

# 基于灭点的透视校正和空间定位的方法研究

杜召彬, 邹向东

(郑州职业技术学院软件工程系, 郑州 450121)

**摘要:** 由于光学镜头的成像特性, 并且摄像机成像平面与景物平面间存在着倾角和转角, 因而光学镜头摄像机获取的图片存在非线性的几何畸变, 在对图像进行测量和定量分析之前, 应消除这些畸变。为此, 应用透视投影的灭点形成原理和双线性插值方法, 研究了一种图像透视投影的校正方法, 在校正后的图像基础上, 建立图像坐标系和世界坐标系的关系模型, 利用最小二乘法, 实现空间定位。实验结果表明, 利用该方法可得到的理想的校正结果, 定位精度比较准确, 方法简便实用, 实际应用表明, 该方法是可靠有用的。

**关键词:** 双灭点; 透视投影; 几何校正; 定位; 图像处理

**中图分类号:** TP391.4

**文献标识码:** A

## 引言

在应用光学镜头摄像机采集图像时, 由于受到物体对象与摄像机三维空间相对位置关系、镜头畸变和摄像机质量等因素的影响, 获取的图像存在几何畸变, 在进行基于图像分析的模式匹配等定量分析时, 就需要对有几畸变的图像进行校正, 以得到精确的不失真的图像, 以便进行后期的继续研究。几何校正包括两部分: 空间坐标变换和像素点灰度插值两部分<sup>[1]</sup>。其中空间坐标变换是关键性的一步, 参考文献[2]介绍了空间坐标变换的二元二次多项式法; 关于像素点的灰度插值方法, 文献[1]介绍了双线性插值方法。

本文利用透视投影的灭点原理和双线性插值方法, 给出一种对透视投影进行校正的简单实用方法。研究表明, 在一般情况下, 对于使用广角监控镜头的摄像机, 只需在镜头前摆放四个控制点(成正方形), 利用其在变形图像中对应的四点坐标计算出灭点坐标和双线性插值方法, 就可以消除镜头产生的透视畸变; 对于物体平面和摄像机成像平面存在着倾角和转角所产生的畸变, 可以通过 X 向和 Y 向的错切来进行预处理, 在利用灭点的原理进行透视校正, 可以得到理想的校正图像<sup>[3]</sup>。

本文提出了一种进行透视投影校正的几何方法, 任何给定的空间平面上的四个控制点(成正方形), 从拍摄到的照片中可以提取出该正方形的透视投影的顶点坐

标, 计算两组对边的灭点, 然后根据透视投影理论中的灭点原理的集合性质, 进行透视校正。模拟和实际实验表明, 本文提出的校正方法, 原理简单, 运算量小, 便于在实际工程中运用。

## 1 摄像机模型及灭点

### 1.1 摄像机模型

摄像机的投影几何模型是, 把三维世界坐标投影到一个球面(视球), 然后把球面上的影像投影到一个平面 $\pi$ , 理想情况下, 平面 $\pi$ 对称于光轴中心, 理想状况的透视模型等价于小孔成像<sup>[4]</sup>。小孔成像原理见图 1。

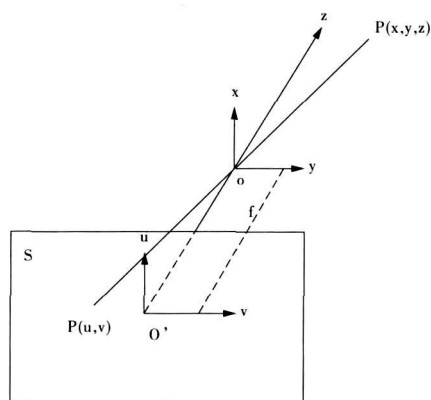


图 1 小孔成像原理示意图

图 1 中平面 S 为二维成像平面, O 为小孔的位置 (光学中心)。S 上的点 p(u, v) 是三维空间点 P(x, y, z) 在视平面上的投影, f 是该光学系统的焦距。空间任意点 P(w 为物距) >> f 在图像上的成像位置都可以用针孔模型来近似表示, 既任意一点 P 在图像上的位置 p 为光心 O 与 P 点的连线 OP 与图像平面的交点, 这种关系也叫中心摄影。有以下比例关系式:

$$u = \frac{fX}{Z} \tag{1}$$

$$v = \frac{fY}{Z} \tag{2}$$

其中, (u, v) 是图像坐标, (X, Y, Z) 是为空间点 P 在摄像机坐标系下的坐标, 用齐次坐标与矩阵表示上述关系透视投影关系:

$$Z \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

### 1.2 灭点属性

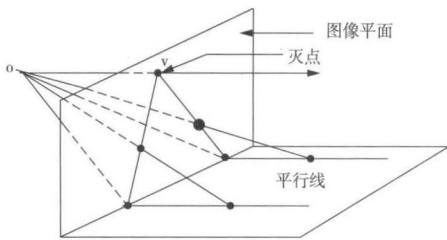


图 2 灭点的形成原理

由于透视效果的影响, 摄像机获取的像点会随着真实点距摄像机的远近不同而发生不同程度的变形。即使把同样大小的标志点等间隔的放置于同一水平面上, 在透视的影响下, 采集的图像也会呈现出不同程度的形状, 透视投影的特征是近大远小。因此, 从透视投影形成原理 (见图 2) 可以知道, 要校正变形的图像, 恢复场景的原来形状或从图像的信息中获得标志点的真实信息位置, 应该消除图像的透视效应<sup>[5-8]</sup>。

灭点是空间一组平行线的无穷远点在影像上的成像, 即该组平行线在影像上的直线影像的交点, 可以认为该空间的无穷远点与对应的灭点是一一对应点。在坐标轴上的灭点为主灭点。透视投影按主灭点的个数分为一点透视、两点透视和三点透视。三维图形显示采用的投影一般为简单的一点透视投影, 由于在一点透视投影变换中, 投影平面取坐标系中的一个坐标平面, 因而用一个坐标系即可表示透视投影变换<sup>[6-7]</sup>。

在控制点的摆放上, 当四个控制点 (成正方形) 中的两条边和摄像机平行时, 在不考虑其它畸变的情况下, 会出现图 3a 中的特殊情况, 既只形成一个灭点。但在实际操作中, 由于很难控制摄像机的拍摄姿态, 要得到这种特殊情况的图像很难。通常得到的图像是类似图

3b 中的情况, 摄像机和四个控制点 (成正方形) 中的任一条边都不平行, 这样我们就会得到有两个灭点的图像。这是因为摄像机在安装中, 存在不同程度的倾斜角度 (分为相机俯仰和相机横向旋转两类), 而这种倾斜角度在实际中又很难测量。其中见文献 [10-11] 等, 首先要计算摄像机的投影矩阵, 然后才能够进行投影校正, 为了得到比较精确的投影矩阵数据, 需要设置多组标志点, 这在实际工程中显然是不合适的。

本方法首先确定图像上的控制点坐标, 从而计算出平行线簇的灭点。然后利用灭点和光心间的几何关系, 在此基础上利用图像场景中物体的几何约束关系, 建立其几何模型。消除透视效应第一步是进行 X 向校正, 第二步进行 Y 向的变换, 这样就可以消除图像 X、Y 方向的透视缩小效应, 恢复图像的实际形状。

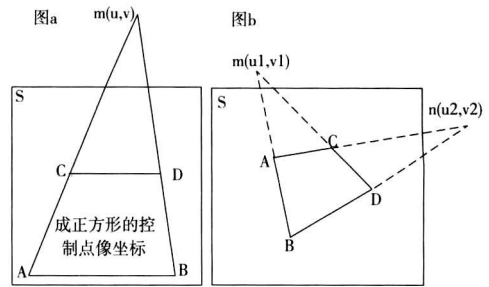


图 3 透视投影灭点形成的两种情况

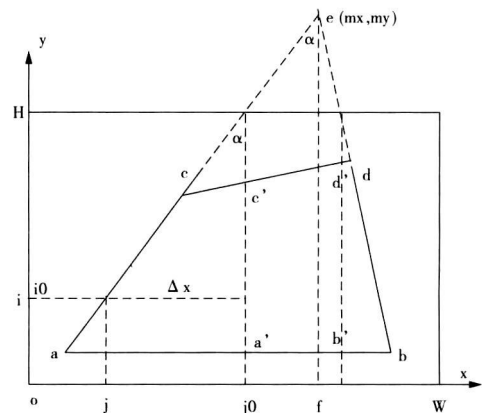


图 4 透视投影灭点校正原理图

## 2 空间坐标变换及空间定位

### 2.1 X 方向校正

图 4 是透视投影灭点校正的原理图。在不考虑其它畸变的情况下, 边 ab 平行于 x 轴, 而边 cd 与 x 轴成一定的夹角。根据 a, b, c, d 点的图像坐标, 可以求出透视投影的灭点坐标 (mx, my) (在图像坐标系下), 然后根据透视缩小效应, 对其进行反运算, 进行 X 方向的校正。在 X 方向的校正中, 可以选择图像高度 (0 ~ H - 1) 任意一条水平线的宽度作为标准宽度, 本文中为了编程方便选取图像的最上面的边 (宽度 W) 作为标准宽度。在图 4 中, 将边 ac 校正为垂直于 x 轴的 a'c'。

可以通过求边  $ac$ 与过灭点  $(m_x, m_y)$ 垂直于  $x$ 轴的边  $ef$ 的夹角  $\alpha$  根据三角形相似性, 求出边  $ac$ 在  $i$ 高度的  $x$ 方向的偏移量  $\Delta x_p$ , 那么原图像中的点  $(j, i)$ 在校正后的图像的坐标为  $(j \pm \Delta x_p, i)$ , 进行  $X$ 方向校正时在  $Y$ 方向的坐标保持不变。在  $X$ 方向上校正的公式见公式 4

$$\begin{cases} j0 = i \\ j0 = j + (H - i) \times (m_x - j) / (m_y - i) \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $(j, i)$ 是透视投影图像的坐标点,  $(j_0, i_0)$ 是校正后图像的坐标点,  $H$ 是图像的高度,  $(m_x, m_y)$ 是灭点坐标点。

### 2.2 Y方向校正

根据小孔成像原理, 由 (1)、(2)可以得到下面的关系式:

$$\frac{u}{X} = \frac{v}{Y} \quad (5)$$

从公式 (5)可以知道在  $Y$ 方向上的缩放比例和  $X$ 方向上的缩放比例是相同的, 可以根据在  $X$ 方向变换时得到的比例关系对  $Y$ 方向进行同样比例的变换。在得到了  $X$ 方向的校正比例关系, 可以建立  $Y$ 方向的校正公式 (6):

$$\begin{cases} j0 = j \\ i0 = \frac{i}{\frac{m_x}{m_x - (H - 1) \times \frac{m_x}{m_y - i}}} \end{cases} \quad (6)$$

进行  $X$ 和  $Y$ 方向两次变换后, 计算出二维图像上对应点位置坐标之间的变换关系, 就可以重构出校正后的图像, 各点的灰度值采用双线性插值法计算出。

在进行过  $X$ 和  $Y$ 方向校正后只有直线  $a'c'$ 和  $b'd'$ 互相平行, 而  $a'b'$ 和  $c'd'$ 还不平行。这时就出现了像图 3a中的情形, 只要对图像旋转  $90$ 度, 然后在进行一次  $X$ 和  $Y$ 方向校正, 即将  $a'b'$ 和  $c'd'$ 校正平行。

### 2.3 实验结果

本次实验采用 SAMSUNG Digimax L60数码相机采集图像, 控制点是采用  $50 \times 50$ cm的方格。按照上文所讨论的方法, 在 VC++ 6.0下开发了具备图像透视校正功能的应用程序。图 5为透视变形的图像, 图像大小为:  $640 \times 480$  即  $w = 640, h = 480$ (单位: 像素点)。

首先是选取控制点对应的透视图像中的坐标点, 用来计算灭点, 两个灭点的坐标为:  $(1806.82, 1198.121)$ 、 $(-1253.10, 2175.49)$ (在图像坐标系下, 单位为: 像素点)。按照上面的原理, 对于  $X$ 和  $Y$ 方向的校正, 计算出相对应的坐标点坐标后, 则进行双线性插值得到该点的灰度值。下面是实例, 图 6a是经过第一个灭点校正后的图像, 虽然  $AC$ 和  $BD$ 已经平行, 但可以观察到  $AB$ 和  $CD$ 仍然不平行, 这是因为第二灭点还未得到校正。图 6b是经过第二个灭点校正后的图像,  $AC$ 和  $BD$ 、 $AB$ 和  $CD$ 都已经平行, 各个格子间实现等分, 重构原图像。

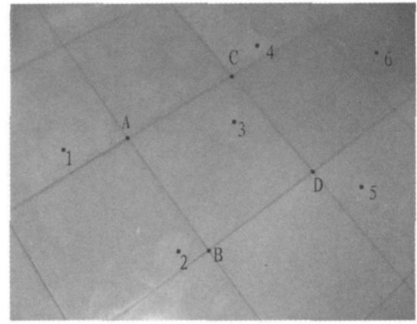


图 5 采集到的透视投影图像

图 5中控制点的坐标为 (单位为: 像素点):

$A(186, 279), B(315, 109), C(350, 372), D(478, 228)$

经过一次灭点校正后的坐标 (见图 6a)为:

$A(193.68, 191.03), B(348.93, 191.03), C(193.87, 339.97), D(348.91, 353.40)$

经过二次灭点校正后的坐标 (见图 6b)为:

$a(162.38, 290.24), b(163.27, 158.20), c(294.80, 290.97), d(295.70, 158.21)$

图 6b中校正后的四个点  $a, b, c, d$ 对应于图 5的四个控制点  $A, B, C, D$ , 它们在校正后图像 (图 6b)中的边长是 (单位: 像素点), 从下面的数据可以看出, 校正后的边长误差不超过 0.8个像素, 校正效果很明显。

$ab = 132.04, cd = 132.76, ac = 132.42, bd = 132.43$

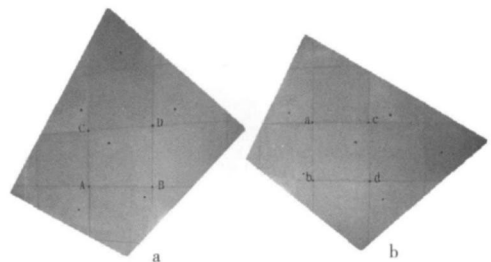


图 6 经过两次灭点校正后的图像

### 2.4 空间定位

检测到图 5b中点  $(A', B', C', D')$ 的坐标  $(u, v)$ 和其在实际坐标系中的坐标  $(x, y)$ , 建立如下的关系 (公式 7):

$$\begin{cases} x = au + bv + c \\ y = du + ev + f \end{cases} \quad (7)$$

表 1 控制点校正后坐标和实际坐标

	1	2	3	4
$x_i$ (cm)	0	50	0	50
$y_i$ (cm)	50	50	100	100
$u_i$ (pixel)	162.38	163.27	294.80	295.70
$v_i$ (pixel)	290.24	158.20	290.97	158.21

将表 1中的数据代入公式 7中, 利用最小二乘法<sup>[9]</sup>, 解得多项式系数如下:

$a = 0.00105524, b = -0.37763424$

$$c = 109.50120624 \quad d = 0.37756524$$

$$e = 0.00255224 \quad f = -12.04930924$$

得到公式 7 中系数后, 知道待定位点在图像中的位置, 就可以根据公式 7 求出其在实际坐标系中的位置。表 2 是 6 个待定位点的坐标 ( $u, v$ ) 和根据公式 7 计算出的坐标 ( $x, y$ ), 以及测得其实际坐标 ( $X, Y$ )。

表 2 待定位的点坐标和其对应的计算坐标

$u$ (pixel)	105.1	138.7	261.4	344.7	326.4	463.5
$v$ (pixel)	314.0	173.1	245.3	117.3	223.4	
$x$ (m)	-8.96	44.28	17.14	-6.14	65.55	25.63
$y$ (m)	28.43	40.76	87.27	118.88	111.49	163.52
$X$ (m)	-9.2	43.8	16.9	-6.3	65.3	25.4
$Y$ (m)	28.0	40.9	87.5	119.0	112.1	165.5

表 3 待定位点  $x$  坐标分量

$x$ (m)	-8.96	44.28	17.14	-6.14	65.55	25.63
$X$ (m)	9.2	43.8	16.9	-6.3	65.3	25.4
$G$ (m)	0.24	0.48	0.24	0.16	0.25	0.23
$E$ (%)	2.61	1.12	1.42	2.53	0.38	0.91

误差分析: 误差的大小用平均误差、相对误差和绝对误差来度量, 设  $t_i$  为测量值,  $\hat{t}_i$  为计算值。

$$\text{平均误差公式为: } \bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n |t_i - \hat{t}_i|}{n}$$

$$\text{相对误差公式为: } E_i = \frac{|t_i - \hat{t}_i|}{|t_i|} \times 100\%$$

$$\text{绝对误差公式为: } G_i = |t_i - \hat{t}_i|$$

从表 3 可以看出, 待定位的 6 个点中绝对值误差最大不超过 0.5m, 相对误差不超过 2.7%, 平均误差为  $\bar{E}_x = 0.267m$ , 拟合的结果理想。这里只列出  $x$  值测量值和有关  $x$  误差,  $y$  值的情况类似 ( $\bar{E}_y = 0.585m$ )。

### 3 结论

本文所采用的透视校正方法对实验环境要求宽松, 操作简单。不需要获取摄像机的内外参数信息, 只需要在摄像机前摆放四个监控点 (成正方形), 既可进行校

正。此方法不同于传统方法中的多次坐标变换和矩阵计算, 用一种简单的方法实现了透视图像的校正, 减少了计算量。经过校正后的图像, 可用于提高测量和定量分析的精度 (如汽车牌照识别和视频检测中的火灾定位问题等)。在校正后的图像基础上, 建立图像坐标系和世界坐标系的简单线性关系, 实现坐标定位, 实验验证, 此方法是可靠有效的。

### 参考文献:

- [1] Kenneth R. Castleman. Digital Image Processing [M]. 北京: 电子工业出版社, 2002
- [2] Shah S, Aggrwa J.K. A simple calibration procedure for fish-eye (high distortion) lens camera [J]. In Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation 1994 3422-3427
- [3] 廖士中, 高培煊. 一种光学镜头摄像机图像几何畸变的修正方法 [J]. 中国图像图形学报, 2000 5A (7): 593-596
- [4] 张广军. 机器视觉 [M]. 北京: 科学出版社, 2005
- [5] 群, 付梦印. 基于标志点识别的自主车视觉导航 [J]. 光学技术, 2005 31 (6): 864-867
- [6] 孙晔. sarp 协议——彻底防治校园网络服务器 ARP 攻击的解决方案 [J]. 中华文化论坛, 2009 (1): 129
- [7] 吴迪, 黄文骞, 王莹. 计算机图形中的透视投影变换矩阵 [J]. 海军大连舰艇学院学报, 2003 26 (2): 23-25
- [8] 邱建雄, 刘征海, 杨瑞. 基于灭点的单幅图像建模 [J]. 计算机工程, 2005 31 (22): 199-201
- [9] Curtis F Gerald, Patrick O Wheatley. Applied numerical Analysis (应用数值分析) [M]. 北京: 机械工业出版社, 2006
- [10] 成霞, 朱方文, 袁政鹏. 基于单应的大倾角图像的几何纠正 [J]. 上海大学学报, 2005 11 (5): 481-484
- [11] 石睿, 李华. 一种基于透视投影的纹理校正方法 [J]. 计算机应用, 2001 21 (4): 30-32

## Perspective Projection Rectification and Localization Based on Vanishing Point

DU Zhao-bin, ZHOU Xiang-dong

(Software Engineering, Zhengzhou Technical College, Zhengzhou 450121, China)

**Abstract** Image with geometric distortions which are induced by camera lens and position must be corrected before measurement and ration analysts. In this paper, we present a rectification method of perspective projection by applying the theory of forming vanishing point and bilinear interpolation. We demonstrate that the image of perspective projection can be berectified with this method. Establishing the model of image reference frame and world reference frame based on rectified image, implement space localization with Least-squares method. This method is simple and practical, and practical application shows that the method is reliable and valid.

**Key words** vanishing point; perspective projection; geometric rectification; localization; image processing