

车辆路径问题的一种先寻路后分组算法

单 琨, 向晓林

(四川大学工商管理学院, 成都 610065)

摘 要: 针对车辆路径问题 (VRP) 设计了一种元启发式算法。引入先寻路、后分组的策略, 首先对顾客点序列采用 Lehmer 编码, 设计辅助算子进行变异操作, 用差分进化算法求出基于所有节点的 TSP 解, 然后根据运货量的约束条件将其切割成 VRP 解。再通过禁忌搜索改进解, 得到的结果再次作为初始解之一进入算法循环。仿真计算得到了最优解, 结果表明该算法是有效的。

关键词: 车辆路径问题; 差分进化; Lehmer 编码; 禁忌搜索

中图分类号: F253.4

文献标识码: A

引 言

车辆路径问题 (VRP) 是组合优化领域最活跃的分支之一。它的描述如下: 一个配送中心向 n 个分布在不同位置的客户点提供货物配送服务。每个客户各自需要不同的货物量 q_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$), 每辆车的载重量上限为 Q 。由于存在运量的限制, 每辆车在完成一轮送货作业后必须直接返回车场接受新的指令。每个客户点必须有且仅有一辆车提供一次服务。目标是求出一套送货路线, 使得派出的车辆数最少且总行驶路程最小。车辆路径问题属于 NP-难的组合优化问题, 目前大多数已发表的 VRP 研究都集中在设计高效可行的启发式算法上。然而这些算法的优势与缺点并存, 比如一些启发式算法为了得到高质量的解, 通常在计算和调整参数上花费大量的时间^[1]。为了扬长避短, 探索混合算法并设计不同算法间的组合框架显得尤为重要。

作为一种基于群体智能的优化算法, 差分进化 (Differential Evolution, DE)^[2] 与传统进化算法类似, 使用同样的遗传算子, 也要进行杂交、变异以及选择。它与遗传算法的主要区别在变异操作上, 差分进化的变异是基于染色体的差异向量进行的。由于性能卓越, 近年来差分进化算法在众多领域逐渐引起了越来越多的关注。

禁忌搜索 (Scatter Search) 是 Glover 为了改进局部搜索的局限而提出的启发式算法^[3]。它的原理是允许

在解空间内向不能改进解的方向探索, 从而能够跳出局部最优。同时通过禁忌表这种记忆方式阻止搜索的频繁回溯。禁忌搜索在解决 VRP 上的出色表现使其经常成为同类问题其他算法性能测试的参照基准。

本文所提出的混合算法基于一个高效的两阶段改进策略, 解的编码形式在 TSP 解和 VRP 解之间反复转换, 采用 Lehmer 编码形式的加减操作来描述候选解之间的差异。通过动态调整一些参数, 算法将会探索解空间的不同部分, 避免搜索陷入局部最优。

1 先寻路后分组策略

Beasley 最先提出这种求解 VRP 的两阶段方法^[4], Prins 在将其应用在混合进化算法中时证明: 必然存在一条哈密顿回路, 可将其切割成 VRP 的最优解^[5]。因此任何一种基于编码的启发式算法都可以只搜索 TSP 解集, 来代替搜索规模大得多的 VRP 可行解的集合, 并且不造成信息缺失。本文算法的总体构架如图 1 所示。

1.1 初始解

为了构造一个好的初始解而花费一定的计算时间被证明是非常必要的, 尤其在基于种群的进化算法中, 可以显著地加速收敛^[6]。本文采用带候选列表的节约算法, 依据节约值 $s(i, j) = d(i, 0) + d(j, 0) - d(i, j)$ 将顾客点分配到不同的路径中。首先创建一个长度为 L 的候选列表, 记录顾客点两两之间可行的组合中节约值

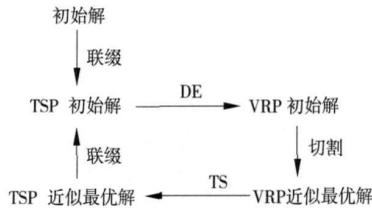


图1 先寻路、后分组算法框架

最大的前 L 个, 从这 L 个点中随机选取一对点用路径连接, 然后再用不在候选表中的节约值最大的点对替换表中已连接的这一项。这一过程反复执行, 直到一条未封闭路径上的客户点的货物需求之和达到车辆载重上限时, 就把路径两端与车场相连, 得到的 VRP 初始解经过“联接”后即为 TSP 解的形式。设 VRP 问题的节点总数为 M , 求得 M 个近似解构成初始解集, 用来选取接下来差分进化算法的初始种群。

1.2 解的转化

决定此算法效率的关键之处是 TSP 解与 VRP 解之间的转换过程。为了将一个 TSP 解转换成对应的 VRP 可行解, 采用一种“切割”策略, 把代表配送中心的 0 点插入 TSP 解的节点序列中, 使得每两个 0 点之间的节点子集满足货物量的约束条件。反之将解的节点序列中重复的 0 点删除, 使不同路径的节点联结成同一条哈密尔顿回路, 就是把 VRP 解转化成 TSP 解的所谓“联接”过程。

2 差分进化

差分进化是一种新的启发式算法, 起初用以求解连续空间实数多峰目标函数的最小化问题。在应用到基于排列的组合优化问题时, 由于交叉和变异操作会将整数编码变成实数, 为了得到整数型的可行解, 必须把实数型遗传编码转化成整数。对于数值类型的解, 可以对实数进行取整, 也可以将一个排列中的所有元素按值排序取序数^[7]; 而对于符号类型的 VRP 解, 每个客户点的序号没有数量意义, 必须通过编码转换的方法使得对这些整数的加减运算有意义。

2.1 Lehmer 编码

为了使遗传编码不仅能保留对解的描述功能, 同时也能进行算术运算, 需要对其进行规范化。首先通过 Lehmer 编码形式 $L(p)$ ^[8] 来表示顾客点序号的排列 $p = \langle p(1), p(2), \dots, p(n) \rangle$ 。Lehmer 编码是在离散数学和计算机科学中表示整数排列的常用方法之一。设顾客点序号的集合为 N , 将 N 中元素的所有排列记为 S_n , L_n 是 $\{0, 1, \dots, n-1\}^n$ 的子集。有很多方法能在 S_n 和 L_n 之间建立联系, 如:

$$L(p) = (l_1(p), l_2(p), \dots, l_n(p)), \quad (1)$$

排列 p 的 Lehmer 编码是一串整数, 每个整数 $l_i(p)$ 表示排列中值比 $p(i)$ 小且位于其右侧的元素个数。反之不难推出解码公式, $L^{-1}(p) = p$ 中的各元素为:

$$p(k) = N_k [l_k(p) + 1], \quad (2)$$

$$N_k = N - \{p(1), p(2), \dots, p(k-1)\},$$

集合 N_k 中的元素按从小到大的顺序排列。

例: 对于排列 $\langle 3, 6, 7, 5, 1, 4, 8, 2 \rangle$, 根据公式 1 求得: $L(\langle 3, 6, 7, 5, 1, 4, 8, 2 \rangle) = (2, 4, 4, 3, 0, 1, 1, 0)$ 。反编码的计算过程如下,

$$p(1) = N_1 [2 + 1] = 3, \quad N_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\},$$

$$p(2) = N_2 [4 + 1] = 6, \quad N_2 = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\},$$

$$p(3) = N_3 [4 + 1] = 7, \quad N_3 = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\},$$

$$p(4) = N_4 [3 + 1] = 5, \quad N_4 = \{1, 2, 4, 5, 8\},$$

$$p(5) = N_5 [0 + 1] = 1, \quad N_5 = \{1, 2, 4, 8\},$$

$$p(6) = N_6 [1 + 1] = 4, \quad N_6 = \{2, 4, 8\},$$

$$p(7) = N_7 [1 + 1] = 8, \quad N_7 = \{2, 8\},$$

$$p(8) = N_8 [0 + 1] = 2, \quad N_8 = \{2\}.$$

由于 $l_i(p)$ 是整数且 $0 \leq l_i(p) \leq p(i)$, 则集合 $L = \{(l_1(p), l_2(p), \dots, l_{n-1}(p))\}$ 与由 $1, 2, \dots, n$ 的所有排列组成的集合 S_n 之间是一一对应关系^[9]。

设排列 p, r 都是 S_n 的子集, 二者的加、减运算用 Lehmer 编码的形式表示如下:

$$p + r = L^{-1}([l_1(p) + l_1(r)] \bmod n, \dots, [l_k(p) + l_k(r)] \bmod (n - k + 1), \dots, 0),$$

$$p - r = L^{-1}([l_1(p) - l_1(r)] \bmod n, \dots, [l_k(p) - l_k(r)] \bmod (n - k + 1), \dots, 0). \quad (3)$$

2.2 差分进化步骤

与原 VRP 相对应的 TSP, 目标是寻找 $p^* = \arg \min \{c(p); p \in S_n\}$ 。在每一代进化中建立两个种群 G 和 H , 它们各有 M 条染色体。 $H = \{r_1, r_2, \dots, r_M\}$ 是在每个初始种群 $G = \{p_1, p_2, \dots, p_M\}$ 的基础上产生的变异种群。变异的规则即把 G 中某对染色体之间的差异, 以及其中一个染色体与突变染色体之间的差异分别加到这个染色体上:

$$r_i = \{c(p_x + (p_y - p_x)), c(p_x + (p_y - p_x)), c(p_x)\} \quad (4)$$

其中 x, y 分别是集合 $\{1, 2, \dots, M\}$ 中随机抽取的互不相同, 且不等于染色体序号 i 的整数。突变染色体 p_x 是随机生成的, 它的 Lehmer 编码为: $L(p_x) = (\text{rand}(M), \text{rand}(M-1), \dots, \text{rand}(2), 0)$, 均匀概率分布函数 $\text{rand}(k)$ 的返回值是集合 $\{0, 1, \dots, k-1\}$ 里的任一整数。这些染色体之间的加减运算的方法见公式 (3)。将初始种群 G 中的染色体用适应度更好的变异体替换后就得到了新的种群 H 。这一过程用伪代码描述如下:

```

//初始化种群
M = size(G)
for i= 1 to 2M do
L(pi) = (rand(M), rand(M - 1), ..., rand(2), 0)
//种群进化 gen_num代
for counGen= 1 to gen_num do
begin
产生变异种群 H
for j= 1 to 2M do
if C(rj) < C(pj) then
pj = rj
end
//选择最优解
p* = p1
for i= 2 to 2M do
if C(pi) < C(p*) then
p* = pi
return p*

```

每一代的种群数量为染色体长度的 2倍,此外需要为函数 DE_{tsp}()确定一个参数,表示一共进化多少代 (gen_num)。适应度函数 $C(p_i)$ 表示排列 p_i 对应的总行驶路程。为了提高求解 TSP解的速度,只进行变异操作,省略了杂交操作。

3 禁忌搜索

把差分进化算法得到的最优解切割成 VRP解,即成为禁忌搜索的初始解。为了找到当前解的最佳邻居,需要在搜索邻域时尽量避免回溯,并且每移动一步都更新最优解的记录,尽管新找到的“最优解”可能比之前的最优解更差。对每个可行解都选定所有可能的、不包含在禁忌表中的有效相邻点。每产生一个最优相邻点,这一步移动就被记入禁忌列表,且具有最长的有效期。直到有效期结束之前这一步移动都不能再被重复。邻域操作从三种常用方法中随机选用:一、交换同一条路径中两个客户点的位置;二、将一个客户点与位于不同路径中的另一点交换;三、将一个客户点移到其他路径中。设计这种邻域结构的目的是,为了进一步增强禁忌搜索算法的机能,以便能在减少所使用的车辆数和车辆行驶费用两个方面都能得到更好的改进。

禁忌搜索对解的评价准则为车辆行驶费用和货物需求超载量的综合。为了充分对解空间进行搜索,算法接受产生不可行解的移动,引入一个罚值将车辆装载能力的约束条件加入目标函数中,即 $\sum_{v=1}^K [C(v) + \alpha W(v)]$, 其中 K 是该解所使用的车辆数 (也是路径

数), $C(v)$ 是车辆 v 的行驶成本, $W(v)$ 是这条路径上所有客户点需求超出车辆载重上限的部分。惩罚系数 $\alpha \in [10^{-4}, 2 \times 10^5]$ 赋初值为 1,每隔 10步迭代测试一次,若前面 10个解都是可行的,则其值减半,否则加倍。这种机制是 Gendreau等提出的^[10],可以产生一种可行解和不可行解的混合解集,有利于跳出局部最优。

4 数值实验

本算法采用 Python2.6+ 编程,在一台 CPU 主频 1.5GHz 具有 1G内存的计算机上运行于 2.6.32内核的 Linux系统。测试了 Christofides等人设计的 14个基准算例,其中 C6-1QC13和 C14有路径长度约束。求初始解的节约算法候选列表长度 $L=8$ 差分进化的代数 gen_num = 1000 禁忌搜索的终止条件为完成 120步迭代,禁忌表长度为 5~12间的随机整数。同另外 2个求解车辆路径问题的较好的算法进行比较,结果显示于表 1。其中的 TS代表 Osman的禁忌搜索^[11],GA代表 Baker和 Ayedehw 的遗传算法^[12]。可见本文的算法在解的质量上与现存的最好算法不相上下,而且有三个解达到了迄今已发表最优解的水平。

表 1 与其他启发式算法的比较

问题	目前最优	TS	GA	本文算法	%差距
C1	524.61	525	524.81	524.61	0
C2	835.26	844	849.77	835.26	0
C3	826.14	835	840.72	829.89	0.45
C4	1028.42	1052	1055.85	1028.42	0
C5	1291.45	1354	1378.73	1310.02	1.43
C6	555.43	556	560.29	559.15	0.67
C7	909.68	913	914.13	912.68	0.33
C8	865.94	866	872.82	869.34	0.39
C9	1162.55	1188	1193.05	1177.29	1.26
C10	1395.85	1422	1483.06	1410.26	1.03
C11	1042.11	1043	1060.24	1044.12	0.19
C12	819.56	820	877.8	824.31	0.58
C13	1541.14	1547	1562.25	1568.5	1.77
C14	866.37	867	872.34	870.26	0.45

5 结束语

本文对车辆路径问题设计了一种基于先寻路后分组的进化算法。对顾客点采用了新的编码和解码方法,以便能够利用差分进化算法求解原问题的 TSP解,进而用禁忌搜索改进 VRP解的质量。本文所提出算法的特点是:结构简单清晰,不仅包含了差分进化的优点,规避了遗传算法的复杂性,具有寻找更高质量解的能力,还发挥了禁忌搜索的长处,即广泛探索可行解空间以寻找更优解的能力。为了表明算法的有效性,对 14个标准算例进行了计算机仿真,得到了目前发表的最优解。今后还需针对不同问题设计合适的目标函数和局部搜索策略,以及对算法的效率作进一步的改进。

参考文献:

- [1] Rego C. A subpath ejection method for the vehicle routing problem [J]. *Management Science*, 1998, 10: 1447-1458.
- [2] Storn R, Price K. Differential evolution-A simple and efficient heuristic strategy for global optimization over continuous spaces [J]. *Journal of Global Optimization*, 1997, 11: 341-375.
- [3] Glover F, Kochenberger G A. *Handbook of Metaheuristics* [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [4] Beasley J E. Route-first cluster-second methods for vehicle routing [J]. *Omega*, 1983, 11: 403-408.
- [5] Prins C. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem [J]. *Computers & Operations Research*, 2004, 31: 1985-2002.
- [6] Haubelt C, Gammek J, Teich J. Initial population construction for convergence improvement of moeas [J]. In Coello C, Aguirre A, Zitzler E, eds. *Evolutionary Multi-criterion Optimization, EMO'2005*, 2005, 3410 of LNCS, 191-205.
- [7] 曹二保, 赖明勇, 聂凯. 带时间窗的车辆路径问题的改进差分进化算法研究 [J]. *系统仿真学报*, 2009, 21(8): 2420-2423.
- [8] Lehmer H. Teaching combinatorial tricks to a computer [J]. In *Proc Sympos Appl Math Combinatorial Analysis* Amer Math Soc, Providence, R. I., 1960, 10: 179-193.
- [9] 韩丽霞, 王宇平. 解旅行商问题的一个新的遗传算法 [J]. *系统工程理论与实践*, 2007, 12: 145-150.
- [10] Gendreau M, Hertz A, Laporte G. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem [J]. *Management Science*, 1994, 40: 1276-1290.
- [11] Osman I H. Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem [J]. *Annals of Operations Research*, 1993, 41: 421-451.
- [12] Baker B M, Ayechew M A. A genetic algorithm for the vehicle routing problem [J]. *Comput Oper Res*, 2003, 30: 787-800.

A Route-first Cluster-second Heuristic for Vehicle Routing Problem

SHAN Kun, XIANG Xiao-lin

(School of Business Management, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract The paper presents a metaheuristic algorithm for vehicle routing problem based on a route-first cluster-second heuristic. Lehmer code is used to represent customer nodes formulation operations before getting a hamilton circuit solution by differential. The set of TSP solutions are split into VRP solution set according to vehicle capacity constraints. Finally, the improved solution by tabu search is taken as one of the initial solutions to restart a new algorithm iteration. Best solutions are achieved in computational experiments, which demonstrates that the proposed method performs well.

Key words vehicle routing problem; differential evolution; Lehmer code; tabu search

(上接第 241 页)

Investigation on Sulfur Isotopic Composition and Its Geological Genesis of Marine Triassic Anhydrite in Sichuan Basin

CHEN Lin-rong

(Exploration & Production Research Institute, SWPB, SINOPEC, Chengdu 610081, China)

Abstract By the comparative analysis on sulfur isotopes ($\delta^{34}\text{S}$) with the characteristics of the marine Triassic evaporite in Sichuan Basin, for the Triassic $\delta^{34}\text{S}$ with the features of abnormal high values and presents gradually lighter from day to night in the region, combined the background of its deposition geological physical chemical conditions, particularly the study on isotope fractionation, geological and geochemical characteristics under complex conditions, $\delta^{34}\text{S}$ abnormal high values of the anhydrite and the geological causes of its gradual poverty with evaporation are discussed, which aimed at providing an important basis for the reconstruction of ancient environment, the division and comparison of stratum. It is shown that $\delta^{34}\text{S}$ abnormal high values of the anhydrite mainly due to the isotope fractionating effects in a closed environment and when sulfate was reduced by bacteria.

Key words sulfur isotopes, $\delta^{34}\text{S}$ value, isotope fractionation, sedimentary environment, evaporite