不同,因此要有针对性的选择合适的插值算法。本文以湖南长株潭地区为例,利用薄板样条法进行空间数据插值,目前该方法已经逐渐受到人们的

重视,TPS^[3]基于点的非线性变换方法,用简练的代数式来表示变形的能量,将插值问题模拟为一个薄金属板在点的约束下的弯曲变形。TPS 与常用的空间插值方法相比,能够很好的反映地表高程(Digital Elevation Models)异常变化的特性,并具备样条函数的光滑、连续、弹性好的特点,下面将介绍该方法的原理及其在城市三维地质可视化中的应用。

1 薄板样条函数插值原理

对于已知的空间数据点集 $(x_i, y_i, z_i) \quad i = 1, 2, \dots, n$, 构造函数 $s(x, y)$ 使得

$$s(x_i, y_i) = z_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

这里 (x, y) 将理解为地面点的平面坐标,而把 z 看作该点的高程。根据测量的分布不规则的地面点的坐标及高程求出 $s(x, y)$ 的具体形式,然后再按规定的网格点的平面坐标由 $s(x, y)$ 计算其相应的高程,从而完成 DEM 的建立。定义函数:

$$\eta(r) = \begin{cases} \frac{1}{16\pi} r^2 \log r^2 & (r > 0) \\ 0 & (r = 0) \end{cases} \quad (2)$$

设地面点 $t = [x, y]^T$ 的坐标为 (x, y) , 定义三个函数

$$\varphi_1(x, y) = 1, \varphi_2(x, y) = x, \varphi_3(x, y) = y \quad (3)$$

则 R^2 上的任意线性函数均可表示为 φ_j 的线性组合。设有 3 行 n 列的矩阵 T , 其元素为 $T_{jk} = \varphi_j$,

收稿日期:2012-02-13

基金项目:中国地质调查局计划项目(1212011085536);四川省数学地质重点实验室基金项目(KZS009)

作者简介:岳云娟(1987-),女,河南安阳人,硕士,主要从事 GIS 空间分析及软件开发方向的研究,(E-mail)yueyunjuan@126.com

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ t_1 & t_2 & \dots & t_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

用 $\|*\|$ 表示两维空间的欧氏范数, 即 $\|t\|^2 = t^T t$ 。若能得到合适的常数 $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n]^T$ 与 $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T$ 使得

$$s(x, y) = s(t) = \sum_{i=1}^n \delta_i \eta(\|t - t_i\|) + \sum_{j=1}^3 a_j \varphi_j(t) \quad (5)$$

满足插值条件(1)式, 则称(5)式为点集 (t_1, t_2, \dots, t_n) 上的薄板样条函数^[3-4]。

为了计算式(5)中的常数 $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n]^T$ 与 $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T$, 定义矩阵 E , 其元素为

$$E_{ij} = \eta(\|t_i - t_j\|) = \frac{1}{16\pi} \|t_i - t_j\|^2 \log t_i - t_j^2 \quad (6)$$

线性方程组

$$\begin{bmatrix} E & T^T \\ T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

的解即为所求系数 δ 与 a , 式中 $z = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T$ 。

由上述计算过程可以看出, 在点集 (t_1, t_2, \dots, t_n) 上构造自然薄板样条函数, 计算简单, 算法复杂度较低。通过式(5)建立 DEM^[4]十分方便。实际上, 在应用时可以计算出 δ 与 a , 将这些系数与观测点的平面坐标保存起来, 根据需要按适当间隔的格网建立 DEM, 使用十分灵活。当地面比较复杂时, 可在平面上按照地形特征适当分区、分块构造样条函数。

2 薄板样条函数的应用

2.1 数据来源

受湖南长沙地调院的委托, 项目组承担了“湖南省长株潭工程地质的三维建模算法研究”, 数据主要有该地区工程应用^[5]中产生的 285 个钻孔点, 每个钻孔可以分层显示。钻孔数据见表 1。

表 1 钻孔数据

钻孔点	x	y	z
1	18670849.61	4084144.75	-893.764
2	18679044.59	4049911.13	-689.613
3	18674985.76	4045478.82	-703.545
4	18677760.63	4046486.61	-704.773
5	18699010.61	4106710.068	-667.182
6	18681503.58	4057299.15	-627.332
7	18681301.07	4101617.798	-606.738
8	18678758.42	4113993.01	-598.928
9	18686590.01	4039435.49	-622.358
...

2.2 TPS 插值算法的应用

以 Visual C++ 6.0 为开发平台, 借助可视化工具 OpenGL 库函数, 进行长株潭地区三维地质建模。包括数据的提取、图形的可视化、以及利用专业化地质软件 ArcGIS 软件进行误差分析以及结果比较等。算法步骤如下:

(1) 提取已知钻孔点坐标 (x, y, z) 。

(2) 选取适当的格网间距, 生成待插值点格网图。受到计算机内存及显示等方面的限制, TPS 生成的插值点是以离散形式存储的。TPS 插值时, 需要知道待插值点的二维坐标 (x, y) 坐标。首先形成待插值点的格网图。

(3) TPS 插值, 计算出 δ 与 a , 利用公式(5)进行插值, TPS 算法部分源代码如下:

```
float ThinPlate (float x, float y, float a0, float a1, float a2, double dis[], double b[], long n)
{
    double z, s1, s2;
    s1 = a0 + a0 * x + a1 * y;
    s2 = 0;
    int i;
    for (i=0; i<n; i++)
    {s2 += 0.5 * b[i] * dis[i] * log(dis[i]);}
    z = s1 + s2;
    return z;
}
```

(4) 进行统计分析及交叉验证, 对算法进行评价。

2.3 结果与分析

利用 TPS 生成待插值节点的属性值时, 每隔相等间距的点作为未知点, 这些未知点插值的集合形成等间距的格网(Grid), 格网间距的不同称为不同粒度^[6], 而且粒度的不同会对插值结果产生一定的影响, 因此在进行 TPS 插值时, 要选择适当的粒度。TPS 插值结果如图 1 所示。

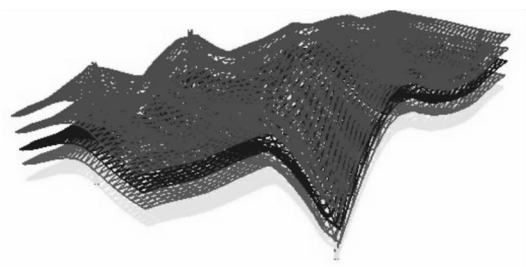


图 1 TPS 插值生成地层网格图

为了判断 TPS 的插值效果的好坏, 把它与 232 个已知网格点高程值进行交叉验证, 具体思路是: 求算已知

点高程的最大值、最小值、平均数、中位数;然后对这 232 个网格点利用 TPS 插值后得到的高程值,求其最大值、最小值、平均数、中位数;最后计算出 TPS 插值后的标准误差,它是衡量插值结果好坏的一个重要指标,其值越小,表明插值精度越高;反之,精度越低。经过交叉验证^[7],该算法较其它算法精度要高,同时又保证在各段交接的地方有一定的光滑性。

3 结束语

薄板样条函数是自然样条函数在两维空间上的推广,它继承了样条函数光滑、连续的数学特性,用该函数能够按任意的粒度建立 DEM,算法复杂度低,不需要构造不规则三角网(Triangulated Irregular Networks)。通过比较分析以及交叉验证,将薄板样条函数应用于城市三维地质建模中的地层模拟是一种行之有效的方法。

参考文献:

[1] 宋大各.三维建模技术在城市环境地质评价中的作

用[R].成都:四川省水文地质工程地质学术交流会,2008.

- [2] 何珍文.地质空间三维动态建模关键技术研究[D].武汉:华中科技大学,2008.
- [3] 杜国明,贾良文.薄板样条函数在空间数据插值中的应用[J].计算机工程与应用,2009,45(36):238-240.
- [4] 陈联.用薄板样条函数建立沙漠地区的 DEM[J].地理空间信息,2005,3(5):56-57.
- [5] 方海东,刘文怀.三维地质建模及其工程应用[J].水文地质工程地质,2002(3):52-55.
- [6] 高建.薄板样条函数绘制地表变形曲面的方法[A].“数字矿业城市,数字矿山”建设信息技术学术研讨会论文集[C].北京:矿山测量出版社,2006.
- [7] 牛文杰.薄板样条法和泛克里金法在理论和应用方面的比较[J].工程图论学报,2010(4):123-129.

Application of Thin Plate Splines in the City's Three Dimensional Geological Modeling

YUE Yun-juan, ZHANG Qing-ming, BAI Lin

(School of Management Sciences, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

Abstract: The basic principle of TPS is introduced. TPS is applied to interpolation of spatial data of Changzhutan Area in Changsha province based on independent development of the city's three-dimensional geological modeling and visualization software system by VC 6.0. Finally, the interpolation results of TPS are compared with true crossing-validation method to sample data and other interpolation method. It proves that TPS is an effective method of interpolation of the city's 3D geological modeling.

Key words: thin plate splines(TPS); spatial data; interpolation; the city's 3D geological modeling