

一种新的交叉粒子群算法

许小丽

(西安工程大学理学院, 西安 710048)

摘要: 针对标准粒子群优化算法 (SPSO) 在处理高维复杂问题极易陷入局部最优的不足, 文章在研究标准粒子群优化算法理论上, 提出了一种带交叉因子的改进粒子群优化算法 (MyPSO), 减小了算法陷入局部极值的可能。仿真实验表明, 该算法 (MyPSO) 提高了全局搜索能力, 但同时增加了搜索时间。

关键词: 粒子群; 优化; 交叉因子; 适应度

中图分类号: TP 183

文献标识码: A

引言

粒子群优化算法 (Particle Swarm Optimization, PSO) 是由 Kennedy 和 Eberhart 在 1995 年提出的新的全局优化进化算法^[1,2], 该算法通过种群粒子间的合作与竞争来指导群体的优化搜索。PSO 较遗传算法 (GA) 等一些智能算法简洁, 易于实现, 收敛速度快, 需调整的参数相对较少, 因而得到了广泛重视, 在解决非线性优化问题、组合优化问题与混合整数非线性问题方面已成为一种重要的优化工具。但在处理复杂的高维问题时, 标准 PSO 算法往往会出现早熟收敛现象。因此针对标准粒子群算法中的不足, 本文在研究标准粒子群算法的基础上, 提出了一种新的交叉粒子群算法 MyPSO (Modified PSO), 即在算法搜索过程中引入交叉因子, 增加了可选择粒子的多样性, 有利于跳出局部最优值, 且加快了粒子群算法的收敛速度, 通过对标准函数 (Sphere, Griewank, Rastrigin 与 Rosenbrock) 的测试, 验证了该算法的有效性^[3-5]。

1 标准粒子群优化算法 (SPSO)

假设在一个 n 维搜索空间中, 存在一个由 m 个粒子组成的种群, 第 i 个粒子的位置用一个 n 维向量表示, 即 $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$, 每个粒子的位置代表问题的一个候选解, 这些解的好坏由适应度来表示, 其中粒子的

飞行速度也是一 n 维向量, 即 $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in})$ 。向量 $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in})$ 表示粒子 i 所经历的最好位置 (对应适应度最好的位置), 即为个体的最优位置, 而整个粒子群搜索到的最优位置为 $P_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gn})$ ^[6]。

根据 Kennedy 和 Eberhart 在 1995 年提出的 PSO 算法, 粒子群中每个粒子的飞行速度与下一次的位置分别由式 (1) 与式 (2) 决定:

$$v_i(t+1) = wv_i(t) + c_1r_1(P_i(t) - x_i(t)) + c_2r_2(P_g(t) - x_i(t)) \quad (1)$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \quad (2)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, m$; w 为惯性权值; c_1, c_2 为加速常数 (acceleration constants), 且 $c_1, c_2 \in \mathbf{R}^+$; r_1, r_2 是均匀分布在区间 $[0, 1]$ 上的随机数; $t = 1, 2, \dots$ 为粒子群演化时间。

如果是求一个函数的极小值, 则每个粒子的最优解与整个种群的最优解将按照式 (3)、式 (4) 进行更新, 即

$$P_i(t+1) = \begin{cases} P_i(t) & \text{if } f(x_i(t+1)) \geq f(P_i(t)) \\ x_i(t+1) & \text{if } f(x_i(t+1)) \leq f(P_i(t)) \end{cases} \quad (3)$$

$$P_g(t) = \arg \min \{f(P_1(t)), f(P_2(t)), \dots, f(P_m(t))\} \quad (4)$$

粒子群算法流程如图 1 所示。

2 改进的粒子群优化算法

2.1 变异交叉因子法

粒子群算法的本质是利用个体极值与全局最优值

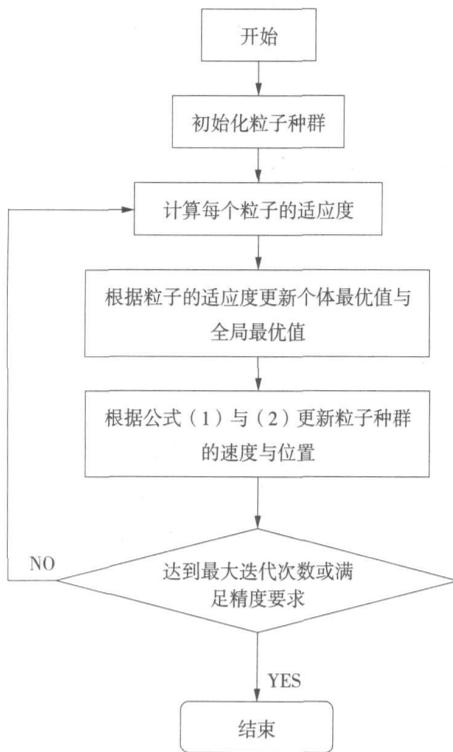


图 1 粒子群算法的流程图

的信息,来指导粒子下一步迭代方向与位置。对于高维复杂优化问题,标准的粒子群算法极易陷入局部极值,无法达到全局最优。为了克服这一缺陷,本文提出了一种带交叉因子的改进粒子群算法(M yPSO),且引入变异算子,提高了其全局搜索能力。该算法在搜索过程中引入交叉因子,增加了粒子的多样性,克服了标准粒子群优化算法易陷入局部极值的不足。

算法的主要思想为:每一次粒子群演化中,选取适应度好的前半粒子直接进入下一次迭代,后半粒子放入一个池中两两配对。这里定义两粒子间的距离为

$l_{ij} = \left(\sum_{k=1}^n |x_{ik} - x_{jk}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$, 选定一阈值 φ , 如果 $l_{ij} > \varphi$, 则主要对其进行交叉操作, 变异概率较低; 如果 $l_{ij} \leq \varphi$, 则本文主要进行变异操作。这样池中同时存在父代与子代的粒子, 选择适应度好的一半进入下一代, 以保持种群的粒子数目不变。交叉与变异侧重点的不同既可以增加粒子多样性, 有利于跳出局部最优, 又可以减小粒子群演化时间, 避免盲目的交叉与变异, 可加快收敛速度。

2.2 自适应惯性权值

如果惯性权值随着粒子群迭代的进行而线性减小, 可明显改善算法的收敛性能^[7]。若惯性权值 w 较大, 则粒子群主要体现为全局搜索能力; 若惯性权值 w 较小,

则粒子群主要体现为局部搜索能力。但是如果用一般的线性减小策略, 则无法体现惯性权值 w 与迭代次数与迭代环境之间的关系, 于是, 本文考虑寻求多方面的因素建立 w 的自适应变化情况来控制粒子群演化进程, 以兼顾粒子群的全局及局部搜索能力。惯性权值 w 的计算公式为:

$$w = \frac{1}{1 + e^{\frac{\max\{m \ln\{l_{ij}\}, \frac{1}{k}\} / \max\{l_{ij}\}}{k}}} \quad (5)$$

其中, l_{ij} 表示任意两粒子间的定义距离, k 为迭代次数。

由公式(5)可知, 为避免初期 $m \ln\{l_{ij}\} = 0$ 对 w 的影响, 本文取 $\max\left\{m \ln\{l_{ij}\}, \frac{1}{k}\right\}$ 以保证惯性权值 w 递减, 且 $w \in (0, 2693, 1)$ 。利用(5)式可使惯性权值 w 自适应非线性减小, 符合文献[7]中引入的思想, 兼顾了全局与局部搜索能力, 改善了算法的收敛的性能。

该算法的基本流程如下:

(1) 初始化种粒子群, 学习因子 c_1, c_2 粒子群规模 N , 搜索空间维数 Ve 与最大迭代代数。

(2) 计算惯性权重 w 和每个粒子的适应度, 并根据式(1)与式(2)对每个粒子进行更新, 包括速度与位置。

(3) 按照适应度优劣对粒子群进行排序, 选取后半粒子放入池中, 设置合适阈值 φ 对粒子进行交叉(交叉位置为随机选取)与变异操作。

(4) 交叉与变异结束, 池中粒子的适应度, 然后选取适应度好的粒子进入下一代, 以保持整个粒子群规模。

(5) 计算每一粒子的适应度。如果新粒子当前适应度值优于其本身经历过的最好位置 P_p , 则将其当前位置设为其新的最好位置。对整个种群中的每个粒子, 将其适应值与全局经历过的最好位置 P_g 作比较, 如果其适应值优于整个种群的历史最好位置, 就用该粒子的适应度与位置进行替代。

(6) 判断演化是否结束, 如果演化达到最大迭代次数或达到算法的精度要求, 则算法结束; 否则, 程序跳转至步骤(2)。

3 仿真实验与分析

为验证该改进算法(M yPSO)的有效性, 本文选取 4 个经典的测试函数进行实验, 并与文献[6]中提出的改进粒子群算法及文献[8]中标准 PSO 算法进行了测试比较分析。

(1) Sphere函数:

$$f_1 = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

(2) Griewank 函数:

$$f_2 = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$$

(3) Rastrigin 函数:

$$f_3 = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$$

(4) Rosenbrock 函数:

$$f_4 = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$$

其中函数 f_1 是一个简单的单峰函数, 在 $(0, 0, \dots, 0)$ 达到极小值; f_2 的全局极小点在 $(0, 0, \dots, 0)$, 且有众多的局部极小点, 函数 f_3 是具有大量局部极值点的多峰函数, 且函数存在一个全局极小值 $f_{min} = 0$ 函数 f_4 又称香蕉函数, 为一凸函数, 在 $(1, 1, \dots, 1)$ 达到极小值。

在算法仿真实验中, 学习因子 c_1, c_2 均取 1.4962 且 r_1, r_2 是在区间 $[0, 1]$ 内均匀分布的随机数; 在种群空间中, 粒子群规模 $N = 40$ 搜索空间维数 $Vec = 20$ 选取的阈值 $\varphi = 1$ 最大迭代代数数为 250。MyPSO 算法与 MPSO 算法和 SPSO 算法在 4 个测试函数 f_1, f_2, f_3 与 f_4 中进化迭代次数与适应度的关系曲线如图 2-图 5 所示, 3 种算法的函数全局最优值与平均搜索时间见表 1。

表 1 函数全局最优值与搜索时间比较

函数	理论值	全局最优值			搜索时间		
		PSO	MPSO	MyPSO	PSO	MPSO	MyPSO
Sphere	0	0.0471	1.6400×10^{-5}	2.6555×10^{-7}	0.1023	0.5594	0.5671
Griewank	0	0.0066	1.7008×10^{-6}	8.8956×10^{-9}	0.1817	0.7381	0.7601
Rastrigin	0	30.984	18.4752	15.3729	0.4648	0.7056	0.749
Rosenbrock	0	31.62	10.6303	1.6789	0.35	0.6467	0.6517

从图 2-图 5 以及表 1 可知, 本文提出的 MyPSO 算法优化结果好于 MPSO 与 PSO 算法。其中对于函数 Sphere, Griewank 和 Rosenbrock 本文算法所取得的最优值与理论值一致; 而对于函数 Rastrigin, 由于其为具有大量局部极值点的多峰函数, MyPSO 算法结果并未收敛于理论最优值, 但较 MPSO, PSO 有了一定的提高。从图 2-图 5 可看出, 对于搜索目标函数全局最优值, 文献 [6] 中带交叉算子的改进粒子群算法 (MPSO) 易陷入局部极值, 且计算逐步趋于停顿, 无法收敛至理论最优值, 而本文改进的粒子群算法 (MyPSO) 则表现出更为强大的全局搜索能力, 但相应的搜索时间有所增加。

4 结束语

本文针对标准粒子群优化算法 (SPSO) 在处理高维

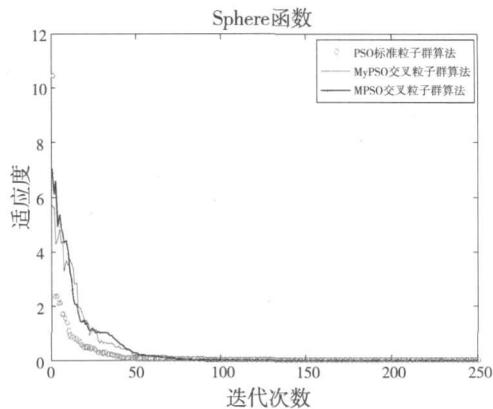


图 2 Sphere 函数进化曲线

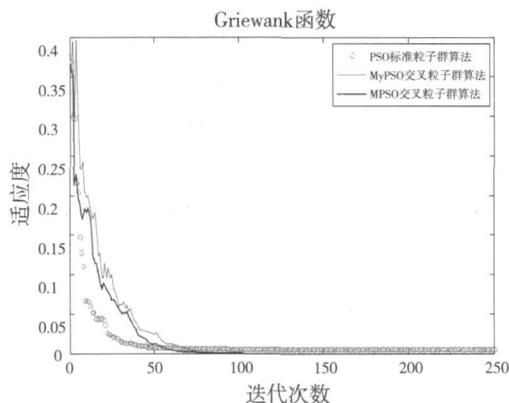


图 3 Griewank 函数进化曲线

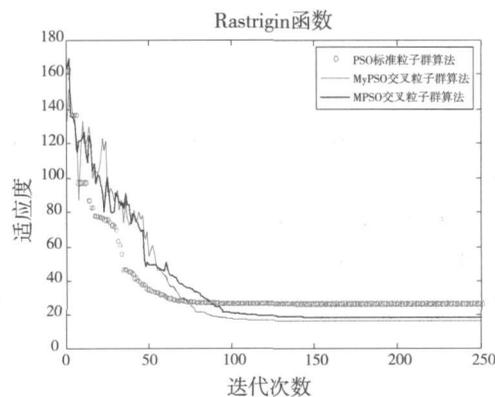


图 4 Rastrigin 函数进化曲线

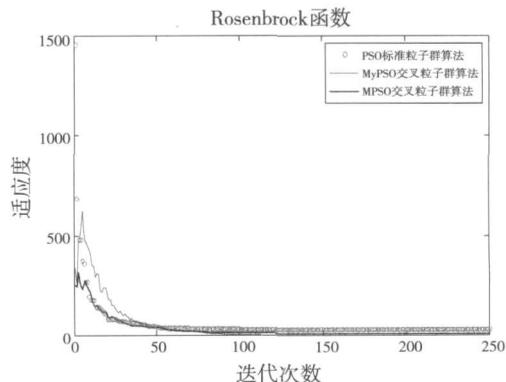


图 5 Rosenbrock 函数进化曲线

复杂优化函数极易陷入局部最优值的问题,提出了一种带交叉因子的改进粒子群优化算法(MyPSO)。新算法提高了粒子群优化算法的收敛性能,能有效避免标准算法的早熟收敛问题,显著提高了优化性能。由于PSO算法诞生时间较短,理论基础还未完善,如何对PSO算法进行理论分析,以及与其他方法相结合,并用以求解实际问题,将是笔者进一步的研究工作。

参考文献:

- [1] Eberhart R C, Kennedy J A New Optimizer Using Particle Swarm Theory[C] //Proc of the 6th Int Symposium on Micromachine and Human Science 1995, 39-43
- [2] Kennedy J, Eberhart R C. Particle Swarm Optimization [C] //Proc of IEEE Intl Conf on Neural Networks Perth Australia [s n], 1995
- [3] Kennedy J Eberhart R. A discrete binary version of the particle swarm algorithm[C] //IEEE International

Conference on Computational Cybernetics and Simulation, 1997.

- [4] Clerc M. The swarm and the queen towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization [C]. IEEE Service Centered Proc 1999 Congress on Evolutionary Computation, Washington D C, 1999. Piscataway: IEEE Press, 1999, 1951-1957.
- [5] Shi Y, Eberhart R C. Fuzzy adaptive particle swarm optimization[C] //Proc Congress on Evolutionary Computation, Seoul Korea 2001.
- [6] 刘晶晶, 吴传生. 一种带交叉算子的改进的粒子群优化算法[J]. 青岛科技大学学报:自然科学版, 2008, 29(1): 77-79.
- [7] Bergh F, Engelbrecht A P. A Cooperative approach to particle swarm optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 225-239.
- [8] 粟塔山. 最优化计算原理与算法程序设计[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2001.

A New Crossed Particle Swarm Optimization

XU Xiaoli

(School of Science, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China)

Abstract For the deficiency of standard particle swarm optimization (SPSO) when dealing with complex high-dimensional problems with local extreme, a new crossed particle swarm optimization (MyPSO) is proposed, which based on the standard particle swarm optimization. It reduced the likelihood on getting into local extreme. Experimental results showed that the new algorithm can improve the global searching ability, but need more searching time.

Key words particle swarm; optimization; hybrid genes; adaptive degree