

基于模拟退火遗传算法的 IIR 数字滤波器参数优化设计

谭 斌¹, 刘自山², 李凌宇³

(1. 北京地铁运营有限公司机电公司, 北京 100043; 2. 四川理工学院理学院, 四川 自贡 643000;
3. 崇州市建筑勘察设计研究院, 四川 崇州 611230)

摘 要:结合模拟退火算法的思想和遗传算法的思想,提出模拟退火遗传算法,并用此算法进行滤波器参数整定与优化,同时使用自适应交叉率和变异率,以及适应度拉伸方法对传统遗传算法进行改进。该算法有效抑制早熟,又具有收敛性快、全局寻优与局部寻优能力。仿真结果表明,基于此算法寻优设计的滤波器控制器具有更好的滤波特性。

关键词:模拟退火遗传算法;IIR 数字滤波器;参数整定;MATLAB 仿真

中图分类号:TP391;TP273

文献标识码:A

引 言

遗传算法^[1-3]简称 GA(*Genetic Algorithms*),它是根据自然界的遗传机理而设计的一种全新概念的优化方法,是一种建立在生物界进化规律(适者生存,优胜劣汰遗传机制)演化而来的随机搜索方法,它模拟了生物界中的生命进化机制,在人工系统中能够实现特定目标的优化。它是由美国 Michigan 大学的 J. Holland 教授在《*Adaptation in Natural and Artificial Systems*》一书中于 1975 年首先提出。该算法的特点主要是直接对结构对象进行操作,不存在求导和函数连续性的限定;具有内在的隐并行性和更好的全局寻优能力;采用概率化的寻优方法,能自动获取和指导优化的搜索空间,自适应地调整搜索方向,不需要确定的规则。已被人们广泛地应用于组合优化、机器学习、信号处理、自适应控制和人工生命等领域,尤其适应于处理传统方法难于解决的复杂和非线性问题,所以越来越成为人们解决高度复杂问题的一个新方法和新思路。

模拟退火算法^[4]简称 SAA(*Simulated Annealing Algorithms*),由 Kirkpatrick 于 1982 年根据固体退火思想为解决大规模组合优化问题,特别是 NP 问题完全组合优化而设计的有效近似算法。它的设计思想是将固

体加热至充分高,然后让其徐徐冷却,加温时,固体内部粒子随温升变为无序状,内能增大,而徐徐冷却时粒子渐趋有序,在每个温度都达到平衡态,最后在常温时达到基态,内能减为最小,使之凝结成规整晶体的热力学过程,从统计物理学的观点看,随着温度的降低,物体的能量将逐渐趋于一个较低状态,并最后达到某种平衡,是基于蒙特卡罗迭代求解法的一种启发式随机搜索过程。

到目前为止, MATLAB 信号处理工具箱^[5-6]提供了多种设计和实现 IIR 滤波器与 FIR 滤波器的方法。如设计 IIR 滤波器的变换法,方法比较简单,方便,但也存在一些不足,如设计过程繁琐不易掌握,设计结果往往并不理想,虽然设计参数已经表格化,但查表取得的数据不能保证最优的,表中不可能提供关于不同的抽样点数、通带边缘频率、阻带边缘频率、过渡样本数的全部数据。若表中查不到数据,也只能近似估计过渡样带本值,这样也不一定能保证全局最优。这些方法都有一定的局限性,而本文采用自适应模拟退火遗传算法对数字滤波器参数进行整定与优化,是一种先进的优化技术,弥补了以上方法的不足,设计出更好的数字滤波器。

1 算法思想与流程

模拟退火遗传算法的基本思想是:在寻优时先对参

收稿日期:2011-04-26

基金项目:四川省高等教育人才培养质量和教学改革项目(P09252);四川省教育厅自然科学基金重点项目(10ZA136);人工智能四川省(高校)重点实验室开放基金重点项目(2009RZ001);四川理工学院理学院重点科研项目(09LXYA03)

作者简介:谭斌(1974-),男,重庆垫江人,工程师,主要从事地铁机电系统集成自动化控制优化设计方面的研究。

数进行编码,给出初始化温度,按一定规模初始化一个种群,种群中的每一个体代表一个可能的解。然后根据适应度值函数,计算每一个体的适应度值并进行适应度拉伸,判断是否达到系统要求,如不满足减低温度,依此控制再生操作之后按自适应概率对种群进行交叉、变异操作。这样种群不断进化,直至寻优结束。自适应在线模拟退火遗传算法结合了模拟退火算法和遗传算法的思想,并在每个采样时间都对参数进行遗传寻优和对遗传算法参数中的交叉概率与变异概率进行自适应调整^[7],并对适应度进行拉伸,降低温度,直到达到平衡为止。在采样时间 i 的具体计算步骤为:

(1) 编码:编码的方法很多,二进制编码,浮点数编码,字符编码,变成编码等。而二进制编码是目前遗传算法中最常用的编码方法。其中本文采用的是浮点数编码。

(2) 初始群体的生成:初始群体是根据设置的群体大小而随机产生的。它作为进化的初始代,即第一代。

(3) 适应度评估检测:遗传算法在搜索时不需要外部的信息,只是根据适应度函数来评估个体的优劣,并作为以后操作的依据。在对适应度评价之前,要对适应度进行拉伸,其拉伸公式为:

$$f'_i = \frac{e^{f_i/T}}{\sum_{i=1}^M e^{f_i/T}} \quad (1)$$

$$T = T_0 (0.99)^{gen-1}$$

其中: f'_i 为第 i 个个体的拉伸适应度, f_i 为第 i 个个体的适应度, M 为种群大小, gen 为当前遗传代数, T 为温度, T_0 为初始温度。

设组合优化问题的一个解 i 及其目标函数分别与固体的微观状态 i 及其能量等价。随着算法进程递减其值的温度控制参数 T , 控制参数 T 的每一个取值,算法持续进行“产生新解—判断—接受/舍弃”的迭代过程就对于固体在某一恒温下趋于热平衡的过程。从统计物理学获得的 Metropolis 接受准则应用于确定从当前解 i 到新解 j 转移的概率 p_k :

$$p_k(i \Rightarrow j) = \begin{cases} 1 & f(i) \leq f(j) \\ \exp\left(\frac{f(i) - f(j)}{T}\right) & \text{否则} \end{cases} \quad (2)$$

开始时 T 的取值比较大,在进行足够多的状态转移后,缓慢减小 T 的值,如此反复,直到满足停止条件时算法终止。

(4) 选择与复制:从群体中选择优胜的个体,淘汰劣质个体的操作叫选择。选择算子有时又称为再生算子,选择操作是建立在群体中个体的适应度评估基础上的,目前常用的选择算子有以下几种:适应度比例方法、随机遍历抽样法、局部选择法。其中轮盘赌选择法

(roulette wheel selection)是最简单也是最常用的选择方法。在该方法中,各个个体的选择概率和其适应度值成比例。选择的目的是把优化的个体(或解)直接遗传到下一代或通过配对交叉产生新的个体再遗传到下一代。

(5) 交叉操作:在自然界生物进化过程中起核心作用的是生物遗传基因的重组(加上变异)。同样,遗传算法中起核心作用的是遗传操作的交叉算子。交叉模拟了生物进化过程中的繁殖现象,通过两个父代个体的部分结构加以替换重组而生成新的优良个体。交叉算子根据交叉率将种群中的两个个体随机地交换某些基因,能够产生新的基因组合,期望将有益基因组合在一起。根据编码表示方法的不同,可以有以下的算法:实值重组包括离散重组、中间重组、线性重组、扩展线性重组;二进制交叉包括单点交叉、多点交叉、均匀交叉、洗牌交叉、缩小代理交叉等。最常用的交叉算子为单点交叉。具体操作是:在个体串中随机设定一个交叉点,实行交叉时,该点前或后的两个个体的部分结构进行互换,并生成两个新个体。同时本文的交叉概率运用下列公式进行自适应调整:

$$p_{c1} = 0.99e^{-gen/\mu}; p_{c2} = 0.4e^{-gen/\mu}$$

$$p_c = \begin{cases} p_{c1} - \frac{(p_{c1} - p_{c2})(f' - f_{avg})}{f_{max} - f_{avg}} & f' \geq f_{avg} \\ p_{c1} & f' < f_{avg} \end{cases} \quad (3)$$

其中: μ 为控制概率变化参数(一般取 100 - 500), f_{max} 为群体的最大适应值, f_{avg} 为群体的平均适应值, f' 为参与交叉的两个个体的较大适应值。

(6) 变异:变异算子是对群体中的个体串中的某些基因座上的基因值作变动。变异运算用来模拟生物在自然的遗传环境中由于各种偶然因素引起的基因突变,它以很小的概率随机地改变遗传基因(表示染色体的符号串的某一位)的值。也能产生新的个体。依据个体编码表示方法的不同,有实值变异和二进制变异等。本文的变异概率运用下列公式进行自适应调整:

$$p_{m1} = 0.3e^{-gen/\mu}; p_{m2} = 0.01e^{-gen/\mu}$$

$$p_m = \begin{cases} p_{m1} - \frac{(p_{m1} - p_{m2})(f_{max} - f)}{f_{max} - f_{avg}} & f \geq f_{avg} \\ p_{m1} & f < f_{avg} \end{cases} \quad (4)$$

其中: f 为变异个体的适应值。

(7) 解码:在寻找优化结束后,对其结果进行解码,使之表示成要求的结果。

2 IIR 数字滤波器设计步骤

首先确定一种最优准则,如设计出的频率响应幅值 $|H(e^{j\omega})|$ 与所要求的理想频率响应幅值 $|H_d(e^{j\omega})|$ 的均方误差最小准则,或它们的最大误差最小准则等;然

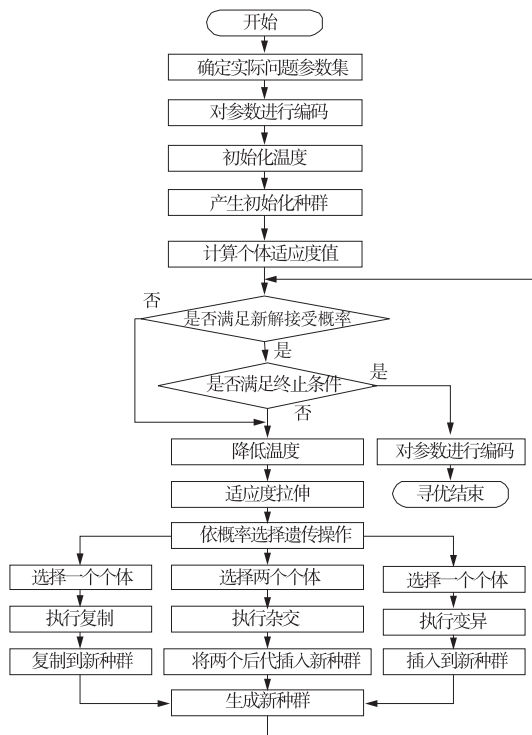


图1 模拟退火遗传算法流程图

后求在此最佳准则下滤波器系统函数的系数。根据均方误差最小准则,在一组离散点 $\omega_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 上所要求的频率响应 $|H_d(e^{j\omega})|$ 的值为 $|H_d(e^{j\omega})|$, 假定实际求出的频率响应为 $H(e^{j\omega})$, 那么在给定的离散频率点处,所要求的频率响应的幅值与求出的实际频率响应的幅值的均方误差为:

$$E = \sum_{i=1}^N [|H(e^{j\omega_i})| - |H_d(e^{j\omega_i})|]^2$$

优化设计的目的是调整各 $H(e^{j\omega})$, 即调整 $H(e^{j\omega})$ 的系数,使 E 最小。这样即可以将得到的 $H(e^{j\omega})$ 作为 $H_d(e^{j\omega})$ 的逼近值。

实际滤波器 $H(e^{j\omega})$ 常采用二阶节的级连形式表示,因为这种结构的频率响应对系数变化的灵敏度低,便于调整频率响应。设:

$$H(z) = A \prod_{k=1}^M \frac{1 + a_k z^{-1} + b_k z^{-2}}{1 + c_k z^{-1} + d_k z^{-2}} \quad (5)$$

则滤波器的频率响应为:

$$H(e^{j\omega}) = A \prod_{k=1}^M \frac{1 + a_k e^{-j\omega} + b_k e^{-j2\omega}}{1 + c_k e^{-j\omega} + d_k e^{-j2\omega}} = AP(e^{j\omega})$$

其中

$$P(e^{j\omega}) = \prod_{k=1}^M \frac{1 + a_k e^{-j\omega} + b_k e^{-j2\omega}}{1 + c_k e^{-j\omega} + d_k e^{-j2\omega}}$$

滤波器在各个频率采样点处的均方误差可表示为:

$$E = \sum_{i=1}^N [|A| |P(e^{j\omega_i})| - |H_d(e^{j\omega_i})|]^2$$

在式中共有 $(4k + 1)$ 个未知参数,将 A 以外的 $4k$ 个参数

表示成向量为:

$$\vec{\lambda} = (a_1, b_1, c_1, d_1, a_2, b_2, c_2, d_2, \dots, a_k, b_k, c_k, d_k)^T$$

最佳增益 A 可以用 E 对 A 求微分的方法求出,将 E 对 A 求微分并令其为零得:

$$\frac{\partial E}{\partial |A|} = \sum_{i=1}^N \{ 2 [|A| |P(e^{j\omega_i})| - |H_d(e^{j\omega_i})|] \cdot$$

$$|P(e^{j\omega_i})| \} = 0$$

于是可以得到最佳增益 A :

$$|A| = \frac{\sum_{i=1}^N |P(e^{j\omega_i})| |H_d(e^{j\omega_i})|}{\sum_{i=1}^N |P(e^{j\omega_i})|^2}$$

由于只考虑滤波器的幅度响应误差,所以 A 的正负值对结果没有影响。为了保证所设计出的滤波器是稳定的,需要对优化参数的取值范围进行限定,同时也可以使参数的取值范围得以缩小以提高精度。由式(5)可知,只要使每个二阶节的极点都在 Z 平面的单位圆内,即使 $1 + c_k z^{-1} + d_k z^{-2} (k = 1, 2, \dots, M)$ 的极点都满足条件 $|z_k| < 1$, 就可得参数 c_k, d_k 的取值范围为:

$$-2 < c_k < 2, -1 < d_k < 1 (k = 1, 2, \dots, M) \quad (6)$$

如果将 a_k, b_k 的取值范围也限定在 Z 平面的单位圆内,则所设计出的滤波器是具有最小相位的滤波器。

3 设计实例与比较

设计一低通 IIR 滤波器,性能指标为:

$$|H_d(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1 & 0 \leq \omega \leq 0.4\pi \\ 0 & 0.5\pi \leq \omega \leq \pi \end{cases}$$

选取滤波器的阶数为 6, 频率采样点取 46 个,待优化的参数共 12 个,为保证设计的滤波器是稳定的且为最小相位,参数的取值范围选取如式(6)所示。采用模拟退火遗传算法进行优化,在 MATLAB^[6] 中编程并运行,所得到的 IIR 滤波器的传递函数为:

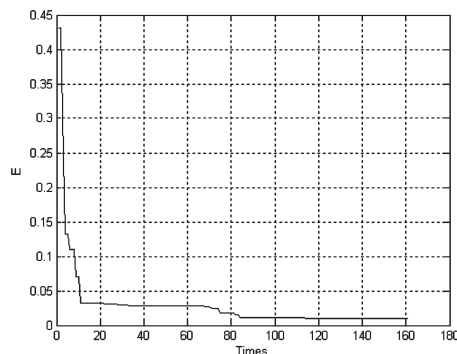


图2 误差寻优过程

$$H(z) = 0.0443 \times \frac{1 + 0.4124z^{-1} + 0.8972z^{-2}}{1 - 0.6539z^{-1} + 0.0762z^{-2}} \times$$

$$\frac{1 + 1.8557z^{-1} + 0.5007z^{-2}}{1 - 0.7967z^{-1} + 0.4891z^{-2}} \times \frac{1 + 0.0206z^{-1} + 0.1182z^{-2}}{1 - 0.5082z^{-1} + 0.8222z^{-2}}$$

其最小均方误差为: $E = 0.0103$ 。

在设计 Butterworth 滤波器、Chebyshev I 型滤波器和椭圆滤波器时,通带频率不超过 3dB,阻带频率不低于

40 dB 时,运用 MATLAB 内部滤波器设计函数,需要对所设计的滤波器进行最优阶数的选择,再进行设计滤波器,所设计的 Butterworth 滤波器、Chebyshev I 型滤波器与椭圆滤波器的阶数分别为 15 阶、7 阶与 6 阶,其幅值响应曲线分别如下:

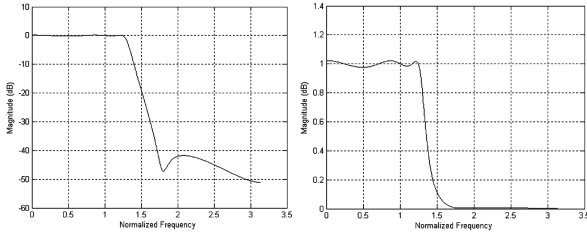


图 3 所设计低通 IIR 滤波器的幅值特性曲线

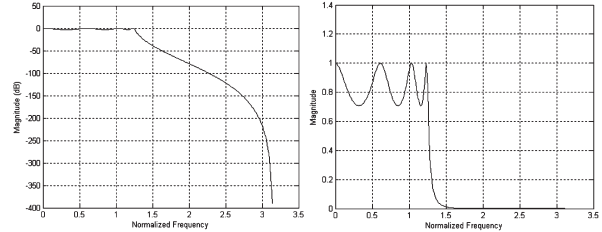


图 5 Chebyshev I 型滤波器幅值特性曲线

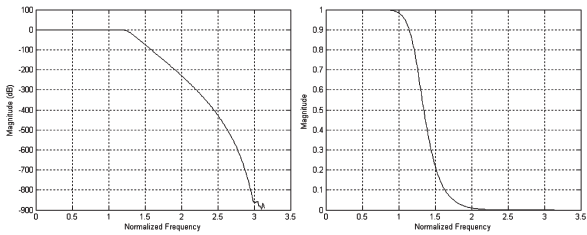


图 4 Butterworth 滤波器幅值特性曲线

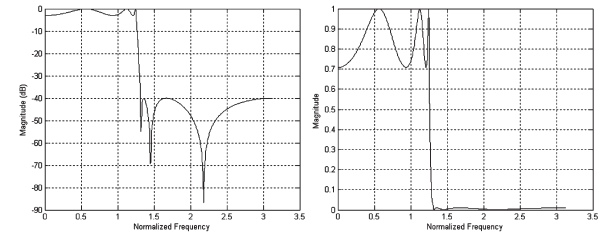


图 6 椭圆滤波器幅值特性曲线

Butterworth 滤波器的传递函数为:

$$H(z) = \frac{(0.113 + 1.692z^{-1} + 11.842z^{-2} + 51.315z^{-3} + 153.95z^{-4} + 338.68z^{-5} + 564.47z^{-6} + 725.74z^{-7} + \dots)}{1 - 2.9949z^{-1} + 6.0533z^{-2} - 8.317z^{-3} + 8.9085z^{-4} - 7.4744z^{-5} + 5.0897z^{-6} - 2.8082z^{-7} + \dots}$$

$$\dots + 725.74z^{-8} + 564.47z^{-9} + 338.68z^{-10} + 153.95z^{-11} + 51.315z^{-12} + 11.842z^{-13} + 1.692z^{-14} + 0.113z^{-15}) \times 10^{-4}$$

$$\dots + 1.2648z^{-8} - 0.4604z^{-9} + 0.1342z^{-10} - 0.0306z^{-11} + 0.0053z^{-12} - 0.0006z^{-13} + 0.00005z^{-14} - 0.000002z^{-15}$$

Chebyshev I 型滤波器的传递函数为:

$$H(z) = \frac{0.0005 + 0.0038z^{-1} + 0.0113z^{-2} + 0.0188z^{-3} + 0.0188z^{-4} + 0.0113z^{-5} + 0.0038z^{-6} + 0.0005z^{-7}}{1 - 3.7899z^{-1} + 7.7551z^{-2} - 10.289z^{-3} + 9.4209z^{-4} - 5.9209z^{-5} + 2.3852z^{-6} - 0.4905z^{-7}}$$

椭圆滤波器的传递函数为:

$$H(z) = \frac{0.0410 + 0.0169z^{-1} + 0.0933z^{-2} + 0.0393z^{-3} + 0.0933z^{-4} + 0.0169z^{-5} + 0.0410z^{-6}}{1 - 2.656z^{-1} + 4.6732z^{-2} - 5.0466z^{-3} + 3.8439z^{-4} - 1.8265z^{-5} + 0.4947z^{-6}}$$

从以上所设计的几种滤波器与模拟退火算法所设计的滤波器相比较,后者有更好的滤波特性。而前者中 Butterworth 滤波器能在通带内达到最大限度的平坦,在截止频率之后下降斜度迅速增加;Chebyshev I 型滤波器在截止频率处的下降斜度较小,在截止频率之后下降斜度迅速增加;椭圆滤波器在截止频率处的下降斜度较大。在这三种滤波器中,Chebyshev I 型滤波器在通带内为等波纹,而椭圆滤波器在通带和阻带内均为等波纹。在后者中在通带和阻带虽然也有波纹,但波纹较小。

4 结 论

由以上的分析可知,自适应模拟退火遗传算法利用自适应调整,对性能较差的个体采用较大的交叉率和变异率,而对于性能优良的个体则根据适应度的大小采用适当的交叉率和变异率。随着繁衍代数的增加,交叉率和变异率将随之下降,以利于算法的收敛。同时对适应度适当的拉伸,使得在温度较高时适应度相近的个体产生后代概率相近,而在温度不断下降后,拉伸作用增强,

使适应度相近的个体适应度差异放大,从而使得优秀的个体优势更加明显。在此基础上运用此算法所设计的滤波器有更好的滤波特性,也可以运用此算法设计其他类型的滤波器。但是,由于自适应模拟退火遗传算法所处理的数据量的增加,在适应调整中,温度下降比较慢,遗传代数增加,导致运行时间较长,若减少温度达到的精度,会导致结果结果的精度降低,这些是它的不足之处。

参考文献:

- [1] 周明,孙树栋.遗传算法原理及应用[M].北京:国防工业出版社,1999.
- [2] 李敏强.遗传算法的基本理论与应用[M].北京:科学出版社,2002.
- [3] 李凌宇,郭贵法,许锦标.基于模拟退火遗传算法的PID参数整定与优化[J].广东工业大学学报,2010,27(2),80-83.
- [4] 王凌.智能优化算法及其应用[M].北京:清华大学出版社,2004.
- [5] 李娜.MATLAB仿真技术与应用[M].北京:清华大学出版社,2003.
- [6] 郭仕剑.MATLAB7.X数字信号处理[M].北京:人民邮电出版社,2006.
- [7] 巩敦卫,潘凤萍.自适应遗传算法理论及应用[M].徐州:中国矿业大学出版社,2003.

Parameter Optimization of IIR Digital Filter Based on Adaptive Simulated Annealing Genetic Algorithms

TAN Xiao¹, LIU Zi-shan², LI Ling-yu³

(1. Beijing Metro Corporation Co. Ltd, Beijing 100043, China;

2. School of Science, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong 643000, China;

3. Chongzhou Construction Survey and Design Institute, Chongzhou 611230, China)

Abstract: Combining the thoughts of Simulated Annealing Algorithms and Genetic Algorithms, an improved genetic algorithm (GA)-Simulated Annealing Genetic Algorithms is proposed to solve the problem of the parameter optimization of Digital Filter. The new GA has many improvements in algorithm like adaptive crossover and mutation operators, and scaling or stretching the adaptability. This algorithm avoids premature convergence and has a quick convergence performance. Additionally it has both the capability of optimization in the global area and the capability of optimization of the direct search methods in the local area. The simulation result shows that the Digital Filter designed upon the improved GA is of good filter characteristics.

Key words: Simulated Annealing Genetic Algorithms; IIR digital filter; optimization tuning; MATLAB simulation