

扭转振动超声变幅杆的负载特性研究

张宁宁

(渭南师范学院物理与电子工程系, 陕西 渭南 714000)

摘要: 文章在等效网络的基础上, 首次对扭转振动变幅杆在负载为纯力抗和纯力阻时, 分别推出了扭转负载变幅杆的频率方程及放大系数一般表达式, 计算了圆锥类负载扭转变幅杆频率方程和放大系数, 并绘制了共振频率和放大系数随抗性、阻性负载的曲线图, 并对结果进行分析, 为扭转变幅杆的设计提供理论基础。

关键词: 扭转振动变幅杆; 共振频率; 放大系数; 抗性; 阻性负载

中图分类号: O426.2

文献标识码: A

引言

超声变幅杆在超声技术中非常重要, 它的作用是振幅放大和阻抗匹配^[1-2]。理论上设计变幅杆一般都是在空载情况下进行的^[3-4], 但实际工作中都有负载, 不同的负载, 对变幅杆声性能参数影响也不同^[5-6]。文献[5]研究了负载情况下, 变幅杆的弯曲振动特性, 文献[7]讨论了工具杆几何尺寸对扭转谐振频率的影响。本文在等效网络的基础上, 对扭转变幅杆在负载为纯力抗和纯力阻时, 分别推出了扭转负载变幅杆的频率方程及放大系数一般表达式, 计算了圆锥类负载扭转变幅杆频率方程和放大系数, 并绘制了共振频率和放大系数随抗性、阻性负载的曲线图, 并对结果进行分析, 为扭转变幅杆的设计提供理论基础。

1 变截面扭转振动的波动方程

图一表示任意形状扭转振动变幅杆的几何示意图。图中 l 为变幅杆的长度; $\dot{\varphi}_1, M_1$ 及 $\dot{\varphi}_2, M_2$ 分别为变幅杆输入端和输出端的扭转角速度和扭矩; D 为变幅杆中任一位置处的截面直径。 D_1 和 D_2 分别为变幅杆输入端和输出端的直径。为简化理论分析。设扭转变幅杆由均匀的各向同性材料组成, 且不考虑机械损耗。在平面波近似条件下, 轴对称变幅杆沿轴向传播的扭转波可近似

由下式表示:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{1}{I_p(x)} \cdot \frac{\partial I_p(x)}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} + k^2 \varphi = 0 \quad (1)$$

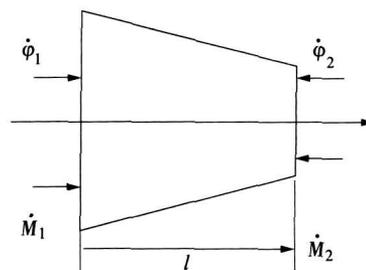


图 1 扭转变幅杆的几何示意图

式中 φ 为变幅杆中的扭转角位移, $I_p(x) = \iint ds$ 为变幅杆截面极惯性矩。 $k = \frac{\omega}{c}$ 为扭转波波数, $c = (\frac{G}{\rho})^{\frac{1}{2}}$ 为细长棒中的扭转波的传播速度, G 和 ρ 为材料的剪切模量及体密度, x 为变幅杆是轴向坐标。极惯性矩由变幅杆的截面形状决定。对于半径为 r 的实心圆截面, $I_p = \frac{\pi}{2} r(x)^4$, 变幅杆中任一位置处的扭矩为 $M = GI_p(x) \frac{\partial \varphi}{\partial x}$ 。令 $k_i^2 = k^2 - \frac{1}{\sqrt{I_p}} \frac{\partial^2 I_p}{\partial x^2}$ 当 k_i^2 为正整数时, (1) 式存在

收稿日期: 2010-11-25

基金项目: 渭南师范学院研究生项目 (09YKZ001)

作者简介: 张宁宁 (1978-) 女, 陕西西安人, 讲师, 硕士, 主要从事功率超声及测量方面的研究。 <http://www.cnki.net>

简谐解, 即

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{I_p}} (A \cos k_i x + B \sin k_i x) e^{i\omega t} \quad (2)$$

2 频率方程和放大系数

对于不同截面变化规律, 当输出端加负载 Z_L 时等效机械图如图 2 所示, 图中

$$Z_1 = \frac{\rho c}{2jk} \left(\frac{\partial I_p}{\partial x} \right)_{x=0} + \frac{\rho c k_i I_{p1}}{jk} \cot k_i l - \frac{\rho c k_i \sqrt{I_{p1} I_{p2}}}{jk \sin k_i l} \quad (3)$$

$$Z_2 = -\frac{\rho c}{2jk} \left(\frac{\partial I_p}{\partial x} \right)_{x=l} + \frac{\rho c k_i I_{p2}}{jk} \cot k_i l - \frac{\rho c k_i \sqrt{I_{p1} I_{p2}}}{jk \sin k_i l} \quad (4)$$

$$Z_3 = \frac{\rho c k_i \sqrt{I_{p1} I_{p2}}}{jk \sin k_i l} \quad (5)$$

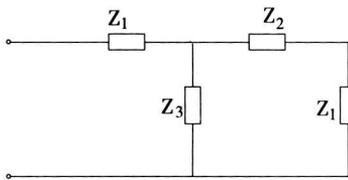


图 2 机械等效图

变幅杆的放大系数为输出端的与输入端的扭转角振幅值之比, 有负载时

$$M_\varphi = \left| \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3 + Z_L} \right| \text{而在实际应用中更有意义的是获得线切变位移振幅之比的放大, 所以在此可求的切变位移放大系数}$$

是获得线切变位移振幅之比的放大, 所以在此可求的切变位移放大系数

$$M_l = \frac{r_1}{r_2} M_\varphi \quad (6)$$

将式 (3)、式 (4)、式 (5) 带入 (6) 式, 得

$$M_l = \frac{\sqrt{1+Y^2}}{|1-tY-PY|} N^2 \quad (7)$$

式中

$$Y = \tan k_i l \quad t = \frac{1}{k_i} \frac{1}{2I_{p2}} \left(\frac{\partial I_p}{\partial x} \right)_{x=l} \quad P = \frac{kZ_L}{k_i Z_2}, \quad Z_2 = \rho c I_{p2}$$

$$N = \frac{\sqrt{I_{p1}}}{\sqrt{I_{p2}}} \text{当负载为纯力抗时, 即 } Z_L = X_L \text{ 时,}$$

$$M_l = \frac{\sqrt{1+Y^2}}{|1-tY-P_x Y|} N^2 \quad (8)$$

$$\text{式中 } P_x = \frac{kX_L}{k_i I_{p2}};$$

当负载为纯力阻时, 即 $Z_L = R_L$ 时,

$$M_l = N^2 \sqrt{\frac{1+Y^2}{(1-tY)^2 + (P_r Y)^2}} \quad (9)$$

$$\text{式中 } P_r = \frac{kR_L}{k_i I_{p2}}, \text{ 以下各式均取 } z_1 = \rho c I_{p1}, z_2 = \rho c I_{p2}$$

变幅杆的输入阻抗为:

$$Z_i = Z_1 + \frac{Z_3(Z_2 + Z_L)}{Z_3 + Z_2 + Z_L} = R + jX \quad (10)$$

当 $X = 0$ 时谐振, 可得变幅杆的频率方程。

3 圆锥类扭转变幅杆的频率方程及放大系数

对于圆锥类变幅杆其等效阻抗为:

$$Z_1 = jz_1 \frac{\alpha}{k} - jz_1 \cot k l + j \frac{\sqrt{z_1 z_2}}{\sin k l} \quad (11)$$

$$Z_2 = -jz_2 \frac{\alpha V}{k} - jz_2 \cot k l + j \frac{\sqrt{z_1 z_2}}{\sin k l} \quad (12)$$

$$Z_3 = \frac{\sqrt{z_1 z_2}}{j \sin k l} \quad (13)$$

式中

$$I_p = I_{p1} (1 - \alpha x)^2, \quad N = \frac{\sqrt{I_{p1}}}{\sqrt{I_{p2}}}, \quad \alpha = \frac{N-1}{Nl} \text{当负载为纯力抗时, 即 } Z_L = jX_L \text{ 时, 将 (11) (12) (13) 代入 (8) 式得:}$$

力抗时, 即 $Z_L = jX_L$ 时, 将 (11) (12) (13) 代入 (8) 式得:

$$M_l = N^2 \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{m^2} + 1\right)(n^2 + 1) + N^2(1 + m^2) - 2nN\left(m + \frac{1}{m}\right)}}{\left| 2nN - mN^2 - \frac{1}{m}(1 + n^2) \right|}$$

$$\text{式中 } m = \frac{\alpha}{k}, \quad n = \frac{X_L}{z_2}$$

将式 (11)、式 (12)、式 (13) 代入式 (10), 让虚部为 0 可得频率方程为:

$$\tan k l = \frac{\frac{k X_L}{\alpha z_2} + \frac{\alpha l}{\alpha l - 1}}{\frac{X_L}{z_2} - \frac{\alpha}{k} \left(\frac{k^2}{\alpha^2} - \frac{1}{\alpha l - 1} \right)}$$

取 $l = 0.139n, N = 3.25, c = 5250 \text{ m/s}$ 变幅杆频率与放大系数的变化曲线如图 3 所示。

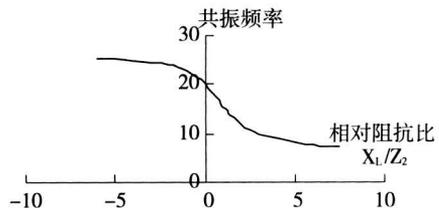


图 3 共振频率和力抗关系图

由图可知: 当 $|X_L| < 4z_2$ 时, 放大系数与共振频率有较快变化, 当 $|X_L| < 5z_2$ 时, 放大系数都大于 1 可以起到放大作用, 而且可以发现 $X_L = 0$ 附近放大系数较大, 但是并不出现空载时, 而是出现在感性负载较小的情况下。

当负载为纯力阻时, $Z_L = R_L$ 时, 将式 (11)、式 (12)、式 (13) 代入式 (9) 和式 (10) 可得:

放大系数为:

$$M_l = N^2 \sqrt{\frac{2\Omega^2 - 4\Phi - 2\Omega\Delta + 4m^2(1-N)^2}{\Psi^2 + \Omega^2 - 4\Phi - 2\Psi\Delta + 4m^2n^2(1-N^2)}}$$

频率方程为 $\cos kl = \frac{\Omega - \Delta}{2m(1-N)}$ 式中

$$m = \frac{\alpha}{k}, n = \frac{X_l}{z_2}$$

$$\Psi = n^2 - m^2N^2 - 1, \Omega = m^2N^2 - 2m^2N - 1 + n^2$$

$$\Phi = m^2(1-N)(m^2N^2 + N + n^2), \Delta = \sqrt{\Omega^2 - 4\Phi}$$

取 $l = 0.120m, N = 6, c = 5250m/s$ 变幅杆频率与放大系数的变化曲线如图 4 所示。

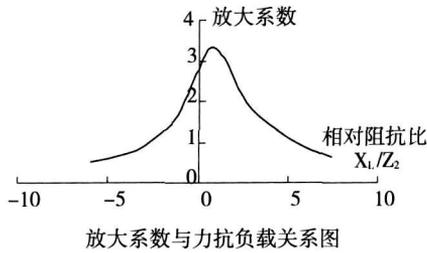


图 4 放大系数和力抗关系图

由图可知: 频率随 R 的增大逐渐升高, $R < 3z_2$ 时, 频率随 R 的增大迅速升高, 但 R 逐渐变大后, 变化逐渐变小。在 $R < 3z_2$ 时, 放大系数随 R 的增大而较快减小, 但在 $R_l > 5z_2$ 后, 随 R 变化很小。

4 结 论

当 $|X_l| < 4z_2$ 时, 放大系数与共振频率有较快变化, 当 $|X_l| < 5z_2$ 时, 放大系数都大于 1 可以起到放大作用, 但随着 X_l 继续增大, 变幅杆将失去放大作用, 而且可

以发现 $X_l = 0$ 附近放大系数较大, 但是并不出现空载时, 而是出现在感性负载较小的情况下。频率随 R 的增大逐渐升高, $R < 3z_2$ 时, 频率随 R 的增大迅速升高, 但 R 逐渐变大后, 变化逐渐变小。在 $R < 3z_2$ 时, 放大系数随 R 的增大而较快减小, 但在 $R_l > 5z_2$ 后, 随 R 变化很小。扭转负载变幅杆的振动频率和放大系数, 随抗性和阻性负载变化规律不同, 以上研究为扭转振动变幅杆的设计提供理论基础。

参 考 文 献:

- [1] 林书玉. 超声换能器原理与设计 [M]. 北京: 科学出版社, 2004
- [2] 林仲茂. 超声变幅杆原理与设计 [M]. 北京: 科学出版社, 1978
- [3] 贺西平, 程存弟. 几种常见形状函数超声变幅杆性能参量的统一表达式 [J]. 陕西师范大学学报: 自然科学版, 1994 22(3): 29-32
- [4] 贺西平, 程存弟. 纵振动型超声变幅杆的等效四端网络 [J]. 陕西师范大学学报: 自然科学版, 1994 22(1): 87-88.
- [5] 周光平, 李明轩. 有负载的超声弯曲变幅杆振动特性分析 [J]. 声学学报, 2000, 25(3): 280-284
- [6] 冯冬梅, 赵福令, 徐占国, 等. 超声波加工工具对复合变幅杆谐振性能影响 [J]. 大连理工大学学报, 2004 32(4): 685-688
- [7] 刘世清, 林书玉. 工具杆对超声扭转复合振动系统共振频率的影响 [J]. 陕西师范大学学报: 自然科学版, 2004 32(4): 39-42.

Characteristics of Torsional Vibration Horn Ultrasonic with Load

ZHANG Ning-ning

(Physics and Electrical Engineering Department of Weinan Teacher's College, Weinan 714000, China)

Abstract On equivalent network, the torsional vibration amplitude in a load of pure against and pure resistance respectively was introduced to launch the torsional load of frequency equation and amplification coefficient, the general expression calculates the cone class load torsion horn frequency equation and amplification coefficient, and a resonant frequency and amplification coefficient with the resistance was drawn, the results may be helpful to the research and design of torsional vibration horn.

Key words torsional vibration horn, resonance frequency, amplification coefficient, resistive and reactive load