

影院座位设计的优化模型

李永明¹, 刘自山¹, 李科², 朱昕睿³, 黄元³

(1. 四川理工学院理学院, 四川 自贡 643000; 2. 东方锅炉(集团)股份有限公司, 四川 自贡 643000;

3. 中国联合网络通信有限公司自贡分公司, 四川 自贡 643000)

摘要: 文章从看电影时观众的舒适程度出发, 对影院座位设计问题进行了探讨, 在已知地板倾角 θ 的情况下, 建立了双目标规划模型, 然后运用 Matlab 软件求出了最佳位置。

关键词: 双目标规划; 视角; 仰角; 最佳位置

中图分类号: F224.9

文献标识码: A

1 问题的提出

影院座位的满意程度主要取决于视角 α 和仰角 β 。视角是观众眼睛到屏幕上下边缘的视线的夹角, 越大越好; 仰角是观众眼睛到屏幕上边缘视线与水平线的夹角, 太大使人的头部过分上仰, 引起不适, 一般要求仰角 β 不超过 30° ; 设影院的屏幕高为 h , 上边缘距离地面高为 H , 影院的地板线通常与水平线有一个倾角 θ 。第一排和最后一排与屏幕水平距离分别为 d, D , 观众的平均座高为 c (指眼睛到地面的距离), 已知参数 $h = 1.8 H = 5 d = 4.5 D = 19, c = 1.1$ (单位 m)。试探讨当地板线的倾角 $\theta = 10^\circ$ 时, 问最佳位置在什么地方?

2 基本假设

(1) 假设影院的座位面为与水平面夹角为 θ 的倾斜面。

(2) 假设该影院为一般城市型专业影院且各排的间距相等。

3 模型的建立与求解

影院座位的排数必须为一整数, 而该影院第一排到最后一排的水平距离为 14.5m, 据本题所给数据和文献

[1] 可得每排之间的平均间距为 0.8m, 可得出地板线上的座位的总排数为 $m = 14.5/0.8 + 1 = 19$ 排, 这样就把看电影的位置就转化成了一些离散的点即座位。

由此可知, 最佳的位置位于影院最中央的一列座位, 所以问题便转化成一个平面几何问题, 影院剖视图如图 1 所示。

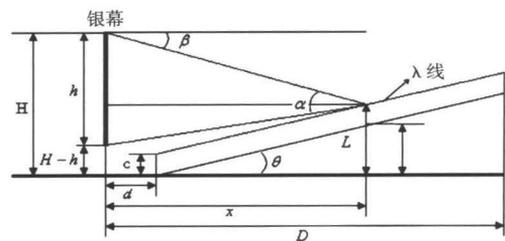


图 1 影院剖视图

为达到“视角尽可能大, 仰角尽可能小”的目的, 就在 λ 线 (视觉线) 上选择合适的点使得角 α 尽量大, 但角 β 尽量小, 最佳位置就是要在两者之间找到一个契合点; 由于 β 的变化范围在 $0-90^\circ$ 之间, $\alpha - \beta$ 的范围在 $-90^\circ - 90^\circ$ 之间, 所以 β 和 $\alpha - \beta$ 的大小可用正切 (\tan) 和反正切函数 (\arctan) 来衡量, 如图 1 所示, 即有:

$$\tan\beta = \frac{H-L}{x}, \quad \alpha - \beta = \arctan \frac{L+h-H}{x}$$

($L+h > H$ 时为正)

收稿日期: 2010-03-19

基金项目: 四川省高等教育人才培养质量和教学改革项目 (P09252); 人工智能四川省(高校)重点实验室开放基金重点项目 (2009RZ001);

四川理工学院理学院重点科研项目 (09LXYA03)

作者简介: 李永明 (1965-) 男, 四川眉山人, 讲师, 主要从事最优化方面的研究。

因此, 可得目标函数:

$$\begin{cases} Min f_1(x) = \frac{H-L}{x} \\ Max f_2(x) = \arctan\frac{H-L}{x} + \arctan(\frac{L+h-H}{x}) \end{cases}$$

约束条件:

影院中每排据屏幕的距离 x 可表示为:

$$x = d + 0.8(n - 1) \quad (n \in Z^+ \text{ 且 } 1 \leq n \leq m)$$

其中: L 表示观众眼睛到水平面的距离, n 表示影院中座位的排数。

对于这个多目标问题, 用“主目标优化法”对模型进行求解。进一步分析, 人们看电影时, 视角大时能达到更好的观看效果, 而通过调整颈部的扭转角度, 只要角度不太大, 是不会给人们的身体带来较大的不适感, 特别是电影内容比较精彩时, 人们会更忽略颈部的不适感。一般情况下, 当仰角不超过 30° 时, 短时间内人们是不会感觉不舒适的。也就是说, 视角大给人们带来的满足感比仰角小给人们带来的舒适感更为重要。所以 $f_2(x)$ 为主要目标, $f_1(x)$ 降为约束条件, 那么问题转化为一个非线性规划^[23]:

$$\begin{aligned} &Max f_2(x) \\ S.T. &\begin{cases} x = d + 0.8(n - 1) \quad (n \in Z^+ \text{ 且 } 1 \leq n \leq m) \\ f_1(x) < \tan(30^\circ) \\ L = (x - d) \tan(\theta) + c \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

式 (1) 代入数据可得:

$$\begin{aligned} &Max f_2(x) = \arctan\frac{5-L}{x} + \arctan\frac{L+1.8-5}{x} \\ S.T. &\begin{cases} x = 4.5 + 0.8(n - 1) \quad (n \in Z^+ \text{ 且 } 1 \leq n \leq 19) \\ \frac{5-L}{x} < \tan(30^\circ) \\ L = (x - 4.5) \tan(10\pi/180) + 1.1 \end{cases} \end{aligned}$$

运用 MATLAB^[4-6] 软件解出最优解为: $\alpha = 13.0839^\circ$,

$\beta = 26.7429^\circ$, 此时 $x = 6.9m$, 即最佳位置在中央一列的第 4 排, 距屏幕 6.9m 处。

4 结果分析

模型的结果表明, 坐在第 4 排最中央位置看电影效果最好, 也即是所谓的最佳位置, 在第 4 排之前和之后看电影的效果都会略有下降, 出现这一结果的原因主要是因为在前 3 排时, 虽然视角比较大, 但仰角也比较大并且还超过了 30° , 而在后面几排, 虽然仰角较小, 但视角也很小, 因此效果也不是很好。所以这一结果对整体效果来说是非常合理的。此模型还可以用于大型场合的座位安排与设计, 如演播厅、体育场等。

诚然, 本文考虑影院座位设计问题时, 还未涉及座位的随机选择、相关参数的随机误差等问题, 值得进一步将影院座位设计问题转化为非线性随机互补问题, 以研究其解的存在性、唯一性、稳定性和灵敏度分析。从而, 可以为解决新材料与新能源开发、特色资源利用、生态环境污染治理、自然次生灾害和城市经济可持续协调发展等方面的实际问题提供全新的框架而应用前景广阔。

参 考 文 献:

- [1] 周人忠. 电影院建筑设计 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1986
- [2] 蔡锁章. 数学建模 [M]. 北京: 中国林业出版社, 2003
- [3] 刘自山, 刘自川, 廖翠华. 产品定价的优化设计 [J]. 四川理工学院学报: 自然科学版, 2006 19(5): 102-105
- [4] 王沫然. MATLAB6 0 与科学计算 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2001
- [5] 徐瑞, 黄兆东, 阎凤玉. MATLAB 科学计算与工程分析 [M]. 北京: 科学出版社, 2008
- [6] 翟亮. 基于 MATLAB 的控制系统计算机仿真 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006

Optimization Model of Seat Design in Cinema

LI Yongming¹, LIU Zishan¹, LI Ke¹, ZHUXinru², HUANG Yuan³

(1. School of Science, Sichuan University of Science & Engineering Zigong 643000, China

2. Dongfang Boiler Group Co. Ltd. Zigong 643000, China

3. China United Network Telecommunications Corporation Zigong Branch, Zigong 643000, China)

Abstract The problem of seat design in cinema is discussed with a view to increasing audience's comfort in this paper. Bivariate programming model is constructed under the condition of given floor's dip angle and the optimal solution is obtained by using of Matlab program.

Key words bivariate programming; angle of view; angle of elevation; optimal seat