

信号稀疏分解降噪在 DOA 估计中的应用

唐玲, 宋弘

(四川理工学院自动化与电子信息学院, 四川 自贡 643000)

摘要: 提出了一种基于稀疏分解的阵列信号降噪方法。该算法是通过匹配跟踪(MP)的稀疏分解对阵列接收信号进行降噪, 然后结合一般的 MUSIC 算法实现 DOA 估计。首先将对阵列接收数据分阵元通道独立进行基于 MP 分解的降噪处理, 在不改变阵列流型的前提下, 达到了对阵列信号降噪的效果, 且在实际算法中分析了 MP 分解迭代终止阈值的确定。通过仿真分析证实了信号 MP 分解降噪的方法应用于 DOA 估计中的可行性。仿真结果显示, 在低信噪比环境中, 基于 MP 分解降噪后的 MUSIC 估计方法取得了更好的估计性能, 因此证实了该算法的有效性。

关键词: 阵列信号处理; 稀疏分解; 波达方向估计; 降噪

中图分类号: TN911

文献标识码: A

引言

在信号变化及传输过程中由于噪声及干扰的叠加, 对信源传送出去的有用信号的辨认产生了很大困难, 要复原携带的有用信号, 必须去除信号中叠加的噪声和干扰成份。然而由于非加性噪声可以通过某种变换转化为加性噪声, 因此降噪方法的研究对象多集中在加性噪声上。常见的加性噪声消除方法有: 最优估计和最优滤波法^[1]、基于小波变换的门限方法^[2]和谱相减方法^[3]。

现有的方法在各自的范围内都实现了信号降噪的目的, 并且在实际中被广泛应用, 但是它们都依赖于信号或噪声的统计特性。而实际应用中往往无法先验获取信号或噪声的统计特性, 为此人们探索出了新的基于稀疏分解的信号降噪办法。基于匹配跟踪(MP)的信号稀疏分解作为一种自适应的信号分解与表示方法, 其最早的应用就是信号去噪。该方法由于不需要先验获取信号和噪声的统计特性, 并能够广泛应用于各种不同模型的信号, 引起了研究人员的极大兴趣。本文就是基于 MP 分解的信号降噪处理原理, 提出了一种基于 MP 分解的阵列信号降噪方法, 并结合 MUSIC 算法^[4]实现信号 DOA 估计^[5]。计算机仿真证实, 经降噪处理后, 算法

估计性能得到了较大的改善。

1 问题形成和信号模型

考察空间分布的 D 个窄带远场信号的 DOA 估计。利用一个 M 阵元的均匀线性阵列对信号进行接收, 阵元间隔为 d 。则第 m 个阵元的接收信号矢量为:

$$x_m(t) = \sum_{i=1}^D a_{mi} s_i(t - \tau_{mi}) + n_i(t) \quad (1)$$

式中 $m = 1, 2, 3, \dots, M$, a_{li} 为第 l 个阵元对第 i 个信号的接收增益, 对于各向同性的理想阵元子, a_{li} 可归一化。 $n_i(t)$ 表示第 l 个阵元在 t 时刻的噪声, τ_{li} 表示第 i 个信号到达第 m 个阵元时相对于第一个阵元的时延。

整个阵列的输出写成矢量形式为:

$$X(t) = AS(t) + N(t) \quad (2)$$

式中, $X(t)$ 为阵列接收信号的 $M \times 1$ 维数据快拍矢量, $S(t)$ 为空间分布的 D 个窄带信号源的 $D \times 1$ 维数据矩阵, $N(t)$ 为阵列的 $M \times 1$ 维噪声数据矢量。 A 为阵列信号的 $M \times D$ 维导向矢量矩阵:

$$A = [a_1(\omega_0) a_2(\omega_0) \dots a_D(\omega_0)] \quad (3)$$

对于第 i 个信号, 其导向矢量为 $a_i(\omega_0)$ 。

信号稀疏分解降噪的基本原理是将信号的能量压缩到一组逼近原始信号的原子上。通过少数原子组合

得到原始信号的最佳逼近, 通过原子与噪声的不相关性达到滤除噪声的目的。由于阵列天线的阵元个数不可能很多, 阵元数对应空间抽样点数, 空间抽样点数的不够使得对阵列信号进行二维分解几乎不可能^[6]。根据阵列信号的特点, 即每个阵元接收的信号仍可表示为几个一维信号的线性叠加, 使得我们可以针对每个阵元的输出进行 MP 降噪, 可以形象化的称之为并行降噪。在降噪过程完成后, 重构的信号仅仅达到了滤除噪声的目的, 而不改变信号的特征参数, 将各路信号重新组合后, 仍能保证阵列接收信号的阵列流型。在此基础上利用现有的 DOA 估计方法对阵列输出信号进行处理, 可以使估计性能得到一定程度的改善。

2 算法分析

由式 (1), 第 m 个阵元的接收信号矢量即为一维信号, 我们采用 Gabor 原子建立过完备原子库对其进行稀疏分解, 并通过基于软门限的方法对其进行降噪。由于各个阵元的输出相对独立, 且各自的传输及处理通道不同, 噪声对各自信号的污染程度均相对独立, 因此在对各路信号进行并行降噪处理的过程中, 要设定各自独立的迭代终止阈值, 使得降噪的效果达到最佳。

考虑信号的稀疏分解过程, 信号残余可以表示为:

$$Rf = f - f_{recon} \quad (4)$$

其中 f_{recon} 为通过对信号 f 稀疏分解得到的原子和其对应的系数来进行重建的信号。

观察稀疏分解过程中 Rf 中的标准差 δ_y 的变化过程 (如图 1 所示), 可以发现 δ_y 开始随着迭代分解次数的增加而逐渐递减, 在达到某个最小值 δ_{min} 之后逐渐趋于一个平稳的值 (实际上此值为噪声的标准差 δ_n)。

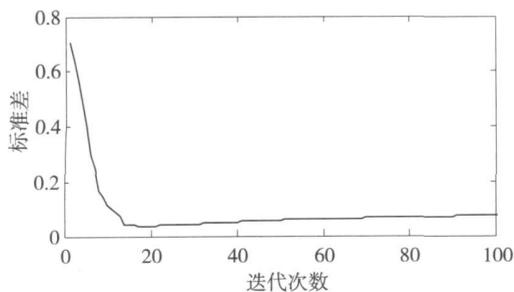


图 1 信号残差 δ 变化曲线

由图 1, 我们可以认定当 $\delta = \delta_{min}$ 时, 信噪比达到最大值:

$$SNR_{max} = 20 \log_{10} \left[\frac{\|f\|^2}{\|f - f_{recon}\|^2} \right] \quad (5)$$

设此时所对应的迭代次数为 n , 那么在第 n 次分解所对应的点将是这个分解迭代过程中的最佳去噪点。

再观察分析稀疏分解过程中相干比的变化 (如图 2 所示)。 $\lambda(R_n f)$ 称为信号 f (或残差信号 $R_n f$) 与原子库 D 的相干比 (Coherent Ratio), 简称为相干比。它取决于信号残差 $R_n f$ 与原子向量 g_{y_i} 之间的相关性; 相干比定义为:

$$\lambda(R_n f) = \sup_{y \in \Gamma} \frac{|[R_n f, g_y]|}{\|R_n f\|} \quad (6)$$

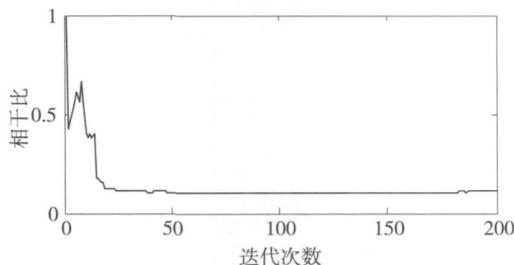


图 2 相干比 $\lambda(R_n f)$ 的变化曲线

从图 2 中可以看到, 随迭代次数的增加, 相干比 $\lambda(R_n f)$ 成逐渐衰减的趋势, 在达到一个最小值后, 呈现一种平缓的水平波动, 而且波动的幅度在比较小的范围内。这是因为在后阶段的分解过程中, 残差信号类似于噪声信号, 而噪声信号是无规律的, 比原子库的相干比低。

对比图 1 和图 2 我们可以得出在信号的稀疏分解过程中, 信号残差达到最小值的同时, 信号残差与原子的相干比 $\lambda(R_n f)$ 也达到了最小值。由此可把两者同时达到最小值的迭代次数定为最佳去噪点。把最佳去噪点之前的匹配跟踪分解看作是对信号的 f_s 的分解, 之后则是对噪声 f_n 的分解。若在此时迭代终止, 则可以通过稀疏分解得到原子和其对应的系数重建信号 f_{recon} , 从而实现从带噪的 f 中提取所期望的信号 f_s 的目的。考虑实际中应用的方便, 最佳去噪点的确定可以通过约定式 (5) 的变化趋势来实现。

基于上述分析, 可以给出基于 MP 分解的阵列信号降噪方法:

(1) 对于空域分布的 D 个窄带信号, 取阵元数为 M , 采样点数为 N 获得如式 (2) 所示的阵列输出信号矢量, 显然, $X(t)$ 为 $M \times N$ 维的矩阵。

(2) 对于阵列输出矢量 $X(t)$ 有:

$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

对于每个阵元, 将 $X(t)$ 的各行分别取出, 进行基于 MP 分解的信号降噪, 计算每个分解的信号残差与重构

信号的能量比,并定义如下的比值:

$$\sigma = \frac{\|f - f_{recon}\|^2}{\|f\|^2} \quad (8)$$

若连续两次的比值满足 $\sigma_{i+1} - \sigma < \delta$ (δ 是为迭代终止设定的阈值), 我们即认定信号降噪完成, 取此时的重构信号 f_{recon} 为信号的去噪结果 $\hat{x}(t)$ 。

(3)按式(7)的形式将降噪后的结果重新组合, 得到降噪后的阵列输出矢量:

$$\hat{X}(t) = \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \vdots \\ \hat{x}_M(t) \end{bmatrix} \quad (9)$$

在上述降噪步骤完成后, 即可利用 MUSIC、ESPRIT 等算法对阵列信号的 DOA 进行估计。由于信号稀疏分解在很大程度上消除了噪声对阵列信号输出的影响, 因此以降噪后的阵列输出数据 $\hat{X}(t)$ 代替 $X(t)$ 进行 DOA 估计, 使得算法的估计精度得到很大程度的提高。

3 实验仿真

为了验证上述分析的有效性及更直观的了解基于信号稀疏分解的阵列降噪方法对 DOA 估计性能的改进, 我们对提出的方法进行仿真分析。

在仿真实验中, 我们利用均匀线性阵列天线对空域信号进行接收, 利用本文提出的基于 MP 分解的阵列信号降噪方法对阵列接收信号进行降噪处理, 然后用 MUSIC 算法进行 DOA 估计。

采用 6 个阵元的均匀线性天线, 阵元间隔为 $\frac{1}{2}$ 载波波长即 $d = \frac{1}{2}\lambda$, 噪声为加性高斯白噪声。假定空间分布的窄带远场信号为两个不相关的正弦信号, 来波的真实方向为 5° 和 20° 。

实验一: 针对第一个阵元的接收信号, 信号采样点数为 256, 给定迭代次数为 100 结合式(7)给出能量比 σ 随迭代次数的变化如图 3 所示。

由图 3 可知, 在迭代次数达到 14 的时候, 能量比 σ 的变化趋于平缓, 即可认定信号的主要能量成份分解完全, 此时重构信号, 即得到降噪后的信号。经过多次实验分析, 信号稀疏分解迭代的终止阈值 δ 一般设为 1.5×10^{-4} 。在设定阈值 δ 后, 即可利用基于软门限的 MP 降噪方法对阵列输出信号进行降噪处理。

实验二: 考察低信噪比情况下, 阵列信号降噪对 DOA 估计性能的改进, 我们采用 MUSIC 算法对信号

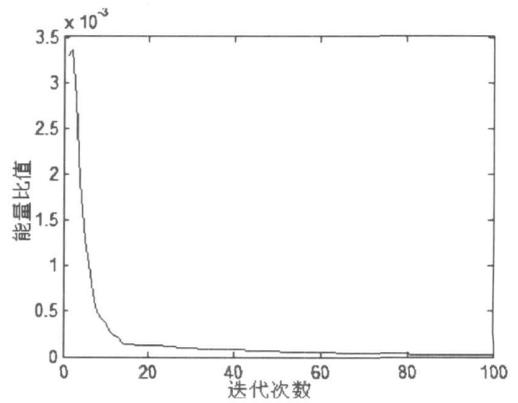


图 3 能量比 σ 随迭代次数的变化曲线

DOA 进行估计。在信噪比 SNR 为 0dB 和 5dB 的情况下, 取采样点数为 128 对基于 MP 分解降噪方法处理的阵列输出信号和未经处理的阵列输出信号分别进行 DOA 估计, 结果如图 4 和图 5 所示。

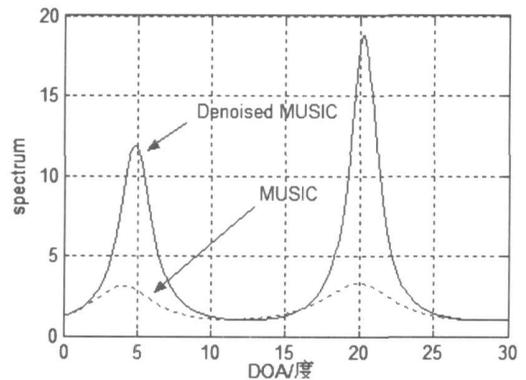


图 4 DOA 估计仿真结果 (SNR = 0dB)

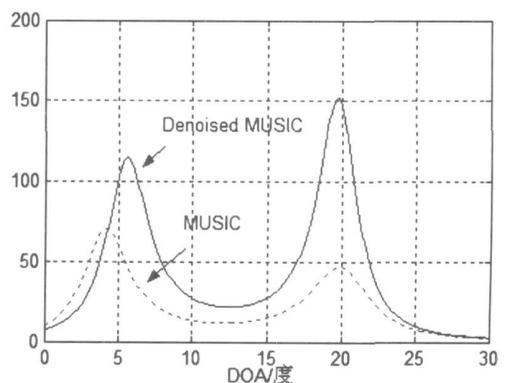


图 5 DOA 估计仿真结果 (SNR = 5dB)

由两图 4 图 5 仿真结果显然可知, 利用 MP 分解对阵列信号进行降噪处理后, 在很大程度上消除了噪声对阵列输出数据的影响, 基于 MP 分解重建的信号, 没有破坏阵列流型, 使用同样的 DOA 估计方法对信号波达方向进行估计, 估计性能得到明显的改善。

4 结束语

本文将基于 MP 分解的降噪方法应用于阵列信号的降噪中, 提出了一种基于 MP 分解降噪的 DOA 估计方法, 首先通过 MP 分解对阵列接收信号进行降噪, 然后结合一般的 MUSIC 算法实现 DOA 估计, 仿真结果显示经降噪处理后, 传统算法在低信噪比情况下的估计性能得到极大的改善。

参考文献:

- [1] Gabrea M. Adaptive Kalman filtering-based speech enhancement algorithm. Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering[C]. Toronto, 2001: 575-583
- [2] Donoho D L, Johnstone I. Ideal spatial adaptation via

- wavelet shrinkage[J]. *Bimetrica* 1994, 81: 425-455
- [3] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004
- [4] Joseph C, Theodore S. 无线通信中的智能天线 (IS-95 和第 3 代 CDMA 应用) [M]. 北京: 机械工业出版社, 2002
- [5] Xue Yanbo, Wang Jinkuan, Liu Zhigang. A novel improved MUSIC algorithm by wavelet denoising in spatially correlated noises. ISCI' 2005' IEEE International Symposium on Communications and Information Technology [C]. 2005, 515-518
- [6] Xu Gang, Meng Jing. Signal enhancement with matching pursuit. VTC2004-Fall 2004. IEEE 60th Vehicular Technology Conference [C]. 2004, 1986-1990

Application of Sparse Decomposition De-noise in DOA Spectrum Estimation

TANG Ling, SONG Hong

(School of Automation and Electronic Information, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong 643000, China)

Abstract An array signal denoise method based on MP decomposition is proposed in the paper. This algorithm is implemented through the receiver array signal denoise, and then estimated with the general DOA method such as MUSIC. First by separating the receiving data into the array element channel to achieve MP decomposition denoise independently, we get the effect of noise signal array with no change in the flow pattern array. And we analyze the determination of termination threshold with MP decomposition iterative. Finally, simulation analysis confirms the signal MP decomposition denoise method can be applied to DOA estimation. The simulation results show that in the low SNR environment MUSIC estimation method based on the MP decomposition denoise has been made better performance of estimation, which confirms the effectiveness of this algorithm.

Key words array signal processing, sparse decomposition, DOA estimation, denoise